

FOTON- et optisk spil

Lene B. Oddershede, Rune H. Jacobsen, Kim Lefmann og Nina B. Thoft

Historien

På Sandbjerg afholdtes i januar 1994 "*Vinterskole i Fysik for ph.d. studerende*", hvor lektor Klaus Mølmer (IFA, AU) holdt en foredragsrække om kvanteoptik. Han lagde der op til, at vi skulle udnytte nogle af kvanteoptikkens fascinerende effekter, styret af tilfældigheder, i et "kvantekasino" med "projektionspoker", "beamsplitter-bridge" etc. Resultatet af vores arbejde der og siden er blevet til denne "FOTON-feber". FOTON-spillet er sjovt at spille, også for folk uden specielt kendskab til kvanteoptik.

FOTON er et brætspil, hvor brættet forestiller en opstilling i et optisk laboratorium. Hver FOTON-spiller starter med ét lyskvant (en foton), der skal løbe fra laseren, hvor den blev skabt, til detektoren. Undervejs mødes forskellige optiske apparater, hvilket kan være både godt og skidt: Den ene foton kan blive til flere - eller helt forsvinde. Til hjælp på den hårde vej er spillerne udstyret med et antal *operatorkort*, som kan anvendes efter eget valg. Vinderen er den første, der får i alt seks fotoner frem til detektoren.

Vi har forsøgt at konstruere spillet, så det passer bedst muligt til virkeligheden. Man kan blandt andet opleve, hvordan en fotonpuls bliver forstærket ved stimuleret emission i en simpel laser. Frekvensfordobling (farveændring) illustreres i spillet ved, at fotonerne visse steder bevæger sig med den dobbelte hastighed. Nogle steder har vi været nødt til at gå på kompromis med naturlovene, f.eks. kan fotonerne sidde fast i beamsplitteren, så lyshastigheden bliver nul! Beamsplittere placeret rundt omkring på vejen deler fotonpulserne i to, der fortsætter hver sin vej, og kan også samle dem igen. En god portion held kan undertiden være meget nyttig, hvis man ikke skal se sine fotoner forsvinde ud i en stråledåse, der er den visse død for dem. Under spillet kan man også støde på mere eksotiske ting som *foton-ekko* og *self-induced transparency* (selvinduceret gennemsigtighed). Foton-ekko opstår i et stof, der kan absorbere en fotonpuls og udsende den igen, når stoffet påvirkes af en anden fotonpuls. Tiden, der går fra den første fotonpuls absorberes, til den anden fotonpuls passerer, er præcist lige så lang som tidsrummet mellem, at den anden puls passerer, og fotonekkoet udsendes. Vi har opgivet at holde nøjagtigt regnskab med denne forsinkelse, men spillets "ekkoer" bygger på kvanteoptikkens. I et stof med self-induced transparency kan fotonbundter af ganske bestemte størrelser passere, mens de, der ikke har den "magiske" størrelse, mister den overskydende energi til stoffets atomer.

Man skal regne med, at spillet tager 2-3 timer for 3 deltagere, og at spilletiden øges med antallet af deltagere. Spillereglerne samt en formindsket spilleplade kommer

lige i forlængelse af dette. I afsnittet "Om elektromagnetisk stråling og fotoner" kan man læse en kort introduktion til de mest basale begreber i kvanteoptik. I afsnittet efter spillereglerne findes tabeller over, hvordan beamsplitteren virker - samt en forklaring på, hvorledes tabellerne er udregnet.

Selvfølgelig behøver man ikke kende al fysikken, før man tager hul på at spille. Det er blot at tage bræt, brikker og regler - og så lige at finde nogle at spille med.

God fornøjelse!

Spilleregler for FOTON

Følgende skal anvendes til spillet:

- 1 spilleplade - nemmest er at fotokopiere den her viste op i A1-størrelse (4 A3-ark) og evt. lime den op på pap.
- 3 spillebrikker til hver deltager. Spillebrikkerne skal kunne indeholde ca. 10 tændstikker og have en markeret bevægelsesretning. Hver deltager har sin egen farve spillebrikker og skriver farvens navn på et af de seks rektangulære felter i nederste venstre hjørne af spillepladen. En brik svarer til en *ket*, som er beskrevet i teoriafsnittet, og brikken kan evt. formes så den ligner en ket.
- Mindst 2 terninger.
- 1 æske tændstikker.
- 44 operatorkort - symbolerne tegnes på kort, der højst er den dobbelte størrelse af spillefelterne (se senere: Operator-kort).
- Ca. 10 stk. 2ν -mærkater, der laves af papir og markeres med 2ν .
- Ca. 3 stk. 4ν -mærkater, se ovenfor.
- 1 kort med påtegnet spejl og bevægelsesretning (til interferometeret).
- 8 små kort med (blå) elektroner til at vise excitation af gain-mediet.

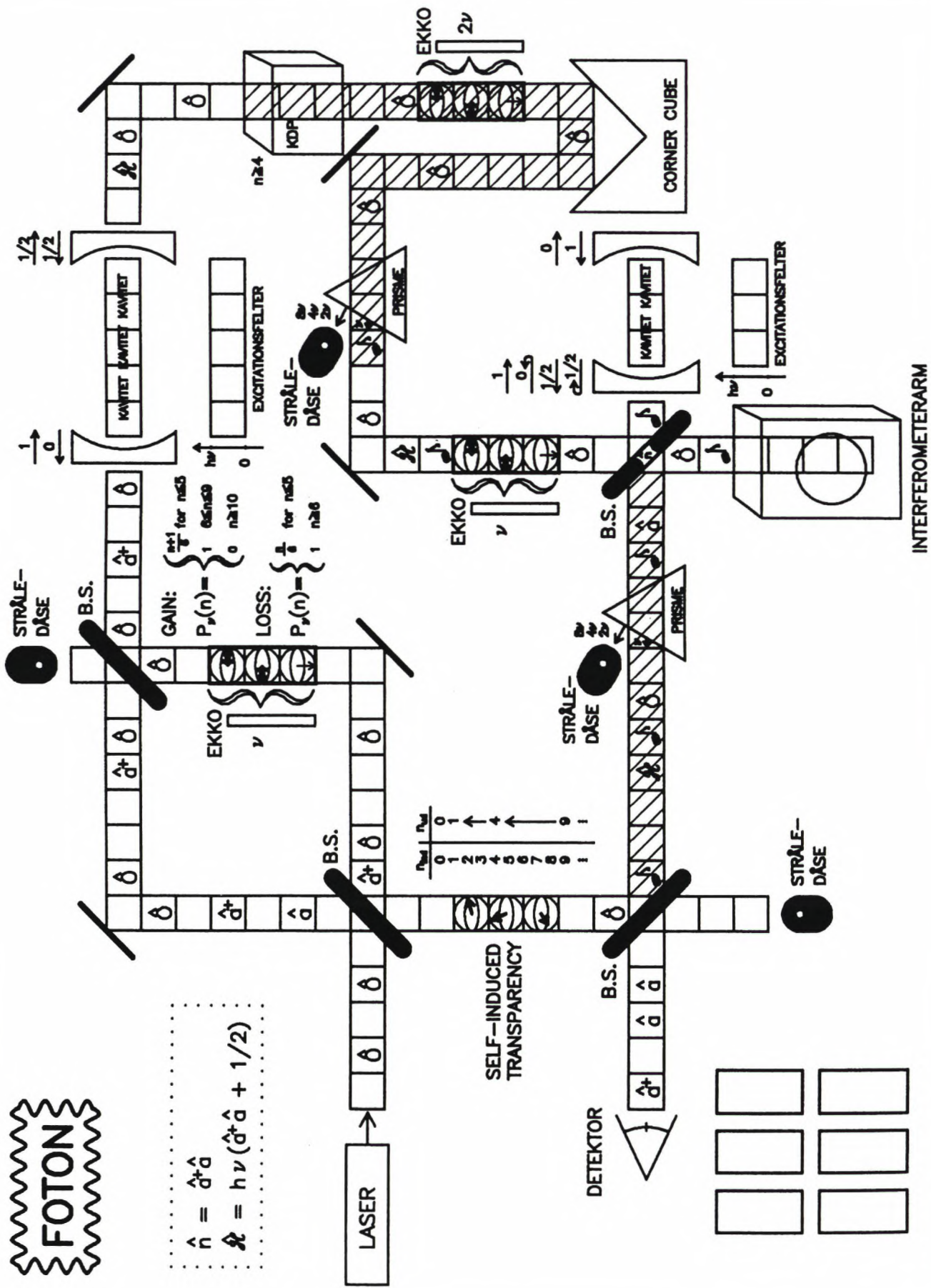
Start: Hver spiller starter med tre operatorkort og én 1-foton-tilstand, d.v.s. en tændstik (foton) i en spillebrik på startfeltet. Spillebrikkerne starter ved laseren, der er placeret i spillepladens venstre side.

