

Effektiv feltteori og kvantegravitation

Niels Emil Jannik Bjerrum-Bohr, Department of Physics, University of Wales Swansea

Indledning

Det er et faktum, at der indtil videre ikke er fremsat en *fundamental kvanteteori* for tyngdekraften, som både forener alle kendte vekselvirkninger i én og samme kvantemekaniske formalisme, og som også giver en acceptabel overgang til fysikken i vores fire-dimensionelle verden. Mange spekulative forslag har været fremsat som muligheder for en sådan fundamental *Grand Unifying-teori*, men de fleste har måtte opgives igen, eksempelvis på grund af en grundlæggende inkonsistens med observerede eksperimentelle data, eller på grund af uhensigtsmæssige eller modstridende fysiske konsekvenser. Blandt de mest succesfulde kandidater for fundamentale kvanteteorier er stadig *superstrengteoriene*, der på en naturlig og forholdsvis entydig måde leder til en kvantemekanisk beskrivelse af tyngdekraften. Sådanne teorier kan kun relateres til den fire-dimensionelle verden vi lever i via forholdsvis komplicerede matematiske metoder.

Kvantegravitation?

Det grundlæggende ønske om at skabe en kvantemekanisk formulering af tyngdekraften har sit udgangspunkt i forventningen om, at naturen fundamentalt set er entydig i sin form; hvilket vil sige, enten har en basal *kvantemekanisk* eller en *klassisk* beskrivelse, men vi er i det dilemma, at to teorier, som ikke er beskrevet via de samme principper, alligevel giver tilfredsstillende eksperimentelle forudsigelser for hver deres områder af naturen. Det er velkendt, at partikler i bevægelse, såsom for eksempel lys, har præcis den forudsagte relativistiske gravitationelle tiltrækning:

- idet lyset fra fjerne stjerner afbøjes på grund af massetiltrækningen fra Solen på deres vej imod Jorden,
- samt at planetbanerne omkring Solen afviger fra deres elliptiske form nøjagtigt som det er teoretisk forventet på grund af de orbitale bevægelsesenergi for planeterne.

Kvantemekanik og kvantemekaniske feltteorier er også i fin overensstemmelse med eksperimentelle resultater:

- indenfor atom-, faststof- og kernefysikken via kvantemekanikken,
- og i højenergifysikken via kvantefeltteorier.

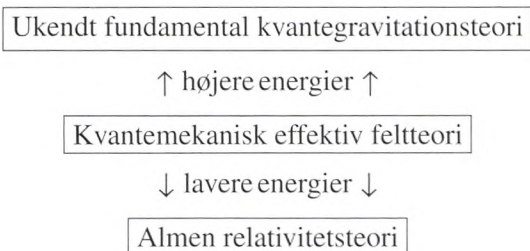
Både almen relativitetsteori og de kvantemekaniske teorier giver på hver deres længdeskala en nøjagtig beskrivelse af naturen.

På en *mikroskopisk skala* virker kvantemekanikken dog som det uundgåelige valg for en korrekt beskrivelse af naturen, og derfor er målet at skabe en kvantemekanisk teori for tyngdekraften, der giver de samme forudsigelser, som den almene relativitetsteori, for tilstrækkeligt lave vekselvirkningsenergier.

Uden en fundamental beskrivelse af tyngdekraften er det den almindelige opfattelse blandt fysikere, at vi ikke kan sige ret meget om eventuelle kvantegravitationelle effekter, men det er rent faktisk ikke korrekt. Uden at kende den grundlæggende teori er det naturligvis umuligt fuldstændigt at forudsige alle stoffets kvantemekaniske aspekter, men vi kan stadigvæk fastlægge visse entydige konsekvenser. Helt konkret er det muligt via en beskrivelse af tyngdekraften, som en *effektiv feltteori* [1, 2], at udregne konsistente perturbative kvantegravitationelle effekter med almindelige kvantefeltteoretiske metoder. Sådanne korrektioner er *unikke* i den forstand, at de også nødvendigvis må forekomme i en mere fundamental beskrivelse. En effektiv beskrivelse af kvantegravitation er derfor meget nyttig, idet vi kan udforske konkrete perturbative *kvantemekaniske konsekvenser* af tyngdekraften uden at kende til den grundlæggende formulering af en sådan kvanteteori.

