

# Et mål for tyngden. – Fra Galilei til Huygens

Tom Bøgeskov



Christiaan Huygens

## Galilei

Man læser undertiden i nyere fysisk og videnskabsteoretisk litteratur, at Galilei målte tyngdeaccelerationen til  $9,8 \text{ m/sek}^2$ . Det er i alle henseender forkert. For det første havde Galilei ikke vort begreb om tyngdeacceleration bestemt af dimensionen, hastighed pr. tid. Når den klassiske fysiks pionerer søgte et mål for tyngden, så søgte man et mål for et legemes faldlængde i et bestemt tidsinterval, f.eks. det første sekund (Jvf. 1). Og for det andet så finder man blandt de få (og iøvrigt indbyrdes stærkt afvigende) angivelser af denne art, som findes hos Galilei, ingen værdier, der blot tilnærmelsesvis er ækvivalente med en acceleration på  $9,8 \text{ m/sek}^2$ .

Men Galilei havde et begreb om en jævnt accelereret bevægelse, som han definerede som følger: "Jeg kalder en bevægelse jævnt eller ensartet accelereret, når den begyndende fra hvile i lige store tidsintervaller øger sin hastighed lige meget." (2, p.172). En definition hvoraf vi hurtigt danner et begreb om acceleration udtrykt ved:  $a = \Delta v / \Delta t$ .

Men gør vi det, så er vi allerede gået ud over Galilei, som holdt strengt på den euklidske proportionslæres krav om, at relationer mellem størrelser er relationer mellem størrelser af samme art dvs. af samme dimension. Det er da også karakteristisk, at acceleration som fysisk størrelse slet ikke forekommer i de relationer, som Galilei formulerer i sine teoremer om en jævnt accelereret bevægelse. De velkendte 'galileiske' ligninger,  $v = gt$  og  $s = \frac{1}{2}gt^2$

er regneudtryk, hvis oprindelse skal søges 200 år senere i 1800-tallet.

Galilei formulerer faldloven således: "Hvis et legeme falder med en jævnt accelereret bevægelse fra hvile, så forholder de strækninger, det gennemløber i vilkårlige tider, sig til hinanden som kvadratet på disse tider" (2, p.184). Algebraisk kan vi udtrykke princippet i dette teorem som  $S_1/S_2 = (t_1/t_2)^2$ , hvor "g" (set i vort historiske bakspejl) er forsvundet ved brøkreduktion. Tilsvarende for  $v_1/v_2 = t_1/t_2$ . Som det ses overholder disse formuleringer den euklidske proportionslæres krav; men det er også denne begrænsning i Galileis matematiske apparat, der udelukker den dimensionale bestemmelse ikke blot af accelerationsbegrebet, men også af hastighedsbegrebet.

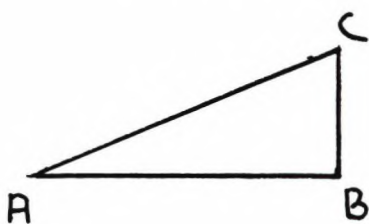
At hastigheden af Galilei ikke opfattes som en sammenSAT dimension fremgår entydigt af hans forslag til bestemmelse af en grundenhed for hastighed. Det er i forbindelse med lanceringen af dette forslag, vi tillige finder måltal, der måske (!) kan give os en ide om Galileis forestilling om tyngdens størrelse. Han skriver:

"Vi kan ikke tale præcist om bevægelser og deres hastigheder, hvad enten bevægelsen er jævn eller naturligt accelereret, uden først at fastlægge, hvilket mål vi vil bruge til at måle sådanne hastigheder, ligesom vi også skal bruge et mål for tiden. Med hensyn til tidsmålet har vi allerede det alment anerkendte: timer, minutter, sekunder osv., og ligesom der er et fælles tidsmål, som er anerkendt af alle, således er der også behov for at fastlægge et hastighedsmål, som forstås og anerkendes af alle, dvs. er det samme for alle. Eget hertil er den hastighed, der opnås af naturligt faldende legemer, hvis hastighedstilvækster overalt i verden følger den samme lov. Således er den hastighedsgrad, som f.eks. opnås af en blykugle på 1 pund, når den begyndende fra hvile falder lodret længden en picca (spyd), altid og overalt den samme. Den er derfor velegnet til at udtrykke den hastighedsmængde, der frembringes af det naturlige fald." (2, p.268). Galilei går herefter over til at forklare, hvordan en efter dette princip fastlagt grundenhed for hastighed kan anvendes ved målinger af alle andre vilkårlige hastigheder. Og i denne forbindelse bruger han som talekseksempel et fald af længden 1 picca på 4 sekunder. Da 1 picca er Ca. 5 meter, så implicerer disse tal altså en tyngdeacceleration på cirka  $0,6 \text{ m/sek}^2$ . Men Galilei har tydeligvis ikke et sådant sigte med sine betragtninger, endsiige overvejet talværdierne konsekvenser. Der er tale om et vilkårligt regneeksempel til anskueliggørelse af et princip. At det netop forholder sig på denne måde med et lignende eksempel, har vi eksplicit vidnesbyrd om i en af Galileis brevvekslinger. Han taler i "Dialog om de to systemer" - i forbindelse med en redegørelse for principperne for en beregning af faldtiden



