

Bose-Einstein Kondensation: Når atomer synger i kor

Nicolai Nygaard, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD 20999-8410, USA

I 1924 udledte den unge bengalske fysiker S. N. Bose Plancks strålingslov ved at postulere, at fotoner er uskelnelige partikler. Deres tællestatistik er derfor forskellig fra klassiske partikler, som kan skelnes fra hinanden. Da Boses artikel blev afvist af *Philosophical Magazine*, sendte han manuskriptet til Einstein, som prompte oversatte det til tysk og sørgede for at det blev publiceret [1]. Einstein udvidede efterfølgende Boses analyse til at omfatte massive partikler og opdagede herved det fænomen vi idag kender som Bose-Einstein kondensation.

To slags partikler

Klassisk fysik skelner mellem identiske partikler, på samme måde som man til et cocktail party kan skelne mellem to identisk klædte enæggede tvillinger: De bliver præsenteret som Peter og Poul: "Det er Peter til venstre." Hvis man nu ikke slipper tvillingerne med blikket, vil man til enhver tid kunne sige hvem der er Peter og hvem der er Poul. Forlader man lokalet for en stund, vil man ikke bagefter kunne afgøre hvem der er hvem, da de er identiske. Men det skyldes manglende viden hos iagttageren.

Klassisk fysik skelner på samme måde mellem identiske partikler: Det har mening at sige, at den ene af to identiske partikler har en given koordinat, og den anden har en anden koordinat, da vi i princippet kan iagttage begge partikler kontinuert i tid og rum, og således til enhver tid vide hvilken af de to der, for eksempel, "var den der startede længst til venstre."

I kvantemekanikken forholder det sig anderledes. Her kan vi ikke følge de enkelte partiklers baner i detalje, eftersom de er beskrevet ved bølgefunktioner, der kun giver sandsynligheden for at finde en bestemt partikel et givent sted i rummet. Hvis to partikler befinder sig i det samme område, vil deres bølgefunktioner overlappe, så hvis vi måler tilstedeværelsen af én af dem, kan vi umuligt afgøre hvilken af de to der var tale om. Kun at én af dem befandt sig der hvor vi kiggede. Partiklerne er med andre ord uskelnelige.

Ombytning af to identiske partiklers koordinater må derfor ikke ændre noget fysisk i en kvantemekanisk beskrivelse, da det ingen mening har at sige, at den ene af to identiske partikler har en given koordinat, og den anden partikel en anden koordinat. Begreberne "den ene", henholdsvis "den anden", er meningsløse, og enhver ombytning af to partikler efterlader alle målbare aspekter af systemet uændrede. Det er en selvstændig erkendelse, at naturen har valgt at bygge denne uskelnelighed ind på det mest fundamentale niveau, således at

alle fysisk forekomne tilstande er uændrede under ombytning af to identiske partikler. Denne empiriske indsigt betyder, at når vi beskriver tilstanden af et system af identiske partikler med en bølgefunktion, som afhænger af partiklernes koordinater, kan denne højst ændre sig med en fasefaktor, når vi ombytter to partikler:

$$\Psi(\dots, \mathbf{x}_i, \dots, \mathbf{x}_j, \dots) = \lambda \Psi(\dots, \mathbf{x}_j, \dots, \mathbf{x}_i, \dots), \quad (1)$$

hvor hver partikel er beskrevet ved et sæt koordinater $\mathbf{x}_i$, der for eksempel kunne angive en position i rummet. Hvis vi ombytter de samme to koordinater *to* gange, ender vi naturligvis hvor vi startede. Så $\lambda^2 = 1$.

Alle partikler kan derfor inddeles i to klasser efter værdien af λ . For $\lambda = +1$ kaldes partiklerne *bosoner*, mens de for $\lambda = -1$ kaldes *fermioner*. Disse to typer partikler er fysisk væsensforskellige. Bosoner er sociale i den forstand, at et ubegrænset antal bosoner kan klemmes ind i en given kvantetilstand. Fermioner er derimod enspændere, idet to eller flere identiske fermioner ikke kan være i den samme tilstand. Var de nemlig det, ville bølgefunktionen være uforandret ved ombytning af to partikel-koordinater (se figur 1). Men samtidigt skal den skifte fortegn, da $\lambda = -1$ for fermioner. Følgelig er bølgefunktionen nul, og dermed er også sandsynligheden for tilstanden nul: Den er forbudt. Dette kaldes *Paulis udelukkelsesprincip*, og vi har lige bevist det. Vi må konkludere, at en given kvantetilstand maksimalt kan rumme en enkelt fermion.