Tyngdekraften — en effektiv feltteori?

Diagrammatisk kan vi kortfattet udtrykke ideen bag formuleringen af almen relativitetsteori som en effektiv feltteori således:



Selvom den fundamentale teori ikke er kendt, kan vi stadig udregne konkrete kvantemekaniske korrektioner i den effektive teori.

Einsteins *almene relativitetsteori*, som blev publiceret i 1916, forener på en meget smuk måde tankerne i hans *specielle relativitetsteori* med *Newtons tyngdekraft* ved at sammenkoble *rummets geometri* til dets *energitæthed*. Dette er matematisk formuleret i *Einstein ligningen*

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 16\pi G T_{\mu\nu}, \quad (1)$$

hvor *metrikken* $g_{\mu\nu}$ er en karakteristisk størrelse for det valgte koordinatsystem, $R_{\mu\nu}$ udtrykker rummets krumning og $T_{\mu\nu}$ angiver dets energitæthed. Konstanten G er Newtons universelle *gravitationskonstant*.

Formulerer vi Einsteins almene relativitetsteori via *Einstein-Hilbert virkningen*,

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{16\pi G} + \mathcal{L}_{\text{stof}} \right], \quad (2)$$

hvorfra man matematisk kan udlede Einstein ligningen, er den effektive feltteoretiske beskrivelse en generalisering til virkningen,

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{16\pi G} + c_1 R^2 + c_2 R^{\mu\nu} R_{\mu\nu} + \dots + \mathcal{L}_{\text{stof}} \right]. \quad (3)$$

Her har vi har introduceret nye led, der er funktioner af rummets krumning $R_{\mu\nu}$, og som er associerede med de *effektive koblingskonstanter* c_i , således at vi, i den *effektive virkning*, udover Newtons fundamentale gravitationskonstant G , også har uendeligt mange nye koblingskonstanter $c_1, c_2, \dots$.

En effektiv feltteoretisk beskrivelse af tyngdekraften er teoretisk forbundet med Einsteins almene relativitetsteori via dens Lagrange-beskrivelse, og den kan derfor ansues som en *generalisering*. Den effektive formulering vil selvfølgelig ikke lede til præcis den samme feltligning som Einsteins almene relativitetsteori¹, men derimod til en ny effektiv feltligning, en slags generaliseret Einstein ligning, der involverer de nye koblingskonstanter c_i . Det kan imidlertid udledes fra kosmologiske observationer, at koblingskonstanterne c_1 og c_2 skal være af størrelsesordenen [3] $\sim 10^{74}$ for at lede til nævneværdige afvigelser fra den almene relativitetsteoris eksperimentelle forudsigelser. Eksempelvist for $c_1, c_2 \sim O(1)$ vil den effektive beskrivelse, med en høj grad af nøjagtighed, præcis give de samme eksperimentelle forudsigelser, som den almene relativitetsteori.

Gravitonen — en ny elementarpartikel?

Elementarpartikelfysikken, såsom eksempelvis *kvante-elektro-dynamikken* (QED) eller *kvante-chromodynamikken* (QCD), der er meget succesfulde og eksperimentelt afprøvede kvanteteorier, opererer med såkaldte *feltpartikler*, der udbreder feltkraften imellem vekselvirkende partikler,

- i QED er den korresponderende feltpartikel *fotonen*, som er masseløs og har spin-1,
- imens *gluonen*, som ligeledes er masseløs og har spin-1, er feltpartikel for de stærke vekselvirkninger i QCD imellem kvarkernes farveladninger.

Teorierne QED og QCD, beskriver henholdsvis leptoners og kvarkers vekselvirkninger, og giver sammenfattende den kvantefeltteoretiske beskrivelse af elementarpartiklers dynamik i en model, som blandt partikelfysikere er bedre kendt som *Standardmodellen*. Den beskriver alle kendte stof-vekselvirkninger på nær gravitationen i én og samme formalisme.

En feltteori for tyngdekraften må derfor også nødvendigvis postulere en ny partikel — en feltpartikel, som kaldes *gravitonen*. Denne nye partikel må

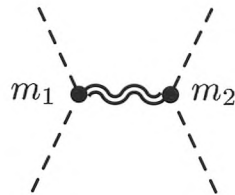
- vekselvirke med alt stof, via dets energitæthed,
- have spin-2,
- være masseløs, og dermed have uendelig rækkevidde, og udbrede sig med samme hastighed som lyset, ligesom gluoner og fotoner.