over en afstand fra Månen til Jorden - om "en jernkugle på 100 pund, som ved gentagne forsøg falder fra en højde af 100 alen på 5 sekunder". Da den florentinske alen er 0,583 meter, implicerer dette en tyngdeacceleration på  $4,664 \text{ m/sek}^2$  eller et fald i det første sekund på 4 alen, dvs. 2,332 meter. Som det vil fremgå, så ved Galilei, at disse 5 sekunder næppe er det rigtige; han kender ikke den rigtige faldtid. Men han ved også, at han er afskåret fra at kende den: han mangler et ur, som kan måle sekunder.

Vennen Battista Baliani spørger i et brev Galilei om, "hvilke grunde der forsikrer, at det er fem sekunder?". Galilei svarer (1. juli 1639) med følgende redegørelse: "De siger, at De gerne ville have erfaret det forsøg, hvormed jeg har kunnet forvisse mig om, at et tungt legeme, som falder lodret fra hvile, gennemløber 100 alen på 5 sekunder. Her søger vi to ting: for det første tiden for faldet ad de 100 alen; og for det andet at finde hvilken andel denne tid udgør af jordbevægelsens 24 timer. Hvad angår den første opgave, så giver faldet af den kugle, som jeg lod falde langs en kanal med vilkårlig hældning, os alle tider, ikke blot for de 100 alen, men også for alle andre vilkårlige længder for et lodret fald, idet længden af denne kanal, dvs. skråplanet, er mellemproportional mellem planets lodrette højde og længden af hele den lodrette strækning, legemet ville falde i samme tid." (3, p.76)



Dvs: hvis vi kender tiden for bevægelsen på skråplanet, CA, så kan vi finde den strækning  $S = AC^2/BC$ , legemet vil falde ved et frit fald i samme tid. Og vi kan så på grundlag af teoremet om faldvejens proportionalitet med kvadratet på tiden finde faldtiden for vilkårlige faldveje.

Men problemet er netop målinger af tiden. Galilei fortsætter: "Vi mangler nu at finde størrelsen af faldtiden langs kanalen. Dette opnår vi ved hjælp af en forunderlig egenskab ved pendulet, nemlig at alle dets svingninger, store eller små, forløber i lige store tider. Man beder, for en passende modydelse, to, tre eller fire nysgerrige og tålmodige venner, som har udset sig en fiksstjerne med en position, som svarer til et stabilt mærke, og som er udstyret med et pendul af vilkårlig længde, om at gå i gang med at tælle dets svingninger i hele den tid, der går, indtil den samme fiksstjerne vender tilbage til det samme sted; man har så antallet af svingninger i 24 timer."

Man finder da antallet af svingninger pr. sekund, og på grundlag af den omvendte proportionalitet mellem pendullængde og kvadratet på antal svingninger pr. tidsenhed finder man så længden af et sekundpendul. (Et sekundpendul er et pendul hvis halve periode er et sekund, red.)

Men selv om Galilei utvivlsomt havde både nysgerrige og tålmodige venner, så forblev dette tidsmålingsprojekt ved tanken.

Galilei brugte faktisk penduler ved sine skråplansforsøg. Men i brevet til Baliani skriver han også, at han opnåede mere præcise resultater med det "vandur", som beskrives i den publicerede redegørelse for disse forsøg (2, p.189): En stor vandbeholder, hvor der gennem en tap i bunden strømmer en tynd stråle, som opsamles i den tid, faldet varer, og derefter vejes; forholdet mellem vægtene giver forholdet mellem tiderne.

Dette arrangement var i princippet tilstrækkeligt til det, som var Galileis primære formål med skråplansforsøgene, nemlig eksperimentel bekræftelse af faldvejens proportionalitet med kvadratet på tiden. Bestemmelsen af de absolutte faldtider lå uden for hans muligheds rækkevidde. Og han svarer da også Baliani, at den i "Dialogen" angivne faldtid på 5 sekunder for 100 alen sikkert er forkert, men at dette iøvrigt er uden betydning i forhold til den brug, han gør deraf, nemlig demonstrationen af, hvordan han mener at kunne beregne faldtiden fra Månen til Jorden, hvis han kender faldtiden for en anden vilkårlig afstand. Der er igen tale om et regneeksempel.

### Marin Mersenne

Ikke desto mindre blev Galileis 5 sekunder for et fald på 100 alen i samtiden taget bogstaveligt og giver bl.a. Mersenne grunde til at så tvivl om Galileis eksperimenter. Mersenne, der er sikker på, at et legeme vil falde mere end 4 alen på 1 sekund, går selv i gang med at eksperimentere for ad empirisk vej at finde faldlængden i det første sekund.