Afslutning: Den spiller, der først får i alt seks fotoner i mål (i detektoren), har vundet.

Symboler:

FOTON

$\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$
 $\mathcal{E} = h\nu (\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1/2)$



n	antal fotoner (fotontal)
$ n\rangle$	n -fotontilstand
$\hat{n}$	antalsoperator
ν	frekvens
$\hat{a}^\dagger$	skabelsesoperator
$\hat{a}$	annihilationsoperator
$\hat{\mathcal{H}}$	Hamilton-operator

Generelle spilleregler:

De forskellige spilleres brikker svarer til forskellige modes; men alle har fra starten samme frekvens, ν . En brik med et antal fotoner (evt. 0) kaldes en *tilstand*. Antallet af fotoner i en tilstand kaldes dens fotontal. Hver spiller må højst have tre tilstande - skabes der flere (se senere), vælger spilleren selv, hvilken af hendes/hans tilstande, der spredes ud af strålegangen og derved går tabt. Når man ikke har flere tilstande på spillepladen, får man en vakuum-tilstand (tilstand med nul fotoner), der starter forfra ved laseren. Man har ét terningkast per tur, og man flytter alle sine brikker ifølge dette slag. Man bestemmer på ethvert tidspunkt selv, i hvilken rækkefølge man vil flytte sine tilstande. Sidder en tilstand fast, flyttes med eventuelle andre tilstande. Sidder alle ens tilstande fast (afventer måling i beamsplitter eller ved $\hat{\mathcal{H}}$), må man trække et operatorkort fra bunken. Er det derefter muligt at få en tilstand fri ved at måle, må man slå med terningen og flytte den frie tilstand.

Man kan, når man har tur, anvende ét operator-kort på sin(e) tilstand(e), der står på et **tomt felt**: Et felt, der enten er blankt, skraveret (om skraverede felter se senere) eller mærket med et $\hat{O}$ eller en node. Desuden kan man til hver en tid med et tilstands-kort starte en ny tilstand (idet hver spiller dog højst kan have tre tilstande på brættet). Virkningen af operatorkortene er beskrevet nedenfor. Idet man forlader et tomt felt, kan man efterlade en "mine" i form af et operatorkort med bagsiden opad. Rammer en tilstand et felt med en mine, anvendes mine-kortet straks på tilstanden.

Hvis to tilstande i samme mode, med samme frekvens og kommende fra samme retning mødes (f.eks. afventende måling eller i kaviteten), interfererer de konstruktivt: Den ene tilstand overtager alle fotoner, den anden udgår (f.eks. en to-fotontilstand, der møder en tre-fotontilstand, bliver til én fem-fotontilstand). Der sker intet med to tilstande (i samme mode), der mødes frontalt, eller tilstande i forskellige modes, der mødes.

Felter:

- $\hat{O}$: Træk et operatorkort. Kortet kan gemmes.
- $\hat{a}^\dagger$: Skabelsesoperator. En tilstand, der rammer dette felt, får sit fotontal øget med én.
- $\hat{a}$: Annihilationsoperator. En tilstand der rammer dette felt, får sit fotontal formindsket med

én. **NB:** Virkes med annihilationsoperatoren på en vakuumtilstand, forsvinder den: $\hat{a} |0\rangle = 0$, og tilstanden fjernes fra spillepladen.

- $\hat{\mathcal{H}}$: $\hat{\mathcal{H}} = h\nu(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2})$. Her står en fysiker, der vil vide, hvad ens energi er. Man kan ikke gå videre, før man har lagt en kombination af operatorkort, der giver $\hat{a}^\dagger\hat{a}$ og fortalt fysikeren resultatet.
- **////:** **Område med dispersion.** Frekvensfordoblede tilstande, der starter omgangen i dette område, flytter det dobbelte af terningens øjne. (Brydningsindekset er $n(\nu) = 1/\nu$, så hastigheden, $v = c/n(\nu)$, er proportional med ν .)
- **Node:** Interferometer-felt. Når en tilstand lander på dette felt, skal den pågældende spiller rykke spejlet i interferometerarmen ét felt. Hvis spejlet derved ville lande på et felt, hvor der står en brik, bliver det stående, hvor det var.

Optiske elementer etc.:

Laser: Laseren er en pulseret laser (evt. en farvestof-laser). Alle nye tilstande starter her. En tilstand, der rammer laseren igen, reflekteres. **Stråledåsen:** Tilstande, der ender i stråledåsen, er tabt. **Spejl:** Hvis der ved et spejl ikke er angivet en sandsynlighed for refleksion, er spejlet 100% reflekterende. Ellers slås med en terning svarende til de angivne sandsynligheder for refleksion. Spejlene tælles ikke som felter; en tilstand kan altså ikke lande på et spejl, men vil selvfølgelig altid mærke spejlet, når den passerer det. Når der vendes helt om ved et spejl, tæller det som at rykke et felt, i modsætning til, naar der bare drejes om hjørnet (ved de skrå spejle).

NB: Spejlet ved indgangen til den korteste kaviteten har forskellige sandsynligheder for transmission og refleksion afhængig af, hvilken retning tilstanden kommer fra.