En *direkte observation* af gravitoner ville indikere eksistensen af kvantegravitation, men indtil videre er gravitonen *ikke* observeret eksperimentelt.

Feynman diagrammer og vekselvirkninger imellem partikler

Det har været kendt siden 1960'erne, at det er muligt at skabe en *kvantefeltteoretisk* beskrivelse af gravitationen, via Einstein-Hilbert virkningen, og at en sådan teori reproducerer de fleste klassiske elementer af Einsteins almene relativitetsteori. En god pædagogisk kilde til mange af disse spekulationer er Feynmans noter [4].

Vekselvirkningen imellem partikler kan i en sådan teori beskrives via *Feynman diagrammer*, hvor hvert Feynman diagram angiver et deludtryk for en *kvantemekanisk amplitude*. For at udregne den fulde amplitude er det nødvendigt at summere over alle de mulige diagrammer til samme orden i de fysiske koblingskonstanter².



Figur 1. Et såkaldt Feynman træ-diagram, som svarer til en vekselvirkning imellem to partikler (angivet med stiplede linier), hvorved der udveksles en graviton (angivet med en dobbelt bølgelinie).

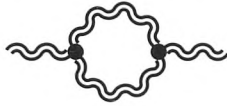
Feynman diagrammer kan klassificeres i forskellige bidrag, som har forskellig fysisk betydning. Til første approksimation inkluderer vi for eksempel kun de simplest forbundne diagrammer, det vil sige alle diagrammer, der er forbundne uden *ringslutninger*. Disse diagrammer kaldes også *træ-diagrammer* og svarer nøjagtigt til den *kvantemekaniske amplitude* som vi også kunne udregne direkte fra feltligningerne. Det er

¹Det vil sige Einstein ligningen.

²Kvadratet, af den totale amplitude, udtrykker den *kvantemekaniske sandsynlighed* for, at en given partikelproces finder sted.

vist, at amplituder, udregnet via en sådan formalisme, er i overensstemmelse med forventningerne fra Einstein ligningen.

Det er imidlertid velkendt, at *ægte kvanteeffekter* i feltteorier ($\hbar$ -korrektioner) først optræder i *loop-diagrammer*, hvor en partikel vekselvirker med sig selv i en ringslutning.



Figur 2. Et Feynman diagram, hvori en graviton (angivet med en *dobbelt bølgelinie*) vekselvirker med sig selv i en ringslutning, imens der integreres over dens vekselvirkningsenergi, et såkaldt *loop-diagram*. Et sådant diagram leder til uendeligheder i beregningerne.

Men loop-diagrammer er langt mere komplicerede at beregne end træ-diagrammer og det er ikke nødvendigvis sådan, at en given feltteoretisk beskrivelse leder til konsistente loop-effekter, selvom teorien giver god mening for træ-diagrammerne. I QED kan man vise, at loop-diagrammer giver god mening via en *reskalering* af finstrukturkonstanten α , og udregnede resultater for loop-effekter kan sammenlignes med eksperimentelle data. I en feltteori for gravitation genererer loop-diagrammer uendelige bidrag, som ikke kan fjernes ved at reskalere Newtons konstant (’t Hooft og Veltman) [5], hvilket gør, at teorien ikke længere er konsistent, når vekselvirkningsenergiene bliver meget høje. Man taler om, at en sådan kvantegravitationsteori *ikke er renormaliserbar*.

I en effektiv beskrivelse er dette dog *ikke* et *problem*, idet den generaliserede effektive virkning har led, der hver især *modsvares* divergenserne fra loop-diagrammerne. Dermed kan vi i en effektiv feltteori ved at reskalere koblingskonstanterne c_i , ligesom vi kan reskalere α i QED, *undgå* problemet med de højenergetiske *divergenser*. Hermed har den effektive teori også gyldighed for høje energier, og vi kan nu beregne konsistente loop-korrektioner. Eneste problem er, at den effektive teori er mere generel — den indeholder nu i princippet uendeligt mange nye koblingskonstanter, som må måles eksperimentelt. Praktisk har det dog ingen betydning, som vi har set, da selv kendskab til c_1 og c_2 kun vil have afgørende betydning ved meget høje energier.