Han meddeler i Harmonie Universelle (1636) (de relevante tekstuddrag er optrykt som appendiks i 10) resultaterne af en række faldforsøg, som er gennemført med "bistand fra lærde personer", og som er "gentaget mere end 50 gange". Forsøgsopstillingen var enkel: han lod en blykugle på et halvt pund falde fra forskellige højder og målte faldtiden ved hjælp af et (formodet) sekundpendul.

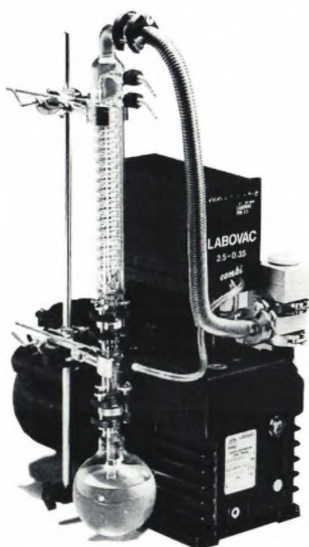
Længden af Mersennes pendul var 3,5 pariserfod dvs. 1,1368 meter, og var bestemt i forhold til "forskellige almindelige ure", dvs. "tandhjulsure", altså de ikke særligt præcise loddrevne ure fra før Huygens' tilføjelse af et gangregulerende pendul. Mersenne problematiserer da også selv længden af sit sekundpendul. Ved senere forsøg reducerer han det til 3 fod (0,9744m).

Men udstyret med denne upræcise tidsmåler måler han faldtider for længder på 110 og 146,5 fod til henholdsvis 3 og 3,5 sekunder. Under hensyntagen til usikkerheden og "justeret efter proportionen" (dvs. faldvejens proportionalitet med kvadratet på tiden), kan han heraf slutte at et legeme i det første sekund falder 12 fod (3,9 m)

Mersenne meddeler også en række skråplansforsøg, hvor han ved anvendelse af planer med forskellig hældning, men med samme højde (5 fod) sammenligner faldveje og -tider for planet med det lodrette fald på 5 fod. Alle Mersennes målinger ved disse forsøg giver meget



## MODERNE VAKUUMTEKNIK TIL FORSKNING OG INDUSTRI



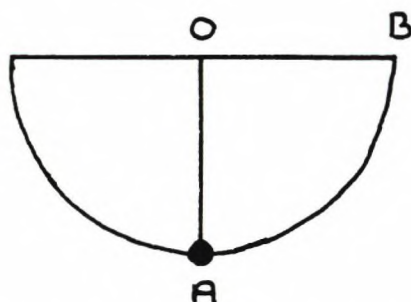
SASKIA HOCHVAKUUM- UND LABORTECHNIK GmbH I ILMENAU er et succesrigt resultat af øst-vest genforeningen i Tyskland. SASKIA's et- og to-trins finvakuumpumper fra 4 til 200 m<sup>3</sup>h<sup>-1</sup> har rotor-skiver af et nyt PTFE materiale som sænker støjniveauet med ca. 3 dBA og tillader pumperne at arbejde konstant ved højt tryk eller med aggressive gasser. Med en frekvensregulering kan pumpehastigheden fordobles, så man f.eks. hurtigt kan evakuere et anlæg og derefter anvende pumpen som holdepumpe ved lav hastighed. SASKIA's kemisk resistente membran-pumper har liniærdrevne membraner, hvilket sikrer en lang levetid og lavt effektforbrug. En membranpumpe på ca. 30 W kan med de store afgifter på brugsvand hurtigt tjene sig ind, hvis den erstatter en vandstråle-pumpe. SASKIA's TOWER pumpestande er kemipumpestande kombineret med kondensatorer og med instrumentering for indstilling af trykket. SASKIA leverer oliefri pumpestande kombineret med turbomolekularpumper i et handy design og rootspumpestande op til 20.000 m<sup>3</sup>h<sup>-1</sup>.

ALLE FORMER FOR OLIEFRI & OLIESMURTE ROTATIONSVAKUUMPUMPER • FEDTSMURTE TURBOMOLEKULAR- SPIRO- & HYBRIDPUMPER • DIFFUSIONS- & CRYOPUMPER • VAKUUMMÅLEINSTRUMENTER, VENTILER, HV & UHV FITTINGS • HELIUMLØKSØGERE & MASSESPEKTROMETRE • SPUTTER- ELEKTRONKANON & ÆTSEANLÆG • RF & HV STRØMFORSYNINGER • RUSTFRI SPECIALKAMRE & DELE • OMBYGNING AF VAKUUMANLÆG

WENZEL VAKUUM TEKNIK APS • NYBROVEJ 283 • DK-2800 LYNGBY • TLF. 45 87 97 35  
SHOWROOM, SERVICE, LAGER • NYBROVEJ 193 • BIL 30 42 63 00 • FAX 45 93 32 93

dårlige resultater. Og det er en desillusioneret eksperimentalfysiker, der må konkludere: "erfaringen giver os ingen sikre resultater".