Eksempel: Spejlet ved udgangen af den længste kaviteten har sandsynligheden 1/2 for refleksion og 1/2 for transmission (fra begge sider). Om tilstanden reflekteres eller ej bestemmes ved at kaste en terning, f.eks.: fås 1,2 eller 3 reflekteres tilstanden, slås 4,5 eller 6 transmitteres den.

Frekvensfordoblingskrystal (f. eks. KDP): Landes på et af disse felter fordobles tilstandens frekvens, såfremt den har tilstrækkelig intensitet, hvilket er defineret til et fotontal $n \geq 4$. På grund af energibevarelse halveres antallet af fotoner i tilstanden (der rundes ned). For at markere frekvensfordoblingen placeres et 2ν -kort ved/i spillebrikken. Bliver en 2ν tilstand fordoblet, bliver frekvensen 4ν osv. **NB:** Frekvensfordoblede tilstande, der står i det dispersive område, flytter det dobbelte af terningens øjne, 4ν -tilstande flytter fire gange så hurtigt, osv.

Prisme: I et prisme afbøjes lys afhængigt af dets frekvens (farve). Frekvensfordoblede tilstande, der lander på et prismefelt, afbøjes ud i en stråledåse, idet prismet tænkes orienteret således, at kun en foton med energien $h\nu$ forsætter i strålegangens retning.

Beamsplitter (forkortet B.S.): En beamsplitter er et halvgennemsigtigt spejl, der deler/samler strålen (beamet). I forbindelse hermed laves "Quantum Nondemolition"-måling af foton-tallet i den ene gren. Spillere skal selv aflevere et eller to operatorkort, der giver en $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ til denne måling, ellers må spillebrikken blive stående, indtil måling kan finde sted. Måling skal foretages umiddelbart inden, der flyttes videre – eventuelt midt i et flyt. Ender en tilstand på beamsplitteren, foretages målingen først i begyndelsen af næste runde. Hvordan strålen deles, afgøres ved terningkast efter den tabellerede sandsynlighedsfordeling. To tilstande, der mødes fra direkte modsatte retninger, mærker ikke hinanden. Der fortsætter altid tilstande i begge retninger efter måling ved beamsplitter. Er der ingen fotoner i den ene retning, fortsætter en vakuumtilstand (som man kan vælge at lade spredes ud, hvis man allerede har 3 tilstande i gang på brættet). En vakuumtilstand deles ved beamsplitteren i to vakuumtilstande. Beamsplitteren virker på **alle** (passerende) tilstande uanset, hvor langt terningkastet rækker.

N.B. Beamsplitteren ved interferometeret har allerede de nødvendige operatorkort til måling, så her kan måling foretages direkte uden brug af operatorkort.

Foton-ekko: Hvis en tilstand lander på et foton-ekko med samme frekvens som tilstanden, afleveres én foton, hvis der ikke allerede ligger en tændstik (foton) i feltet ved siden af ekko-felterne. Et ekko udløses, når en brik med mindst én foton rammer et ekko-felt med samme frekvens, hvor der allerede ligger en tændstik (foton). Der startes derved en 1-fotontilstand, $|1\rangle$, tilhørende den spiller, der udløste ekkoet. Den nye tilstand kommer i spil én runde senere. Herved tømmes ekko-feltet. Hvert foton-ekko svarer til tre felter på spillepladen, og der kan kun oplagres én foton pr. ekko. Det kan ske, at en tilstand med mindst to fotoner først afleverer en foton til ekkoet, og i næste runde igen lander på ekko-felterne, før nogen anden tilstand. I så fald udløser tilstanden ekkoet, ganske som enhver anden tilstand med mindst én foton ville gøre.

Kavitet: Består af to spejle og et gain-medium. Gain-mediet, der tænkes at være en gas af to-niveau-atomer, er inverteret fra starten, d.v.s. alle atomer er exciterede (markeres ved, at elektronen (lille kort) er i den øvre tilstand i det tilhørende excitationsfelt nedenfor). Landes der på et felt i kaviteten, afgøres med et terningkast, om det tilsvarende atom henfalder til grundtilstanden. Sker dette, flyttes elektronen ned i grundtilstanden i excitationsfeltet, og tilstandens fotontal øges med én. Sandsynligheden for dette afhænger af antallet af fotoner i tilstanden (se tabel på brættet). Næste gang den brik, der fik atomet til at henfalde, flyttes, inverteres mediet i dette felt igen (elektronen flyttes til den øvre tilstand). Landes på et felt i grundtilstanden afgøres på tilsvarende vis (den anden tabel på brættet), om man mister en foton til atomet, der derved exciteres. For frekvensfordoblede tilstande har gain-mediet ingen effekt.

Eksempel: En 1-fotontilstand kommer ind i kaviteten. Hvis spilleren slår 1 eller 2, får tilstanden en ekstra foton (d.v.s. den bliver en 2-fotontilstand, og en elektron hen-

falder til grundtilstanden). Hvis 2-fotontilstanden efter næste ryk ikke har forladt kaviteten, er det så muligt at vinde en ekstra foton, hvis der slås 1, 2 eller 3.

Interferometer: Består af to arme, hvori lyset splittes op ved beamsplitteren. Den ene arm indeholder en kavitet. Den anden arm er symboliseret ved en højttaler på spillepladen og indeholder et spejl, som flyttes frem og tilbage for at ændre den vejlængde, lyspulsens bevæger sig i interferometerarmen. Spejlet er 100% reflekterende. Hver gang, en spiller lander på et interferometer-felt (et felt med en node på), skal spejlet flyttes ét felt. Hvis spejlet derved lander på et felt, hvor der allerede står en brik, bliver det stående, hvor det var. En pil på spejlet hjælper til at huske, hvilken vej spejlet er i gang med at flytte.

Self-Induced Transparency: I dette medium kan kun tilstande med et bestemt antal fotoner (0,1,4,9,16,...) slippe igennem. Eventuelle overskydende fotoner absorberes og fjernes fra spillebrikken.

Eksempel: En 3-fotontilstand, der lander i mediet, bliver til en 1-fotontilstand; en 4-fotontilstand, der lander i mediet, sker der intet med.

Detektor: Når en tilstand når detektoren, lagres dens fotoner i den rubrik, der tilhører pågældende spiller og den tomme brik tages ud af spillet. Den spiller, der først har fået mindst 6 fotoner i detektoren, har vundet spillet.

Operator-kort:

Skal benyttes i begyndelsen af ens tur (undtagen ved målinger i beamsplitter). Kort kan lægges som "miner" på tomme felter. I parentes er angivet et anbefalet antal af kort af den pågældende slags.

$\hat{a}^\dagger$ (14 stk), $\hat{a}$ (12 stk), $\hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger$ (3 stk), $\hat{a} \hat{a}$ (2 stk), $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ (3 stk), $\hat{P}_{|0\rangle}$ (1 stk), $\cdot \cdot \cdot$ (støv) (1 stk), $| \cdot \rangle$ (2 stk), $| 0 \rangle$ (2 stk), $| 1 \rangle$ (3 stk) og $| 2 \rangle$ (1 stk).

Kortene kan man anvende på en (eller flere) af sine tilstande, såfremt denne (disse) står på et tomt felt. Der må kun benyttes ét kort pr. tilstand i hver spillerunde. Dog må der benyttes to kort, når det er nødvendigt for måling.