For tilstrækkeligt lave energier er en effektiv feltteoretisk beskrivelse af tyngdekraften, således den *mest naturlige model* for den *lavenergetiske grænse* af en fundamental kvanteteori, og vi kan i den effektive formalisme behandle tyngdekraften ligesom enhver anden feltteori.

De ledende kvantekorrektioner til Newtons lov

Det er velkendt, at vi i den *ikke-relativistiske* grænse har Newtons *gravitationelle potential*, som udtrykker

tiltrækningsenergien imellem to masser,

$$V(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r}, \quad (4)$$

$V(r)$ er her den potentielle energi, m_1 og m_2 er de to masser, og r er deres indbyrdes afstand.

Som vi har set giver den effektive beskrivelse os en *konsistent* kvantebeskrivelse af tyngdekraften og i 1994 beregnede Donoghue [2], som den første, konkrete effektive kvantemekaniske loop-korrektioner i en sådan effektiv gravitationsteori. Hermed var det muligt at udregne de *eksakte* kvantefeltteoretiske *korrektioner* (Bjerrum-Bohr, Donoghue og Holstein) [6, 7] til Newtons gravitationslov

$$V(r) = -\frac{G m_1 m_2}{r} - 3 \frac{G^2 m_1 m_2 (m_1 + m_2)}{c^2 r^2} - \frac{41}{10\pi} \frac{G^2 m_1 m_2 \hbar}{c^3 r^3}, \quad (5)$$

Resultatet, for korrektionen til Newton potentialet, afhænger overraskende nok ikke af de to effektive koblingskonstanter c_1 og c_2 , og er beregnet ved at summe over de mulige Feynman diagrammer, som optræder for den givne vekselvirkning mellem de to partikler.

Kigger vi på den *kvantekorrigerede gravitationslov* ses det, at imens det første led i den effektive feltteoretiske beregning præcis reproducerer Newtons lov, og det andet led nøjagtigt svarer til den teoretiske forventning fra almen relativitetsteori³, angiver det tredje led den unikke kvantekorrektion til vekselvirkningen, der skyldes den kvantemekaniske beskrivelse. Kvantekorrektionen i det ovenstående udtryk for Newtons potential vil dog være ufatteligt lille, da forholdet mellem korrektionen fra almen relativitetsteori og Newton ledet er af størrelsesordenen $\sim 10^{-45}$ for et *brint-atom* og $\sim 10^{-9}$ for tiltrækningen imellem *Jorden* og *Solen*, mens de tilsvarende forhold for kvantekorrektionen vil være henholdsvis $\sim 10^{-49}$ og $\sim 10^{-92}$. Det ses derfor, at det i praksis nærmest vil være *umuligt* at skelne kvanteafvigelserne fra de klassiske bidrag fra almen relativitetsteori eksperimentelt, og det er derfor meget svært at tænke sig *eksperimentelle scenarier*, som vil kunne verificere kvanteeffekterne. Det logiske udgangspunkt er at kigge efter eksperimenter, hvor der *ikke* er noget klassisk bidrag, således at kvanteeffekten er det *eneste* bidrag. En eksperimentel mulighed er måske at undersøge *Hawking stråling* fra sorte huller, hvor kvanteeffekter måske kunne observeres. En anden mulighed er kvanteeffekterne fra tyngdepotential imellem *kosmiske strenge*, hvor det kan vises, at kun kvantekorrektionen er tilstede (Burgess) [9]. Men

³Dette bidrag er konsistent med perihelion korrektionen til planetbanerne omkring Solen [8].

sådanne overvejelser er dog stadigvæk meget *spekulative*, idet hverken kosmiske strenge eller sorthulstråling hidtil er blevet observeret.

Konklusion

Formuleres tyngdekraften som en effektiv feltteori — er den *effektivt renormaliserbar*, og det er dermed muligt at skabe en konsistent kvantebeskrivelse helt op til vekselvirkningsenergiene nær *Planck skalaen*: $\sqrt{c^5 \hbar / G} \sim 10^{19}$ GeV. Da Planck-energien er mange størrelsesordener højere end det, vi på nuværende tidspunkt kan opnå via partikelacceleratorer ~ 1000 GeV, har vi med den effektive beskrivelse en kvanteteori for tyngdekraften for alle energier, som vi almindeligvis opfatter som højenergetiske.