Og denne desillusionering bliver ikke mindre, da Mersenne få år senere opdager, at forholdet mellem hans måltal for sekundpendulets længde og faldlængden i det første sekund, var i modstrid med den - iøvrigt rigtige - antagelse, at et frit fald langs en cirkelradius er hurtigere end et fald langs den kvarte cirkelperiferi:



Hvis OA (3,5 fod) er et sekundpendul, så vil lod-det falde langs cirkelperiferien BA på et halvt sekund (Mersenne og Galilei troede at det cirkulære pendul er isokront, dvs har samme periode uanset udsvingets

størrelse). Men falder et legeme lodret 12 fod på 1 sekund, så vil det falde OA 3,5 fod på 0,54 sekund. Eller med andre ord: Konsekvensen af Mersennes målinger er, at loddet vil falde hurtigere langs cirkelperiferien BA end lodret langs OA. Og reduceres sekundpendulet til 3 fod, så bliver følgen, at de to bevægelser vil forløbe i samme tid, nemlig 0,5 sekund.

Mersenne fremdrager denne vanskelighed i skriftet *Cogita physica-mathematica* (1644), hvor han erkender, at han "ikke ser nogen løsning", idet på den ene side de på gældende måltal "er bekræftet ved mange observationer", og på den anden side: "observationerne i dette spørgsmål er fejlagtige". Men det store problem for Mersenne er ikke blot vanskelighederne med at foretage nøjagtige målinger; han mangler tydeligvis også en teori for sammenhængen mellem det frie fald og pendulbevægelsen. Det er først Huygens, der i 1650'erne finder den matematiske relation mellem den vertikale faldvej i det første sekund og længden af sekundpendulet:  $S_{sek} = 1/2\pi^2 \cdot l_{sek}$ .

### Giambattista Riccioli

Efter udgivelsen af Galileis "Discorsi" i 1638 er der en stigende interesse i at kontrollere de heri fremførte bevægelsesteoremer. Denne interesse kommer bl.a.



til udtryk i en omfattende eksperimentel virksomhed i 1640'erne under ledelse af jesuiten Giambattista Riccioli, som var filosofiprofessor i Bologna. Resultaterne af Ricciolis undersøgelser publiceres 1651 i det omfattende værk *Almagestum Novum* (værkets titel-blad er reproduceret på forsiden af KVANT, oktober 1996).

Riccioli bekræfter pendulbevægelsens isokroni og pendullængdens omvendte proportionalitet med kvadratet på antallet af svingninger. Han begiver sig ved hjælp af "nysgerrige" og meget "tålmodige" venner ud i en veritabel eksperimentel tour de force, i en række forsøg på at bestemme længden af et sekundpendul. Han gennemfører faldforsøg fra tårne og kirker, hvor han falsificerer den aristoteliske tese, at faldtiden er omvendt proportional med vægten, og han bekræfter Galileis teorem om faldvejens proportionalitet med kvadratet på tiden. Og endelig giver han på grundlag af målinger det historisk hidtil mest præcise bud på faldlængden i det første sekund.

Det mest fantastiske af Ricciolis eksperimenter er forsøget på at bestemme længden af sekundpendulet. Assisteret af 9 jesuitterpræster gennemfører han Galileis ide om at tælle svingninger i 24 timer - ikke blot én, men to gange; et tredje forsøg måtte opgives, da vennernes tålmodighed slap op. Resultaterne af disse forsøg, hvor assistenterne, som var trænede i en følsom skubbeteknik for at holde pendulerne igang, måtte tælle over 87.000 svingninger, blev naturligvis ikke præcise. Og dog - alt taget i betragtning: forsøgene gav længder for et sekundpendul i intervallet 0,97 til 1,02 meter.

Til brug ved sine faldforsøg i sommeren 1645 konstruerede Riccioli et meget kort pendul på 1,15 tommer (2,8 cm) med en anslået svingningstid på 1/6 sekund (dette implicerer  $l_{sek} = 1,02$  meter). Men på grund af vanskelighederne ved at bruge et så hurtigt pendul benytter han det ikke direkte; han omsætter det i en menneskelig tællen på bolognesisk folkemål, hvor tallene fra 1 til 10 er enstavelsesord, således at udsigelsen af hvert tal giver "den tid som en enkelt svingning af vort pendul udmåler". Til at foretage denne tællen udvalgte han så to assistenter med evner for musik og dermed sans for "den musikalske puls' regelmæssighed".

Det var dette "ur", han benyttede ved sine faldforsøg. Og med dette på én gang primitive og raffinerede "videnskabelige instrument" måler Riccioli faldlængden i det første sekund for en lerkugle med en diameter på cirka 20 cm til 15 romerske fod = 4,4355 meter.