$\hat{a}^\dagger$ og $\hat{a}$ virker som beskrevet i afsnittet: "Felter".

$\hat{a} \hat{a}$ annihilerer (fjerner) to fotoner fra en tilstand: vakuum- og 1-fotontilstande udgår eftersom $\hat{a} \hat{a} |1\rangle = \hat{a} |0\rangle = 0$ og $\hat{a} \hat{a} |0\rangle = \hat{a} 0 = 0$.

$\hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger$ skaber to ekstra fotoner i tilstanden.

$\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ måler fotontallet. (Kan f.eks. benyttes i beamsplitter.)

$\hat{P}_{|0\rangle}$ projicerer på vakuumtilstanden - tilstanden tømmes for fotoner.

$\cdot \cdot \cdot$ (støv) spreder tilstanden, som herved udgår.

$| \cdot \rangle$ (spejl): Må lægges foran en af ens egne tilstande. Spejlet forsvinder, når man har anvendt det én gang. Tilstanden reflekteres med sandsynlighed 2/3 og transmitteres med sandsynlighed 1/3.

$|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$ giver nye tilstande, der starter forfra i begyndelsen af ens tur. Har man i forvejen tre tilstande, vælger man selv, hvilken af ens tilstande, der spredes ud.

Ved måling kan flere kort kombineres. Her skal operatorerne anvendes i den rigtige rækkefølge.

Eksempel: Måling ved beamsplitter (d.v.s. $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$) ønskes. I mangel af bedre lægges $\hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger$ og $\hat{a} \hat{a}$. Operatorerne anvendes fra højre, hvorved fotontallet først sænkes med én (en vakuumtilstand går tabt!), dernæst udføres målingen, og strålen splittes, og til sidst får spilleren en ekstra foton i én af de to tilstande efter eget valg.

Flere skøre idéer:

Her har vi samlet de af vore idéer, som vi har valgt ikke at tage med i denne udgave af reglerne. Læseren er velkommen til at prøve sig frem med disse og egne skøre idéer - helt på eget ansvar.

Interferens: Indhenter én spillers tilstand en anden spillers tilstand, som står på et **tomt felt**, opstår interferens mellem de to tilstande. Dette betyder, at den indhentede spillers tilstand forsvinder væk fra spillebrættet og den indhentende overtager den indhentes fotoner. På denne måde indføres det fra Ludo kendte jagtbegreb i FOTON. Bemærk dog, at denne regel er i modstrid med spillets antagelse om, at forskellige spillers brikker repræsenterer forskellige modes.

Møde: Operatorkrig. Lander en spiller på et felt (ikke beamsplitter eller $\mathcal{H}$), hvor en anden spiller står, må han/hun bruge et operator-kort på den andens eller sin egen tilstand. Derefter må den anden spiller, såfremt dennes tilstand stadig eksisterer, bruge et kort. Derefter skiftes spillerne til at bruge kort, indtil én af spillerne vælger at lade være, eller én af tilstandene er forsvundet.

Måling: Ved måling skal man sige energien højt til de andre spillere. Hvis man regner den forkert ud, er målingen forkert og skal gøres om, og de anvendte operatorkort er gået tabt.

Andre målinger: Man kunne lave andre målinger end quantum non-demolition målinger, disse må dog koste mindst én foton.

Matricelementer: Hvis to tilstande, der kommer fra modsatte retninger, $\langle n |$ og $| m \rangle$, mødes, så deres tilstande danner et matricelement (bra, operator, ket: $\langle n | \hat{O} | m \rangle$), skal matricelementet udregnes.

Forslag 1: Hvis dette viser sig at give nul, udgår begge tilstande. Giver målingen derimod et tal, får begge tilstande dette antal fotoner ekstra i deres tilstande, inden de går videre.

Forslag 2: Begge spillere får lov at trække så mange operatorkort, som matricelementet giver, og tilstandene udgår.

Kommutatorrelationer: Her kan man udnytte sin viden inden for kvantemekanik til selv at danne de ønskede operatorer ud fra kommutatorrelationer, der involverer de operatorer, man har kort til. F.eks. kan udnyttes at $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = \hat{a} \hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger \hat{a} = 1$.

Det er op til læserens fantasi at bestemme, hvorledes de dannede konstanter skal benyttes.

Kavitæt, alternativ regel: En tilstand, der rammer det halv-gennemskinnelige spejl, deles som ved beamsplitter.

En spiller vil altså kunne tjene fotoner i gain-mediet i lang tid og hele tiden "spytte" små portioner videre. Reglen kræver, at man tillader mere end 3 tilstande pr. spiller.

Chopper: Lader tilstande passere med en given sandsynlighed (ens for alle).

Polarisation: Ud over at karakterisere sine tilstande ved antallet af fotoner(n) og udbredelsesfrekvens (ν eller 2ν), kan man give hver tilstand en polarisation. I opstillingen kan nu opsættes polarisationsfiltre, der f.eks. kun tillader den vertikale del af polarisationen at passere. Desuden kan opsættes dobbeltbrydende krystaller, hvis brydningsindeks afhænger af lysets polarisation (birefringence).

balzers

Den enkleste metode til
pålidelig gasanalyse



Sænk udgifterne ved erkendelse
af proces-problemer, før kostbar
produktionstid tapes



Nordiska Balzers AB
Baunegårdsvej 7L
DK-2820 Gentofte
Tel 31 68 32 61
Fax 31 68 22 55

Nordiska Balzers AB
Box 10412
S-434 24 Kungsbacka
Tel *46-300 710 80
Fax *46-300 172 85

Beamsplittertabeller

I disse tabeller ses, hvorledes strålen deles efter passage af beamsplitteren. Fotontilstande, der passerer beamsplitteren samtidigt, interferer kun med hinanden som beskrevet i tabellerne, såfremt de tilhører samme spiller og ikke kommer direkte mod hinanden (tilstande, der kommer fra samme retning interfererer konstruktivt – se Generelle spilleregler), dvs. såfremt der entydigt er en brik, der kommer fra højre, og en fra venstre. Man forestiller sig altså, at man står mellem de to veje, brikkerne kommer fra, og kigger på beamsplitteren. Retningerne højre og venstre efter interferensen ved beamsplitteren er derved også fastlagt. Har man kun en enkelt tilstand ved beamsplitteren, da defineres de to mulige udveje hhv. højre og venstre ved, at lyset reflekteres og/eller transmitteres ved beamsplitteren.

Den samlede fotontilstand før beamsplitteren, ϕ_{12} , betegnes med to tal, n og m , således: $|n, m\rangle$, hvor tallet n fortæller, hvor mange fotoner der er i tilstanden, der kommer fra venstre, og m tilsvarende er antallet af fotoner i tilstanden fra højre. Den udgående stråle ϕ_{34} karakteriseres også ved to tal: $|n', m'\rangle$, hvor n' og m' angiver, hvor mange fotoner der er i de tilstande, der henholdsvis fortsætter til venstre og højre efter beamsplitteren.