Ved vekselvirkningsenergi nær Planck skalaen forestiller man sig gennemgribende ændringer af vores opfattelse af tid og rum, og at en effektiv beskrivelse bryder sammen. Ved sådanne energier er det forventeligt, at alle kendte vekselvirkninger gravitationelle, elektriske og svage og stærke kernekrafter vil have samme størrelsesorden, og det er foreslået, at den fundamentale teori for kvantegravitation her er en strengteori, da en sådan beskrivelse indeholder tilstande, som kan fortolkes som gravitoner. Et sådant scenarie er fuldstændigt konsistent med en beskrivelse af almen relativitetsteori som en effektiv feltteori, idet den effektive beskrivelse ikke afhænger af et indgående kendskab til den fundamentale kvanteteori.

Det er ikke desto mindre ret fascinerende og interessant, at vi *trods* problemerne med at formulere en egentlig fundamental kvanteteori for tyngdekraften, alligevel her i *Einstein-året* må konkludere, at en kvantemekanisk beskrivelse af almen relativitetsteori via effektiv feltteori i dag er en realitet, og at kvantemekaniske effekter i langt de fleste tilfælde sagtens kan kvantitativt *estimeres* eller bedre direkte *udregnes* fra en effektiv beskrivelse af tyngdekraften. Da disse kvanteeffekter hidtil har vist sig at være *ekstremt små*, vil det være endog meget vanskeligt at verificere deres tilstedeværelse, men egentlig er dette faktum mere et udsagn om almen relativitetsteoris *anvendelighed* og *store gyldighed* for langt de fleste *observationer* i naturen.

Litteratur

- [1] S. Weinberg (1979), Phenomenological Lagrangians, *Physica A* **96** 327.
- [2] J. F. Donoghue (1994), General Relativity As An Effective Field Theory: The Leading Quantum Corrections, *Phys. Rev. D* bind **50** 3874 [gr-qc/9405057].
- [3] K. S. Stelle (1978), Classical Gravity With Higher Derivatives, *Gen. Rel. Grav.* bind **9**, 353.
- [4] R.P. Feynman, F.B. Morinigo and W.G. Wagner

(1999), Feynman Lectures on Gravitation, Edited by B. Hatfield, Penguin books.

- [5] G. 't Hooft and M. J. G. Veltman (1974), One Loop Divergencies In The Theory Of Gravitation, *Annales Poincare Phys. Theor. A* bind **20** 69.
- [6] N. E. J. Bjerrum-Bohr, J. F. Donoghue and B. R. Holstein (2003), Quantum gravitational corrections to the nonrelativistic scattering potential of two masses, *Phys. Rev. D* bind **67**, 084033 [hep-th/0211072].
- [7] N. E. J. Bjerrum-Bohr (2004), Quantum gravity, effective fields and string theory, hep-th/0410097.
- [8] Y. Iwasaki (1971), Quantum Theory of Gravitation vs. Classical Theory, *Prog. Theor. Phys.* bind **46**, 1587.
- [9] C. P. Burgess (2004), Quantum gravity in everyday life: General relativity as an effective field theory, *Living Rev. Rel.* bind **7**, 5 [gr-qc/0311082].



Niels Emil Jannik Bjerrum-Bohr er ansat som forskningsassistent ved Wales Universitet i Swansea. Hans forskningsområder indenfor højenergifysikken er p.t. kvantegravitation, amplituder i gauge-teorier og twistor-strengteori.

Foredrag i foråret 2005 i Dansk Geofysisk Forening

- Tirsdag den 8. marts kl. 18.00:
Generalforsamling; Auditoriet, Geofysisk Afdeling, Juliane Maries Vej 30.
Der serveres en let anretning til de fremmødte ved generalforsamlingen.
- Tirsdag den 8. marts kl. 19.00:
“Sumatra-Andaman Jordskælv 2. juledag 2004” ved Ólafur Guðmundsson, Niels Bohr Institutet, KU.
- Tirsdag den 3. maj kl. 19.00:
“Klima-modellering og iskernedata – det nordatlantiske klima gennem 500 år” ved Jens Hesselbjerg Christensen, Danmarks Meteorologiske Institut og Bo Møllersøe Vinther, Glaciologigruppen, Niels Bohr Institutet, KU.

Læs mere om arrangementerne på:

www.gfy.ku.dk/~dggf