## Christiaan Huygens

Otte år efter publiceringen af Ricciolis resultater genoptager Huygens arbejdet for at bestemme tyngdeaccelerationen eller rettere faldlængden i det første sekund. 1659 er et uhyre produktivt år i Huygens' forskningsliv. Det er i dette år, han beviser, at banen for en isokron pendulbevægelse er en cykloidebue, hvilket fører ham til konstruktionen af det forbedrede pendulur, som ligger til grund for nye og ret præcise bestemmelser både af faldvejen i det første sekund og af længden af et sekundpendul.

Det er i dette år, han skriver sin afhandling "Om centrifugalkraften" (*De Vi Centrifuga*, påbegyndt den 21.okt.), hvor han bl.a. finder svingningstiden for et konisk pendul og dens forhold til tiden for et frit fald langs pendulets dobbelte højde. I december finder han svingningstiden for et simpelt pendul og dets forhold til tiden for et frit fald langs den halve pendullængde. Huygens er således langt bedre teoretisk udrustet end Mersenne og Riccioli; og det er heri, vi må søge årsagen til hans succes i bestemmelsen af de måltal, som kostede forgængerne så mange praktiske kræfter.



Samme dag som Huygens begynder redigeringen af *De Vi Centrifuga*, gentager han et af Mersennes eksperimenter:

Med et søm (se figuren) fæstner han et pendul til væggen. Længden af pendulet er 3 rhinske fod og 1 tomme. Idet han antager at dette er længden af et sekundpendul, vil blyloddet ramme væggen med et smæld 1/2 sekund efter det slippes. Men samtidig med at pendul-loddet slippes, slipper han også en lignende løs blykugle fra hånden. Ved at justere højden over stolen kan han da finde den faldlængde, hvor de to smæld fra kuglerne lyder som ét. Han noterer resultatet: "Kuglen falder på et halvt sekund fra højden 3 fod og 6 eller 7 tommer. Ergo falder den på ét sekund 14 fod." (6, p.278). Da 14 fod er 4,39 meter er resultatet altså dårligere end Ricciolis.

To dage senere (23.okt.) gentager han forsøget, men denne gang med et pendul af længden 6 fod og 11 tommer, som formodes at udføre en halv svingning (til væggen) på 3/4 sekund. Han får nu resultatet 13 fod og 7 1/2 tomme. Huygens kender endnu ikke den rigtige længde af et sekundpendul endsige den matematiske relation mellem et sådant og faldvejen ved frit fald i det første sekund.

Men den 15.november sker der noget nyt. *Han bryder ud af emperiens lukkede kredse*. Han gør endnu et forsøg, hvor han denne gang ved hjælp af et snorarrangement sikrer en samtidig udløsning af begge lodders bevægelse.





## Læksøger på heliumbasis

### Hvilke krav stilles der?

- ★ Hurtig
- ★ Nem og entydig betjening
- ★ Oliefri indsugning
- ★ Robust
- ★ Enkelt service
- ★ Prisbillig

### Anvendelse:

- ★ Kvalitetskontrol
- ★ Forskning og udvikling
- ★ Analyseudstyr
- ★ Høj -og ultrahøjvakuum

Leybold ApS  
Roskildevej 342A  
2630 Tåstrup  
Tlf.: 43996444  
Fax: 43996544



Igen bruger han et pendul, som formodes at ramme væggen efter  $3/4$  sekund. Han måler det løse lods faldlængde i dette tidsinterval til 8 fod og 7 tommer. Men samtidig må han konstatere, at resultatet er behæftet med usikkerhed. Han skriver i sin journal:

"Selv om faldhøjden øges eller mindskes med 3 eller 4 tommer, kan man ikke skelne de to smæld. Vil man finde det præcise mål, opnår man intet på denne måde. Men i forhold til et konisk penduls bevægelse må det være 8 fod og  $9\frac{1}{2}$  tomme, hvoraf det følger, at et faldende blylod på 1 sekund må gennemløbe cirka  $15\frac{6}{10}$  fod. Det er tilstrækkeligt, at eksperimentet ikke modsiger dette måltal, men blot, i den udstrækning det kan, bekræfter det." (6, p.281).

Huygens opgiver med andre ord at finde faldvejen ved empiriske målinger for i stedet at deducere den ud fra teoretisk indsigt i pendul-bevægelsen og i stedet bruge eksperimentet som bekræftelse. Angivelsen " $15\frac{6}{10}$  fod" er i manuskriptet overstreget og erstattet med 15 fod og 7,5 tommer. Denne rettelse er, som det vil fremgå, formodentlig sket i december samme år.

### Uret og sekundpendulet:

Hvor Mersenne og Riccioli empirisk havde søgt at

bestemme længden af et sekundpendul for at konstruere en tidsmåler, der går Huygens nu den modsatte vej: Han begynder med uret, ja han har det allerede; man behøver ikke at kende den præcise længde af sekundpendulet for at konstruere et ur, der går præcist. Denne omvendte rækkefølge fremgår bl.a. af Huygens' redegørelse i det senere publicerede værk om penduluret (7).