Benyttelse af tabellen

- ϕ_{12} : Indkommende (total) fotontilstand.
 N : Antal terninger, der skal benyttes.
 r_1 : Antal øjne på terning 1.
 r_2 : Antal øjne på terning 2.
 r : Resultat af terningkast, for $N=2$ givet ved $r = (r_1 - 1) * 6 + r_2$.
 ϕ_{34} : Udgående (total) fotontilstand.
 $P_{12 \rightarrow 34}$: Angiver den præcise sandsynlighed udregnet jvf. nedenstående teori.

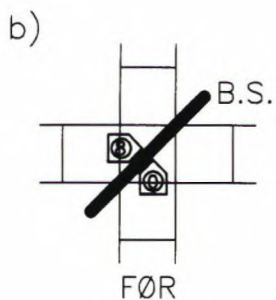
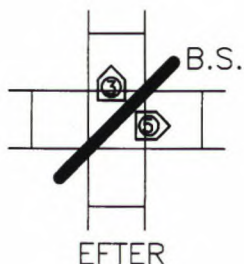
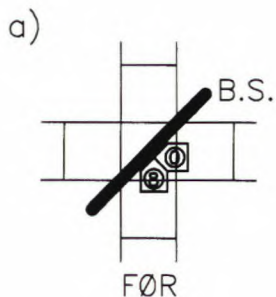
Man kan enten vælge at benytte den præcise sandsynlighedsfordeling ($P_{12 \rightarrow 34}$) for ϕ_{34} , eller man kan bruge den simplificerede indgang i tabellen (r). 4-, 8-, 10- og 12-sidede terninger (eller en lommeregner, der kan genere tilfældige tal) er nyttige, hvis man vil benytte den præcise sandsynlighedsfordeling. Under den simplificerede indgang til tabellen er den præcise sandsynlighedsfordeling approksimeret ved tal r . r ligger mellem 1 og 6 for $N=1$ og mellem 1 og 36 for $N=2$. Dette gør det muligt at bestemme den samlede udgående fotontilstand ved hjælp af ét terningkast med højst to terninger.

For $N=2$ slås et tilfældigt tal mellem 1 og 36 således: r_1 og r_2 er antallet af øjne på henholdsvis terning 1 og 2. Tallet r mellem 1 og 36 fås ved:

$$r = (r_1 - 1) * 6 + r_2$$

Eksempel:(Se illustration). En 8-fotontilstand kommer til en beamsplitter fra venstre. Fra højre kommer ingenting (eller evt. en vacuumtilstand). I tabellen ses under $\phi_{12} = |8, 0\rangle$. Man tager to terninger og slår resultatet $r_1=4$ og $r_2=3$, hvilket giver $r=21$. Ved opslag i tabellen fås $\phi_{34} = |3, 5\rangle$, dvs. en 3-fotontilstand fortsætter til venstre og en 5-fotontilstand til højre.

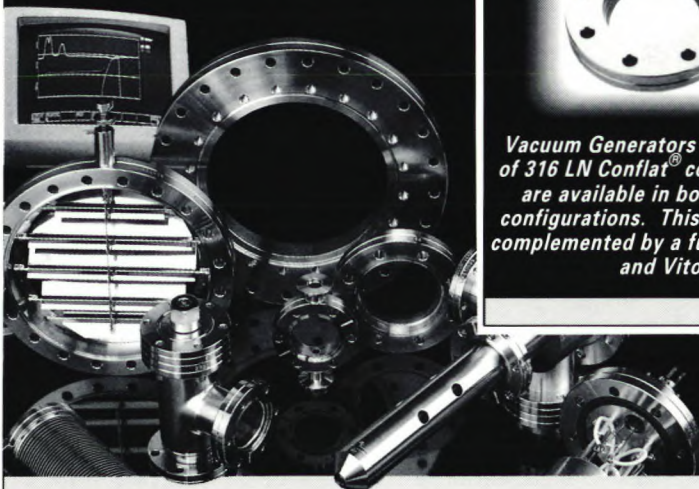
ϕ_{12}	N	r	ϕ_{34}	$P_{12 \rightarrow 34}$
$ 0, 0\rangle$	0	alle	$ 0, 0\rangle$	1
$ 1, 0\rangle$ eller $ 0, 1\rangle$	1	1-3 4-6	$ 1, 0\rangle$ $ 0, 1\rangle$	1/2 1/2
$ 2, 0\rangle$ eller $ 0, 2\rangle$	1	1 2 3-4 5-6	$ 2, 0\rangle$ $ 0, 2\rangle$ $ 1, 1\rangle$ slå om	1/4 1/4 2/4
$ 3, 0\rangle$ eller $ 0, 3\rangle$	2	1-4 5-8 9-20 21-32 33-36	$ 3, 0\rangle$ $ 0, 3\rangle$ $ 2, 1\rangle$ $ 1, 2\rangle$ slå om	1/8 1/8 3/8 3/8
$ 4, 0\rangle$ eller $ 0, 4\rangle$	2	1-2 3-4 5-12 13-20 21-32 33-36	$ 4, 0\rangle$ $ 0, 4\rangle$ $ 3, 1\rangle$ $ 1, 3\rangle$ $ 2, 2\rangle$ slå om	1/16 1/16 4/16 4/16 6/16
$ 5, 0\rangle$ eller $ 5, 0\rangle$	2	1 2 3-7 8-12 13-22 23-32 33-36	$ 5, 0\rangle$ $ 0, 5\rangle$ $ 4, 1\rangle$ $ 1, 4\rangle$ $ 3, 2\rangle$ $ 2, 3\rangle$ slå om	1/32 1/32 5/32 5/32 10/32 10/32
$ 6, 0\rangle$ eller $ 0, 6\rangle$	2	1 2 3-5 6-8 9-16 17-24 25-35 36	$ 6, 0\rangle$ $ 0, 6\rangle$ $ 5, 1\rangle$ $ 1, 5\rangle$ $ 4, 2\rangle$ $ 2, 4\rangle$ $ 3, 3\rangle$ slå om	1/64 1/64 6/64 6/64 15/64 15/64 20/64
$ 7, 0\rangle$ eller $ 0, 7\rangle$	2	1-2 3-4 5-10 11-16 17-26 27-36	$ 7, 0\rangle$ $ 0, 7\rangle$ $ 6, 1\rangle$ $ 1, 6\rangle$ $ 5, 2\rangle$ $ 2, 5\rangle$ $ 4, 3\rangle$ $ 3, 4\rangle$	1/128 1/128 7/128 7/128 21/128 21/128 35/128 35/128
$ 8, 0\rangle$ eller $ 0, 8\rangle$	2	1 2 3-6 7-10 11-18 19-26 27-36	$ 8, 0\rangle$ $ 0, 8\rangle$ $ 7, 1\rangle$ $ 1, 7\rangle$ $ 6, 2\rangle$ $ 2, 6\rangle$ $ 5, 3\rangle$ $ 3, 5\rangle$ $ 4, 4\rangle$	1/256 1/256 8/256 8/256 28/256 28/256 56/256 56/256 70/256
$ 9, 0\rangle$ eller $ 0, 9\rangle$	2	1 2 3-4 5-6 7-12 13-18 19-27 28-36	$ 9, 0\rangle$ $ 0, 9\rangle$ $ 8, 1\rangle$ $ 1, 8\rangle$ $ 7, 2\rangle$ $ 2, 7\rangle$ $ 6, 3\rangle$ $ 3, 6\rangle$ $ 5, 4\rangle$ $ 4, 5\rangle$	1/512 1/512 9/512 9/512 36/512 36/512 84/512 84/512 126/512 126/512
$ 10, 0\rangle$ eller $ 0, 10\rangle$	2	1 2 3-4 5-6 7-10 11-14 15-21 22-28 29-36	$ 10, 0\rangle$ $ 0, 10\rangle$ $ 9, 1\rangle$ $ 1, 9\rangle$ $ 8, 2\rangle$ $ 2, 8\rangle$ $ 7, 3\rangle$ $ 3, 7\rangle$ $ 6, 4\rangle$ $ 4, 6\rangle$ $ 5, 5\rangle$	1/1024 1/1024 10/1024 10/1024 45/1024 45/1024 120/1024 120/1024 210/1024 210/1024 252/1024



