# Seismik - en opgave i 3.g

*Maiken Kildegård, Svendborg Gymnasium*

Som 3.g'er blev jeg i år, som alle andre 3.g'ere, stillet overfor spørgsmålet om hvilket fag, jeg ønskede at skrive 3.årsopgave i. Det skulle være i dansk, historie eller i et at mine valgfag på højt niveau, for mit vedkommende matematik, kemi eller fysik. Valget faldt på fysik, blandt andet fordi det fag altid har haft min interesse. Dansk og historie havde jeg skrevet om tidligere, og et projekt i matematik eller kemi fangede ikke min interesse.

Emnevalget var ikke det store problem, idet jeg fra begyndelsen var indstillet på geofysik. Mit første rigtige møde med geofysikken havde jeg på kurset SORØDAGE 90. Efter dette kursus begyndte jeg at læse en del bøger om geofysiske emner, og ud fra denne viden besluttede jeg mig for, at mit emne skulle være **seismisk bølgeudbredelse**.

Jeg kontaktede herefter Klaus Mosegaard på Geofysisk Institut i København, som jeg kendte fra SORØDAGE 90, og forespurgte om han kunne hjælpe mig med litteratur og eksperimenter. Denne henvendelse førte til et 2-dages studie-ophold i København, hvor vi gennemførte en seismisk refraktionsmåling, og talte om teorien bag den.

Under vejledning fra min fysiklærer, Otto Fabricius, gennemførte jeg nogle målinger på bølgeudbredelseshastigheder - longitudinale, som transversale - i forskellige materialer. I henhold til min opgaveformulering skulle jeg kun gennemgå den teori, som gik specifikt på de eksperimentelle dele af opgaven. Teorien begrænsede sig dermed til udledningen af den éndimensionale bølgeligning, samt teorien bag refraktionsøvelsen. Dette fyldte sammen med en gennemgang af mine udførte eksperimenter godt 20 sider excl. bilag. Hovedtemaerne er gengivet i det følgende.

## Mekanisk bølgeteori

Seismiske bølger er en form for mekaniske bølger (''lydbølger''), idet de kun kan udbrede sig gennem et medium - så som fast stof, væske eller gas - i dette tilfælde gennem jorden.

Bølger kan karakteriseres som en svingende forstyrrelse der udbreder sig i et medium. Bølgetypen afhænger af hvorvidt mediets massedele svinger parallelt med eller vinkelret på udbredelsesretningen. Svinger de vinkelret på udbredelsesretningen, kaldes bølgen for transversal, og hvis den svinger parallelt med udbredelsesretningen, kaldes den longitudinal.

De longitudinale bølger kan udbrede sig i alle medier, fordi de altid vil ''skubbe' sig vej gennem mediet.

Transversale bølger kan kun udbrede sig gennem faste stoffer, idet molekyler i væsker og gasser vil ''glide a' mod hinanden, så bølgen ikke kommer videre.

Den hastighed, som bølgerne udbreder sig med, afhænger af materialets elastiske egenskaber og af massefylden. Sammenhængen bliver udledt i næste afsnit.

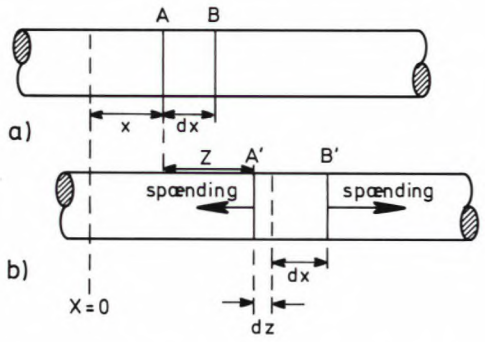
## Bølgeligningen

Når en bølge passerer et medium, så vil der eksistere et spændingsfelt og et deformationsfelt. Disse er begge funktioner af tid og sted.

Der findes en sammenhæng mellem spænding (kraft pr. areal) og acceleration givet ved Newtons 2.lov, og sammenhængen mellem spænding og deformation er givet ved elasticitetslovene. En kombination af disse giver således sammenhængen mellem deformation og acceleration. Og ud af dette kan bølgeligningen udledes. Dens løsning angiver deformationen som funktion af tid og sted, hvilket er lig med oplysning om bølgernes fremadskriden.