Han konstruerer et pendul- og tandhjulsur, der er gearret således, at viserne drejer 24 timer for 86400 pendulslag. Principielt kan han begynde med en vilkårlig pendullængde; men han står ikke på bar bund, han kender den omtrentlige værdi for længden af et simpelt sekundpendul, og han har tillige fundet metoden til at bestemme det fysiske penduls reducerede længde. Han kan nu afprøve urets gang i forhold til stjernedøgnet og justere det over en periode, idet han også kender relationen mellem ændringer i gangen og ændringer i pendullængde. Han har nu en præcis tidsmåler, som han kan bruge ved optælling af et vilkårligt penduls antal svingninger i f.eks. 1 time. Og ved brug af sætningen om den omvendte proportionalitet mellem pendullængden og kvadratet på svingningstallet pr. tidsenhed kan han beregne længden af sekundpendulet.

Det fremgår af Huygens' notater (6, p.100), at han i slutningen af 1659 har arbejdet med et pendul af



længden 6,18 tommer, som udfører 4464 dobbelte slag i timen. Heraf kan han så beregne sekundpendulet:  $l_{sek} = 6,18 \text{ tommer} \cdot (2 \cdot 4464)^2 / 3600^2 = 38 \text{ tommer}$ , hvilket er ækvivalent med 0,9940 meter. Den moderne standardværdi (Greenwich) er 0,9936 meter.

### Faldvejen i det første sekund

Dette resultat ville have været en lækkerbidsken for Mersennes og Ricciolis empiriske faldforsøg; men Huygens går igen en anden vej: Det er ligeledes i efteråret 1659, han finder, at den sande isokrone bane for en pendulbevægelse er cykloiden, og i forlængelse heraf (december 1659) beviser han matematisk, at tiden for en enkeltsvingning langs cykloiden forholder sig til faldtiden for et frit fald langs diameteren af cykloidens genererende cirkel (dvs. en halv pendullængde) som omkredsen af en cirkel til diameteren, dvs. som  $\pi$ . Et udsagn som er ækvivalent med en senere tids algebraiske udtryk for pendulets svingningstid:  $T = \pi \cdot \sqrt{l/g}$ .

Den følgende udledning af faldvejen i det første sekund er en formalisering af den metode, Huygens bruger ved den publicerede beregning (7, p.171), og hvor han netop (jvf. erfaringen fra 15.nov.) understreger, at denne udledning er mulig "uden eksperiment", hvis blot ovenstående teorem og længden af sekundpendulet er givet:

Hvis vi betragter et sekundpendul ( $T = 1 \text{ sek.}$ ), så er tiden,  $t$  for et frit fald langs det halve af pendullængden,  $l$ , ifølge teoremet:  $t = 1 \text{ sek}/\pi$ , og da faldvejen er proportional med kvadratet på tiden, så kan man umiddelbart finde faldvejen i det første sekund,  $S_1$ , idet  $2 \cdot S_1/l = \pi^2$ , eller  $S_1 = \frac{1}{2}\pi^2 \cdot 38 \text{ tommer}$ . Faldvejen i det første sekund bliver således beregnet: 15 fod og 7,5 tommer (4,905 m), altså netop den værdi, som senere er indført i notatet af 15.november.

### Det koniske pendul

I notatet siger Huygens imidlertid, at resultatet er beregnet på grundlag af et konisk pendul. Men det er uklart, hvilket pendul han måtte have benyttet. Vi ved, at Huygens i første halvdel af november arbejdede intenst med koniske penduler (hyppigt med en topvinkel på  $90^\circ$ ), og at han analyserede deres bevægelse teoretisk i afhandlingen om centrifugalkraften. I afhandlingens "Proposition VI" (5, p.276 ff) gennemfører han et ræsonnement, hvor de principielle relationer (i moderne notation) er som følger:

Hvis centrifugalkraften i en jævn cirkelbevægelse er lig "tyngden", dvs.  $g = v^2/r$ , så er perioden  $T = 2\pi\sqrt{r/g}$ ; og tiden for et frit fald med samme acceleration er  $t = \sqrt{2S/g}$ . Heraf følger det så (for  $T = t$ ), at et legemes faldvej ved et frit fald i samme tid, som det samme legeme vil være om at gennemføre en hel cirkelbevægelse, er  $S = 2r \cdot \pi^2$ . Og da radius i et konisk pendul, hvor keglens halve topvinkel er  $45^\circ$ , er lig højden, og denne højde i et konisk sekundpendul er lig et kvart simpelt sekundpendul, dvs. 9,5 tommer, så finder man igen faldvejen ved frit fald i det første sekund: 15 fod og 7,5 tommer.

### Tyngdeaccelerationen, g

I Koyrés artikel (8) med samme emne som nærværende sammenfatter denne - ligesom udgiverne af Huygens' *Oeuvres* (6) - hele Huygens' udledningsræsonnement i en enkelt formel udledt af formlen for et penduls svingningstid:

$g = (4\pi^2 \cdot n^2 \cdot l) / 3600^2$ , hvor  $n$  er antallet af dobbelte slag pr. time.