ϕ_{12}	N	r	ϕ_{34}	$P_{12 \rightarrow 34}$
$ 1, 1\rangle$	1	1-3 4-6	$ 2, 0\rangle$ $ 0, 2\rangle$	1/2 1/2
$ 2, 1\rangle$ eller $ 1, 2\rangle$	2	1-12 13-24 25-28 29-32 33-36	$ 3, 0\rangle$ $ 0, 3\rangle$ $ 2, 1\rangle$ $ 1, 2\rangle$ slå om	3/8 3/8 1/8 1/8
$ 2, 2\rangle$	2	1-12 13-24 25-32 33-36	$ 4, 0\rangle$ $ 0, 4\rangle$ $ 2, 2\rangle$ slå om	3/8 3/8 2/8
$ 3, 1\rangle$ eller $ 1, 3\rangle$	1	1 2 3 4 5-6	$ 4, 0\rangle$ $ 0, 4\rangle$ $ 3, 1\rangle$ $ 1, 3\rangle$ slå om	1/4 1/4 1/4 1/4
$ 3, 2\rangle$ eller $ 2, 3\rangle$	2	1-10 11-20 21-22 23-24 25-28 29-32 33-36	$ 5, 0\rangle$ $ 0, 5\rangle$ $ 4, 1\rangle$ $ 1, 4\rangle$ $ 3, 2\rangle$ $ 2, 3\rangle$ slå om	5/16 5/16 1/16 1/16 2/16 2/16
$ 4, 1\rangle$ eller $ 1, 4\rangle$	2	1-5 6-10 11-19 20-28 29-30 31-32 33-36	$ 5, 0\rangle$ $ 0, 5\rangle$ $ 4, 1\rangle$ $ 1, 4\rangle$ $ 3, 2\rangle$ $ 2, 3\rangle$ slå om	5/32 5/32 9/32 9/32 2/32 2/32

C:\COMPONENTS
SELECT CAPABILITY:
VACUUM GENERATORS
FLANGES IN 316 LN
VG MICROTCH
VG QUADRUPOLES

The Seal of Approval from UHV Science



316 LN Stainless Steel Flanges for the Ultimate in Sealing Performance

Not only does 316LN have a much lower magnetic permeability and lower outgassing rates when compared to 304, but this exceptional grade of material is also much more resistant to the knife edge 'roll-over' that can occur when UHV joints are repeatedly made and broken.



Vacuum Generators stock a complete range of 316 LN Conflat® compatible flanges which are available in both fixed and rotatable configurations. This range of flanges is also complemented by a full range of OFHC Copper and Viton® gaskets.

VACUUM GENERATORS

FISONS
Instruments

Fisons Instruments Nordic AB
Box 1176
S-171 23 SOLNA
Sweden
Tel : +46 08 730 02 95
Fax : +46 08 730 42 42

Om elektromagnetisk stråling og fotoner

En af de første iagttagelser af, at stråling kunne opfattes som bestående af en samling små energiportioner, blev gjort af Planck, da han studerede hulrumsstrålingen¹. Strålingen fra et ophedet legeme i ligevægt var adskillige år tidligere blevet behandlet klassisk og specielt, hvad angik hulrumsstråling, havde man fundet modstrid mellem de eksperimentelle observationer og den gængse teoretiske model. Modellen var baseret på Rayleigh-Jeans fordelingsloven, som sagde, at den udstrålede intensitet fra et hulrum skulle være omvendt proportionalt med kubben på bølgelængden. I grænsen af store bølgelængder ligner de eksperimentelle resultater Rayleigh-Jeans modellen, men for små bølgelængder udvises ikke noget maksimum, modellen divergerer totalt fra eksperimenterne. Denne opførsel ved små bølgelængder er kendt som den *ultraviolette katastrofe*. De klassiske betragtninger byggede på den statistiske termodynamik, og var gennemført uden at lægge bånd på energien associeret med det elektriske felt i hulrummet. Dette viste sig at være principielt forkert. Planck løste gåden, idet han antog, at energien kun kunne antage diskrete værdier, bestående af et helt antal portioner af energikvantet $h\nu$, hvor ν er frekvensen, og h er Planck's konstant. Heraf udledte Planck sin strålingslov og skabte overensstemmelse mellem teori og eksperiment. Det nye energikvant blev døbt *fotonen*.

Plancks måde at gribe hulrumsstrålingen an på kunne betegnes som en indledende kvantisering af det elektromagnetiske felt. Idéen om, at energi var kvantiseret, gav skub i en ny udvikling inden for fysikken. Kvantemekanikken blev født. Feltkvantisering er i dag en del af en fundamental teori for beskrivelsen af vekselvirkning mellem lys og stof. Teorien, som kaldes *kvante-elektrodynamikken*, forener bølgeaspektet af den elektromagnetiske stråling med partikelaspektet, det vil sige fotonen.

Vi vil nu gå videre med idéen om kvantisering af det elektromagnetiske felt. Først specificeres det område, inden for hvilket vi ønsker at kvantisere. For at gøre det lettere for os selv vil vi kvantisere feltet i en kasse (kavitet) med perfekt reflekterende sider. Kassen har volumen V , og strålingen i kassen udgør et isoleret system. Sætter man sådanne rumlige begrænsninger på et elektromagnetisk felt, opstår *mode*-begrebet. Kassens endelige størrelse tillader kun elektromagnetisk stråling at optræde i bestemte modes (svingningstilstande) svarende til, at feltet består af stående bølger. Til enhver elektromagnetisk bølge er endvidere knyttet en polarisation og en udbredelsesretning. Polarisationen angiver retningen af det elektriske felt, og udbredelsesretningen for bølgen er angivet ved en bølgevektor k . Vi vælger her at betragte en mode af det elektromagnetiske felt, der udbreder sig langs en veldefineret retning, som døbes x -retningen. En mode af det elektromagnetiske felt er således karakteriseret ved en frekvens ν , en bølgevektor k og en polarisation.