Jeg vil udlede bølgeligningen for en længdedeformation, det vil sige for en longitudinal bølge (figur 1).

Vi har en stang af et elastisk, deformerbart materiale (homogent og isotropisk), hvor x-aksen ligger parallelt med stangen, og hvor nulpunktet er vilkårligt valgt.




**Figur 1.** En stang af elastisk, deformerbart materiale.

Når stangen længdedeformeres, så vil punktet $A$ forskydes til A'. Forskydningen $Z$ betegner forskydningen fra ligevægtsstillingen. Denne forskydning afhænger både af tiden $t$ og af placeringen i stangen, det vil sige af x-koordinaten. Det er denne afhængighed $Z=Z(x,t)$, som bølgeligningen handler om.

Man må nu gøre sig klart, at spændingen $S$ i snitfladen gennem $A'$ ikke afhænger direkte af forskydningen $Z$, men derimod af deformationen lokalt omkring $A'$. Hvis et lille stykke d$x$ ved $A$ forlænges med d$Z$, så er den relative forlængelse d$Z$/d$x$, og ifølge elasticitetslovene har man $S=E$ d$Z$/d$x$, hvor $E$ kaldes elasticitetsmodulen eller Young's modul.

Vi undersøger bevægelsen af det lille stykke af stangen mellem $A$ og $B$, hvis oprindelige (ligevægts-)afstand kaldes d$x$. Hvis spændingerne i $A'$ og $B'$ er ens, så er den resulterende kraft nul og $A'B'$ er i hvile. Hvis der derimod for eksempel er en trækspænding i $B'$, som er større end i $A'$, så bliver $A'B'$ påvirket af en resulterende kraft mod højre (figur 1). Kraften pr. areal bliver generelt:

$$S_B - S_A = E\left(\left(\frac{dZ}{dx}\right)_B - \left(\frac{dZ}{dx}\right)_A\right) = E\frac{d^2Z}{dx^2}dx.$$

Det lille stykke af stangen, som befinder sig mellem *A'* og *B'* har en masse, som pr areal er $\rho dx$, hvor $\rho$ er massetætheden. Ifølge Newtons 2.lov er denne masse gange dens acceleration $d^2Z/dt^2$ lig med ovenstående kraft. Herved fås bølgeligningen:

$$\frac{d^2Z}{dt^2} = \frac{E}{\rho}\frac{d^2Z}{dx^2}.$$

Løsningen til denne ligning er en bølgeformet deformation[1], som udbreder sig med fasehastigheden $v = \sqrt{E/\rho}$ .

For at bestemme bølgers udbredelse gennem flere forskellige medier må man benytte den såkaldte refraktionsteori. Herved får man bestemt jordlagenes dybdemæssige placering.

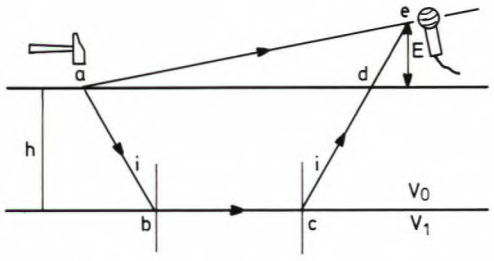
Refraktionsteorien bygger på principperne om bølgers reflektion og refraktion.

Ved hjælp af refraktionsteorien kan bølgernes placering under udbredelsen også beregnes, men det har jeg valgt ikke at beskæftige mig med.

**Refraktionsteori**

Når en bølge løber gennem et medium og møder et andet medium med anderledes fysiske forhold, så vil bølgen generelt deles i fire nye bølger; to som reflekteres og to som refrakteres (brydes). Hvert par består af en longitudinal- og en transversalbølge.

Reflektions/refraktionsforholdene vil afhængige af, om den indkommende bølge er en longitudinal- eller en transversalbølge.




**Figur 2.** Elastiske bølgers udbredelse.

De elastiske bølgers udbredelse følger nogle fundamentale principper og regler, blandt andet Huygens princip, Fermats princip og Snells lov.

En bølge, frembragt i et punkt *a* (se figur 2), vil forsøge at nå et givet punkt *b*, så hurtigt som muligt, også selvom den skal passere igennem et andet medium (Fermats princip). Ved en passage gennem et andet medium, vil bølgen ved den første kontakt blive delvist reflekteret og delvist refrakteret i henhold til Snells lov.