Denne formel, skriver Koyré, "er almengyldig og bestemmer værdien af  $g$  som en funktion af længden og hastigheden af et hvilket som helst pendul, vi måtte benytte. Det er faktisk et temmelig kort og hurtigt pendul, Huygens har benyttet, kun 6,18 tommer langt, og 4464 dobbelte svingninger pr. time. Følgelig konkluderede Huygens, at værdien af  $g$  er 31,25 fod, dvs. 981 cm, hvilket er den værdi, som har været anerkendt lige siden." (8, p.234)

Denne udgang på historien om Huygens og størrelsen af "tyngden" er strengt taget problematisk, idet størrelsen 31,25 fod (dvs. det dobbelte af 15 fod og 7,5 tommer), end-sige 31,25 fod/sek<sup>2</sup>, ikke forekommer i kilderne. Og det gør den ikke af den simple grund, at begrebet om tyngdeacceleration, som vi kender det, endnu ikke var udmøntet i 1600-tallet.

Huygens foresatte sig at finde det præcise mål for "tyngden" (gravitas) ved hjælp af penduler. Men "tyngden" selv indgår kun direkte i argumentationen som en teoretisk størrelse, som ækvivalerer centrifugalkraften i et konisk sekundpendul. Kender man radius i dette pendul, så kan man deducere faldlængden ved frit fald i det første sekund. Og denne længde var den tidlige klassiske fysiks mål for størrelsen af "tyngden". Begrebet om tyngdeacceleration lå uden for periodens begrebsmæssige horisonter.

Det er derfor også lidt af en tilsnigelse, når Koyré siger, at værdien  $g = 31,25 \text{ fod/s}^2$  har været "anerkendt lige siden". Men der er det rigtige i det, at de værdier for sekundpendulet (3 pariserfod og 8,5 linier) og for faldlængden i det første sekund ( $15\frac{1}{12}$  pariserfod), som Huygens offentliggjorde i 1673 (7), finder international anerkendelse som mål for tyngden, bl.a. også hos Newton.

Newton selv opererer heller ikke med en eksplicit størrelse af tyngdeaccelerationen. Og der skjuler sig heller ikke i Newtons tekster nogen fast standardværdi for tyngdeaccelerationen ækvivalent med 31,25 rhinske fod/sek<sup>2</sup>. Analyserer man en række af hans praktiske beregninger, så finder man, at de implicerer  $g$ -værdier, som ligger i det mindste i intervallet 9,79 til 9,83 m/sek<sup>2</sup>

### Tyngdens variation

Men fra begyndelsen af 1670'erne stillede spørgsmålet om en standardværdi for tyngden sig på en helt ny måde, idet man blev opmærksom på, at tyngden på grund af jordrotationen varierer med den geografiske bredde. Huygens behandler denne nye kendsgerning i en senere afhandling om tyngdekraften (4); og Newton behandler den i Principias 3.bog (Proposition XX) under overskriften: "At finde



# Melles Griot makes OPTICS, OPTO-MECHANICS, LASERS, INSTRUMENTS, and FIBER OPTICS



Contact Melles Griot for a fast response to your photonics needs. Our vast product selection described in our detailed product literature will provide solutions for a successful product or experiment.

Whether you need a single lens, or thousands of laser assemblies, Melles Griot is ready to deliver. From a single prototype to full-scale production, we can ship to your schedule. Melles Griot has earned a 25 plus year reputation as a quality manufacturer of optics, opto-mechanics, lasers, instruments, and fiber optics.

We have facilities in North America, Europe, and the Asia Pacific staffed with applications engineers ready to fulfill your requirements. You can reach us by phone, FAX, or the INTERNET.

From simple lenses to advanced fiber optics — Melles Griot is your *first choice* in photonics!

**Call, FAX, or E-mail us today  
for your photonics solutions!**

## Melles Griot Danmark

Stenagervej 13 • DK-4100 Ringsted  
Phone: 53 61 50 49 • Fax: 53 61 60 49  
E-mail: 101456.567@compuserve.com



## ■ OPTICS

- Beam Expanders
- Beamsplitters
- Coatings
- Custom OEM Optics
- Custom Optical Assemblies
- Cylindrical Optics
- Diode Laser Optics
- Filters
- Invaritar Lenses
- Lenses
- Micro Optics
- Mirrors
- Optical Design Software
- Polarizers
- Prisms
- Shutters & Irises
- YAG Lenses

## ■ OPTO-MECHANICS

- Breadboards
- Optical Tables & Isolators
- Opto-Mechanical Mounts
- Positioning Equipment
- Workstations

## ■ LASERS

- Diode Lasers & Assemblies
- Helium Neon Lasers

## ■ INSTRUMENTS

- Amplifiers
- Beam Position Measurement
- Beam Profilers
- Diode Laser Drivers
- Diode Laser Controllers
- Optical Spectrum Analyzers
- Power & Energy Meters
- Power Supplies
- Wavefront Analyzers