I det følgende betragtes kun én enkelt mode af det elektromagnetiske felt.

Ud fra Maxwells ligninger er det muligt at udlede et udtryk for den elektromagnetiske energitæthed i et felt. Betragtes et lille volumen dV i kassen med energitætheden $\mathcal{U}$ vil $\mathcal{U}dV$ angive den mængde elektromagnetisk energi, der er til rådighed i volumenet. Energitætheden er:

$$\mathcal{U} = \frac{\epsilon_0}{2}(E^2 + c^2 B^2) \quad (1)$$

hvor E er det elektriske felt, B er det magnetiske felt, ϵ_0 er vakuum permittiviteten og c er lyshastigheden. For systemet som helhed opskrives en funktion $\mathcal{H}$, der sættes lig den totale energi af systemet. Denne funktion kaldes den klassiske Hamiltonfunktion, og kan udtrykkes som et integral af energitætheden over volumenet V :

$$\mathcal{H} = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V (E^2 + c^2 B^2) dV \quad (2)$$

At opstille den klassiske Hamiltonfunktion for et fysisk system er ofte det første skridt på vejen til en kvantisering af systemet. Man får de kvantemekaniske ligninger ud fra de klassiske ligninger ved at erstatte de klassiske størrelser, som for eksempel det elektriske felt E og det magnetiske felt B , med tilsvarende kvantemekaniske *operatorer*.

Til forskel fra den klassiske fysik betragter man i kvantemekanikken fysiske systemer som værende i bestemte *tilstande*. Fysiske størrelser bestemmes ved at anvende kvantemekaniske operatorer på disse tilstande. Lader man en operator virke på en tilstand, får man en *fysisk observabel*. Kvantemekaniske operatorer markeres ved at anbringe en "hat" over det tilsvarende symbol for den klassiske størrelse. Eksempelvis er $\hat{E}$ den elektriske feltoperator, det vil sige den kvantemekaniske analog til det klassiske elektriske felt E .

Tilstande i kvantemekanikken har fået deres helt specielle symbol. Symbolet kaldes en *ket* og skrives: $| \rangle$. Man anbringer et bogstav eller et symbol i ketten for at kunne holde styr på, hvilken type tilstand man arbejder med. For eksempel vil $|n\rangle$ komme til at betegne en foton-tilstand med n fotoner.

Vi skal introducere to nye kvantemekaniske operatorer, der viser sig at være særdeles velegnede til at beskrive det kvantiserede elektromagnetiske felt. Disse er de såkaldte *step-operatorer*, og skrives som henholdsvis $\hat{a}^\dagger$ og $\hat{a}$. Ved hjælp af disse operatorer opstilles Hamiltonoperatoren for en enkelt mode af det elektromagnetiske felt, og ser således ud:

$$\hat{\mathcal{H}} = h\nu(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}) \quad (3)$$

Ligning (3) er den kvantemekaniske analog til ligning (2), og det indses, at $\hat{a}^\dagger$ og $\hat{a}$ må være relateret til det elektriske og det magnetiske felt. Vi vil imidlertid slet ikke

bekymre os om de eksakte definitioner af de to operatoren, men snarere koncentrere os om deres egenskaber.

Vi nævnte tidligere, at den klassiske Hamiltonfunktion for elektromagnetisk stråling var lig energien af systemet. Tilsvarende vil Hamiltonoperatoren for elektromagnetisk stråling anvendt på en fysisk tilstand give den observable energi $\mathcal{E}$. Man kan forestille sig Hamiltonoperatoren $\hat{\mathcal{H}}$ som en funktion, der opererer på en tilstand $|n\rangle$ og som resultat giver den observable energi $\mathcal{E}_n$. For en tilstand $|n\rangle$ gælder:

$$\hat{\mathcal{H}}|n\rangle = \mathcal{E}_n|n\rangle \quad (4)$$

Bemærk at der implicit i denne skrivemåde forstås et opererer på mellem $\hat{\mathcal{H}}$ og $|n\rangle$, hvorimod der mellem $\mathcal{E}_n$ og $|n\rangle$ er et normalt gangetegn. Tilstandene $|n\rangle$ kaldes *fotontilstande*, og variabelen n kan fortolkes som antallet af fotoner i fotontilstanden. $\mathcal{E}_n$ er altså energien af fotontilstanden $|n\rangle$.

Særlige egenskaber ved step-operatorerne findes når man lader disse operere på fotontilstande. Operationerne følger lovmæssighederne:

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (5)$$

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad (6)$$

Ved at anvende $\hat{a}^\dagger$ på en fotontilstand med n fotoner opnås en fotontilstand med $n+1$ fotoner, og det modsatte gør sig gældende for $\hat{a}$ -operatoren. Populært siges det, at $\hat{a}^\dagger$ skaber en foton i en mode af det elektromagnetiske felt, mens $\hat{a}$ tilintetgør (annihilerer) en foton i moden.

Vi konstruerer en operator: $\hat{n} = \hat{a}^\dagger\hat{a}$ og lader den virke på en fotontilstand med n fotoner. Benyttes ligning (5) og (6) fås:

$$\begin{aligned} \hat{n}|n\rangle &= \hat{a}^\dagger\hat{a}|n\rangle \\ &= \hat{a}^\dagger\sqrt{n}|n-1\rangle \\ &= \sqrt{n}(\hat{a}^\dagger|n-1\rangle) \\ &= \sqrt{n}\sqrt{n}|n\rangle \\ &= n|n\rangle \end{aligned}$$

Når vi virker med $\hat{n}$ -operatoren på en fotontilstand $|n\rangle$, får vi antallet af fotoner n i den betragtede tilstand. Operatoren $\hat{n}$ døbes *antalsoperatoren*. For at bestemme antallet af fotoner i en fotontilstand skal man altså bruge en $\hat{a}^\dagger$ - og en $\hat{a}$ -operator.

Energien $\mathcal{E}_n$ indeholdt i en mode af det elektromagnetiske felt i kaviteten fås ved at anvende Hamiltonoperatoren (ligning 3 og 4) på en fotontilstand.

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}|n\rangle &= h\nu(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2})|n\rangle \\ &= h\nu(\hat{n} + \frac{1}{2})|n\rangle \\ &= h\nu(n + \frac{1}{2})|n\rangle \end{aligned}$$

Det vil sige,

$$\mathcal{E}_n = h\nu(n + \frac{1}{2}) \quad (7)$$

Vi kan bestemme energien af en fotontilstand ved at benytte de to operatoren $\hat{a}^\dagger$ og $\hat{a}$. Hver gang en tilstand forøger sit fototal med én ($|n\rangle \rightarrow |n+1\rangle$), forøges dens energi med $h\nu$. Dette er i overensstemmelse med Plancks antagelse om, at energien af elektromagnetisk stråling er givet ved et helt antal af kvantet $h\nu$.