Vi er specielt interesseret i den del af bølgen, hvis refraktionsvinkel er 90°, fordi denne bølge må tolkes som en lokal forstyrrelse, som løber langs med skellet mellem de to medier med det nedre mediums hastighed. Denne forstyrrelse vil så, ifølge Huygens princip, starte små bølger ved den nedre grænse af det øvre medium.

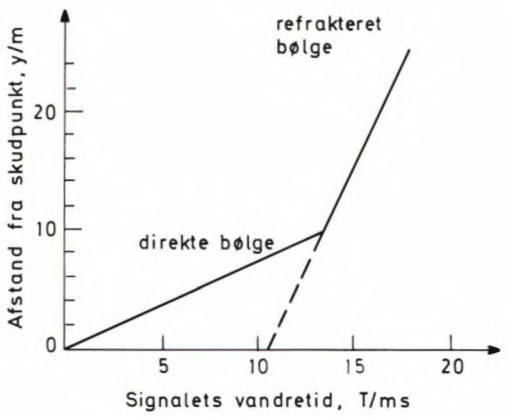
På grund af hastighedsrelationerne mellem de to medier, vil de to små bøger i den dannede bølgefront udbrede sig ved vinklen for totalreflektion. Derfor må bølgen komme fra et punkt til et andet punkt på hurtigst mulig måde.

Det er derfor muligt, efter ovenstående, at bruge geometriske konfigurationer som basis for udledning af de korteste tid-længde kurver for diverse elastiske medier.

Ved en refraktionsmåling frembringer man en trykbølge enten ved hjælp af en eksplosion eller ved et hammerslag, og så måler man ved hjælp af geofoner (en slags mikrofoner), hvor lang tid det tager en given bølge at løbe en given distance.

Teorien bag denne refraktionsmåling afhænger af om de jordlag, man måler på, er horisontale eller ej. Men grundlaget for alle beregningerne ligger i teorien for horisontale lag, denne kan derefter udvides til at gælde for ikke-horisontale lag.

Hvis man har to horisontale lag, så er der to mulige strålegange for den først ankomne energi. Den ene er den direkte stråle langs jordoverfladen. den anden bevæger sig fra skudpunktet ned gennem det øverste lag med en indfaldsvinkel *i*, således at den refrakteres med Snell's lov, og dermed fortsætter i vandret udbredelsesretning i toppen af det underliggende lag, hvis udbredelseshastighed antages at være større end udbredelseshastigheden i overjorden.




**Figur 3.** Tid-længde diagram

Ifølge ovenstående, så vil det over en vis distance være således, at det er de stråler, som har været igennem de underliggende lag, der giver anledning til førsteindsatserne på tid-længde diagrammet. Dermed har de i det underliggende lag indvundet den tid, det tog dem at løbe skråt gennem det øvre medium. Vandretiden mellem punktet *a* og punkt *d* kan således opskrives. Men da lagene ikke er horisontale, så skal vandretiden for længdestykket *de* også lægges til. Og ved substitution med trigonometriske udtryk, som udledes af figuren, fås vandretiden til

$$T \quad \frac{2h}{v_0 \cos i} + \frac{y}{v_1} + \frac{E}{v_0 \cos i}$$

Hvis hældningen derimod ligger nedad i et det andet lag med vinklen θ, så vil $y$ måles langs jordoverfladen, og den parallelle distance på det hældende lag vil være $y \cos \theta$. Desuden er $h$ målt vinkelret på det hældende lag, og dermed bliver den distance, som svarer til forskellen i hældningen lig med $y \sin \theta$. Med disse substitutioner bliver vandretiden

$$T = \frac{2h + y \sin \theta}{v_0 \cos i} + \frac{y \cos \theta}{v_1}$$

Hastighederne i de enkelte lag bestemmes ud fra tid-længde diagrammerne (figur 3). Hastigheden er lig med den reciprokke værdi af hældningskoefficienten. Incidenstiden θ aflæses som den refrakterede bølges skæringspunkt på tidsaksen.