## ■ FIBER OPTICS

- Reflective Fiber Gratings
- Circulators
- Isolators
- Tree Couplers
- Attenuators
- Fiber Collimators

# MELLES GRIOT



og sammenligne legemers tyngde i forskellige regioner af vor Jord". Men heller ikke her finder vi noget direkte mål for "tyngdens" størrelse noget steds. Vi finder en teoretisk bestemmelse af proportionaliteten mellem tyngdens tilvækst (fra Ækvator til Pol) og kvadratet på sinus til breddegraden; og derfra udledes forholdet mellem tyngden på Paris' bredde og på Ækvator, hvorefter Newton, idet han bruger Huygens mål for sekundpendulet i Paris, beregner tyngdens størrelse ved Ækvator udtrykt ved længden af et sekundpendul (3 pariserfod og 7,468 linier = 0,9912 m).

Måler man tyngden, f.eks. ved pendulforsøg, så finder man tyngdekraften som en vektorsum af en massetiltrækning (et gravitationsfænomen) og en centrifugalkraft (et bevægelsesfænomen). Den resulterende vektor har størrelsen:

$$F = GMm/R^2 - m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \cos^2 b,$$

hvor  $\omega$  er jordrotationens vinkelhastighed,  $b$  er breddegraden, og hvor den dimensionale homogenitet mellem de to led på højre side, forudsætter den tunge masses og inertialmassens proportionalitet.

"Tyngdeacceleration" (eller den gravitationelle feltstyrke,  $F/m$ ) er i den udviklede klassiske mekanik et langt mere komplekst begreb end "faldlængden i det første sekund" (eller længden af et sekundpendul). Begrebet om tyngdeacceleration indtager en bestemt plads i et sammenhængende teoretisk system som et specialtilfælde, dvs. som et begreb om lokal manifestation af den universelle gravitation.

Så når Huygens ved en imponerende indsats i 1659 finder en ret præcis størrelse, en faldlængde, som mål for "tyngden", så er der også grund til at pointere, at denne indsats fandt sted inden for en principielt anderledes begrebsmæssig og teoretisk forståelsesramme end den, hvori en senere tid har tænkt spørgsmålet om tyngdens størrelse.

#### Note: Længder

1 fiorentinsk fod = 1 romersk fod = 0,2957 m  
1 pariserfod (pied de Roi) = 0,3248 m  
1 rhinsk fod = 0,3139 m  
Foden deles i 12 tommer, som igen deles i 12 linier.

#### Referencer:

- 1) Tom Bøgeskov: Hvordan beregnede Newton centripetalaccelerationen i Månens bane?, KVANT, juni 1995
- 2) Galilei: Discorsi e dimostrazione mathematiche intorno a due nuove scienze. Torino 1990 (1638)
- 3) Galilei: Le Opere di Galileo Galilei, vol.18. Firenze, 1906
- 4) Huygens: Discours de la cause de la pesanteur (1690), Oeuvres Completes, vol.21. Haag, 1944
- 5) Huygens: De Vi Centrifuga (1659), Oeuvres Completes, vol.16. Haag, 1929

- 6) Huygens: Diverse optegnelser (okt.-dec. 1659), Oeuvres Completes, vol.17. Haag, 1932
- 7) Huygens: The Pendulum Clock. Ames, Iowa, 1986 (1673)
- 8) Alexandre Koyré: An experiment in measurement. Proceedings of the American Philosophical society, vol.97, no.2, april 1953



Tom Bøgeskov er mag.art. i litteraturvidenskab og har især beskæftiget sig med filosofi, idé og videnskabshistorie.

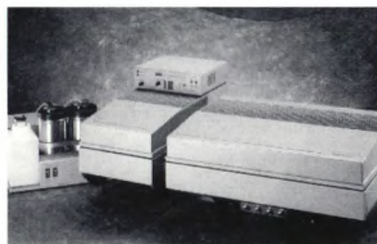


**optilas**

*Optilas Danmark, den lokale internationale leverandør med specialer indenfor:*

#### Optik og lasere til forskning og industri

Continuum, Inc. - Corion Corp. - CVI Laser Corp. - Ion Laser Technology, Inc. - Labsphere, Inc. - Laservision - Optical Surfaces Ltd. - Physical Optics Corp. - Research Electro Optics - Santa Fe Laser Co. - Synrad, Inc. - m.fl.



#### Spektroskopisk udstyr

Chromex, Inc. - McPherson Milton Roy - Photek Ltd. m.fl.



#### Elektronik

Directed Energy, Inc. - Maxwell Laboratories, Inc. - Quantum Design, Inc. - Stanford Research Systems, Inc. - Trek, Inc. - m. fl.

**Optilas Danmark**

Billedvej 2

DK-2100 København Ø

Telefon: 3543 0133

Fax: 3543 8334

E-mail: [optilas@inet.uni-c.dk](mailto:optilas@inet.uni-c.dk)