Det blev nævnt, at step-operatorerne afhang af det elektriske og det magnetiske felt. Det er muligt at udtrykke den elektriske og den magnetiske feltoperator ved step-operatorerne.

$$\begin{aligned} \hat{E} &= E_0(\hat{a}^\dagger + \hat{a})\sin(kx), & E_0 &= \sqrt{\frac{h\nu}{\epsilon_0 V}} \\ \hat{B} &= B_0(\hat{a}^\dagger - \hat{a})\cos(kx), & B_0 &= \frac{1}{c}E_0 \end{aligned}$$

En væsentlig forskel mellem den klassiske og den kvantemekaniske feltbeskrivelse opdager man, når man lader fototallet blive nul. Det vil sige, når man betragter en fotontilstand uden fotoner. Denne tilstand kaldes *vakuumtilstanden*, $|0\rangle$, og er en kvantemekanisk tilladt tilstand for det elektromagnetiske felt.

Den spontane emission, det vil sige udsendelsen af lys fra et atom, der henfalder fra en exciteret tilstand til en lavereliggende tilstand, er forårsaget af vekselvirkning med vakuumtilstanden. Lignende vekselvirkning finder man, når man betragter den stimulerede emission, hvor en foton i nærheden af et exciteret atom stimulerer dette til at henfalde og udsende en foton.

Edwards High Vacuum Turbomolekularpumper

- ★ 4 basistyper
- ★ Ny EXT E økonomiversion
- ★ High Power DC-motor
- ★ 17 modeller
- ★ 40 flangevarianter
- ★ Lavt støj- og vibrationsniveau



Edwards High Vacuum er en af verdens førende producenter af vakuum-pumper og -udstyr. Den nye EXT E version gør det nu muligt at anskaffe en Turbomolekular Vakuumpumpe til en fornuftig pris. Kan køles enten med luft eller vand, og kan styres af den normale EXC350 og EXC500 Turbo-kontroller. Edwards High Vacuum er også Dry Pumps, Diff. Pumps, Vakuum måleinstrumenter, Frysetøringsanlæg og På-dampningsanlæg.

Ring for yderligere oplysninger!

Marielundvej 36
2730 Herlev
42 91 75 11

Buch & Holm A/S

Denne effekt udnyttes i laseren. I kølvandet på feltkvantiseringen følger en forståelse af den spontane emission, idet vakuumtilstanden er en naturlig del af det kvantiserede felt.

Der eksisterer en teknik, hvorved man kan bestemme antallet af fotoner i en fotontilstand uden at de forsvinder, som i en normal detektor. Teknikken, der anvendes, kaldes *quantum nondemolition*² og er baseret på en fasefølsom detektion af atomer, som har vekselvirket med en fotontilstand. En stråle af atomer med en veldefineret fase sendes gennem den kavitæt, hvori vores fotontilstand befinder sig. Fotonerne vil vekselvirke ikke-resonant med atomerne og påvirke deres fase. Faseskiftet bliver proportionalt med antallet af fotoner i fotontilstanden, og da vores vekselvirkning er ikke-resonant, kan absorptionsprocesser negligeres. Når atomerne passerer ud gennem den anden ende af kavitæten, analyseres deres fase ved målinger af overgangssandsynligheden for en bestemt atomar overgang. Med den faseinformation, man herved opnår, kan man udtale sig om, hvor mange fotoner der er i fotontilstanden.

I denne behandling af feltkvantisering har vi indført fotonbegrebet. At snakke om fotoner medfører feltkvantiseringen, og da Planck indførte kvantet for hulkorpusstrålingen, kvantiserede han faktisk det elektromagnetiske felt. En dybereliggende kvantemekanisk formalisme danner basis for beskrivelsen af den elektromag-

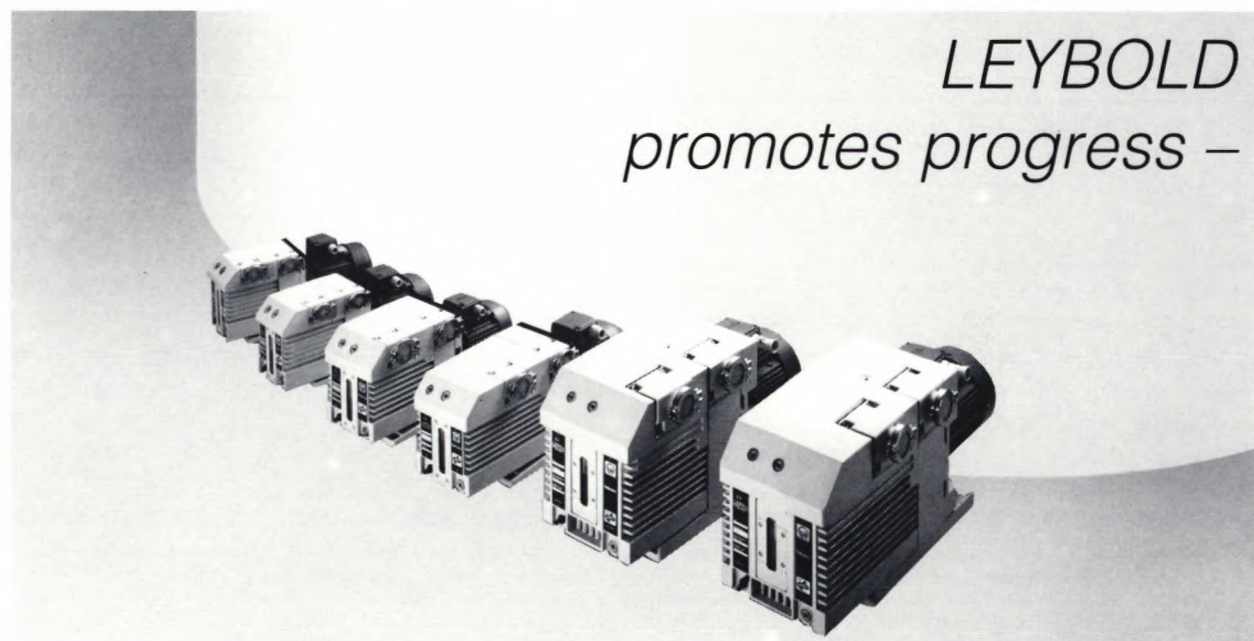
netiske stråling, men essensen udspringer af fotonbegrebet. Lys består af fotoner, og en foton er et kvant af det elektromagnetiske felt.

Referencer:

- 1) Bent Elbek, *KVANT* 4, 3. årgang (1992).
- 2) Serge Haroche and Jean-Michel Raimond, *Cavity Quantum Electrodynamics*, Scientific American, April 93.



Nina B. Thoft og Kim Lefmann er Ph.D.studerende i fysik på Forskningscenter Risø/Københavns Universitet. Rune H. Jacobsen er Ph.D.studerende i fysik ved Aarhus Universitet. Lene B. Oddershede er Ph.D.-studerende i fysik ved Odense Universitet/DTU,



with the well-proven rotary vane TRIVAC-B vacuum pump series.
Excellent final vacuum, integrated oil circulatory pump, high level of hydrogen compatibility, and smooth running are the TRIVAC-B pump features.

Interested? Ask your Leybold adviser.

LEYBOLD AG – A Degussa Company



Leybold ApS, Roskildevej 342, 2630 Tåstrup, Tlf. 43 99 64 44