Ved videre beregninger kan hældningen på lagene og indfaldsvinklen bestemmes, og man finder frem til at dybden af det underliggende lag kan bestemmes ud fra følgende formel:

$$d = \frac{\tau v_0 \cos i}{2 \cos \theta}$$

Efter denne gennemgang af teorien bag refraktionsmålingen følger en kort gennemgang af eksperimenterne.

**Refraktionsøvelsen**

Til denne øvelse brugte vi geofoner til at detektere bølgernes udbredelse. For at få nogle gode resultater, er det vigtigt at have geofonerne placeret ækvidistant fra hinanden i en samlet længde, som er cirka dobbelt så lang som den formodede dybde på forsøgslokaliteten.

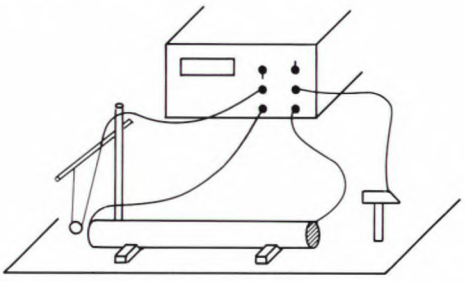
Ved hjælp af en trigger-geofon placeret lige ved det sted hvor bølgen startes ved hjælp af et hammerslag, startes målingen. Derefter kan resultatet aflæses på skudprofilen, et tid-længde diagram over bølgens udbredelse (figur 3).

Ved at tage to skudprofiler, én fra hver ende af rækken af geofoner, kan hældningen af lagene på det givne sted bestemmes. Ud fra tid-længde diagrammerne udføres beregningerne, som er gennemgået tidligere, og derved fandt vi ud af, at kalklaget under Amager Fælled ligger mellem 2 og 3 meter nede på det sted, hvor målingerne fandt sted.

**Bølgeudbredelseshastigheder**

Jeg skulle i henhold til min opgaveformulering måle bølgeudbredelseshastighederne i nogle materialer. Ved hjælp af en timer, som reagerede på elektriske impulser var det muligt for mig at måle den tid, det tager for bølgen at løbe gennem en stang af det pågældende materiale.

Til start af timeren brugte jeg en hammer, der sluttede en ellers åben kontakt, når den ramte det sølvpapir, der var klistret på endefladen af mediet. For at slukke timeren, anvendte jeg en bifilart ophængt metalkugle, som slog væk fra mediet, når bølgen var løbet igennem dette, og derved afbrød en ellers lukket kontakt.



**Figur 4.** Opstilling til måling af bølgehastigheder.

Ud fra kendskab til Young's modul for materialerne, Poisson forhold og densitet kunne jeg efterprøve værdierne ud fra kendskab til fasehastighederne for longitudinale og transversale bølgers udbredelse.

**Vurdering**

Det var meget fascinerende at kunne arbejde uafbrudt i en uge med et emne, som virkelig interesserer én selv. Det er fint, at der er mulighed for at lave eksperimenter udenfor skolen, selvom der måske ikke er så mange, som benytter sig af den. For mig var det en lærerig oplevelse at komme ind på Geofysisk Institut i København.

Det eneste man måske kunne kritisere ved en sådan opgave, er at det er fastsat, at selve opgaven ikke må fylde mere end 15 sider excl. bilag. Det er ikke ret meget, når man arbejder med stoffet i en uge, og bestemt ikke hvis man skriver i et fag, hvor det er muligt at lave eksperimenter til emnet. 15 sider svarer jo sådant til 1-1½ rapport i fysik eller kemi. Man bliver nødt til at vælge og vrage meget bestemt og udelade mange ting, som kunne have været interessante at beskæftige sig med. På grund af dette kan man føle det som om ens opgave bliver ufuldstændig.

Men alt i alt er det, efter min mening, en god ting, at der er indført denne 3.årsopgave, fordi det giver mulighed for at arbejde med et emne, som interesserer én, og som man måske ikke har mulighed for at arbejde med til daglig.

Referencer:


1) Willy Dansgaard: *Kompendier til Fysik G.* Geofysisk Institut, Københavns Universitet, 197.
2) L.L. Nettleton: *Geophysical Prospecting for Oil* McGraw-Hill, 1940.





*Maiken Kildegård* gymnasieelev på Svendborg Gymnasium.