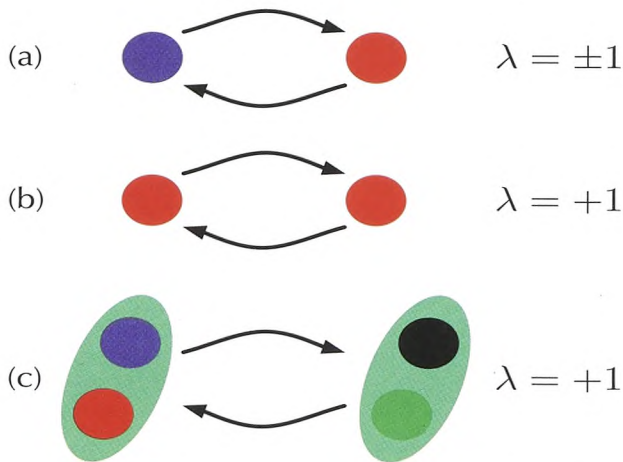
Elektroner og nukleoner er alle fermioner, men atomer kan opføre sig som bosoner, hvis de er sammensat af et lige antal fermioner. Tænk på ombytning af to par af fermioner, som vist i figur 1 (c). Ombyttes partiklerne to og to, er der en faktor -1 for hver permutation, hvilket tilsammen giver $\lambda = +1$. Det er let at generalisere dette argument til et større antal partikler. For eksempel er ${}^7\text{Li}$ (3 protoner, 3 elektroner og 4 neutroner) en boson, mens ${}^6\text{Li}$, der har en neutron færre, er en fermion.

Einsteins indsigt

Einstein viste, at for en ideal gas af bosoner er befolkningen af en kvantetilstand med energi ϵ_v givet ved

$$n_v = \frac{1}{e^{(\epsilon_v - \mu)/k_B T} - 1}, \quad (2)$$

kaldet Bose-Einstein fordelingen. Her er k_B Boltzmanns konstant, og T er temperaturen. Det kemiske potential, μ , er bestemt ud fra betingelsen, at antallet af partikler, $N = \sum_v n_v$, er bevaret.



Figur 1. Ombytning af to identiske partikler og de mulige værdier af fasefaktoren λ i ligning (1). Partiklernes kvantetilstand er indikeret ved deres farve. Hvis partiklerne er i forskellige tilstande (a), er både $\lambda = +1$ og $\lambda = -1$ mulige. Hvis partiklerne derimod er i samme tilstand (b), kan λ kun antage værdien $+1$, eftersom en ombytning ikke ændrer noget. I (c) illustreres ombytning af to par af identiske partikler. Ombytningen foretages ved at permutere partiklerne to og to, hvilket giver en samlet fasefaktor $\lambda = (\pm 1)^2 = +1$. Par af identiske partikler opfører sig derfor som bosoner.

Hvad Einstein indså var, at den maksimale værdi for μ er ϵ_0 , den laveste partikel energi, eftersom $\mu > \epsilon_v$ svarer til en tilstand med negativ befolkning. For en varm gas $\mu \rightarrow -\infty$, og Bose-Einstein fordelingen er identisk med en klassisk Boltzmann fordeling. I takt med at temperaturen reduceres, øges værdien af det kemiske potential, indtil $\mu = \epsilon_0$. I det tilfælde divergerer udtrykket (2), og Einstein postulerede, at gassen deles i to: “Én del kondenserer, resten forbliver en fortættet ideal gas”, [2]. Kondenseringen er udtryk for en ophobning af partikler i grundtilstanden, som vil have en makroskopisk befolkning givet ved

$$N_0 = N - \sum_{v \neq 0} n_v. \quad (3)$$

Dette er hvad vi forstår ved et Bose-Einstein kondensat (BEC).

Med Einsteins ord ligger det interessante i Boses teori for lyskvanter i hypotesen om en vidtgående formel sammenhæng mellem stråling og gas. Vi kan følgelig kvalitativt forstå BEC ved at betragte atomerne som manifestationer af de Broglies stofbølger med en bølgelængde $\lambda_{dB} = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$, hvor m er atomernes masse, og h er Plancks konstant. Når temperaturen reduceres, bliver partiklerne mere og mere udtværede, og overgangen til BEC sker når de individuelle bølgepakker begynder at overlappe. Kondensatet består af atomer, der svinger i takt, og som tilsammen udgør en makroskopisk stofbølge, et veritabelt superatom. Kondensatet er derfor beskrevet ved en makroskopisk bølgefunktion, der adlyder en bølgeligning. Eftersom atomerne vekselvirker indbyrdes, er denne ligning ikke lineær. Det er interessant,

at Einsteins artikel var blandt de første, der benyttede de Broglies stofbølge koncept, og på den måde var med til at bane vejen for Schrödingers bølgemekanik.

Superatomer og Superflydere

i 1938 postulerede F. London en sammenhæng mellem BEC og den nyligt opdagede superflydende fase i ^4He (helium II). Eftersom ^4He isotopen er bosonisk, så han i helium II's nærmest magiske egenskaber en manifestation af den makroskopiske bølgefunktion, der beskriver et kondensat. Af Londons ide udsprang Tisza og Landaus enormt succesrige to-væske model, hvori helium II beskrives som bestående af to sameksisterende væsker med hver sin tæthed og hastighedsfelt; en normal væske, som opfører sig klassisk, og en superflydende del, som flyder frit uden viskositet. Det er kondensatet, beskrevet ved bølgefunktionen $\Psi_0(\mathbf{r}) = |\Psi_0(\mathbf{r})|e^{i\phi}$, der bestemmer de superflydende egenskaber. Således er den superflydende hastighed givet ved den rumlige variation af fasen, ϕ , af kondensatets bølgefunktion:

$$\mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{m} \nabla \phi, \quad (4)$$

akkurat som vi kender det fra kvantemekanikken ($\hbar = h/2\pi$). Det unikke er, at alle atomerne i kondensatet har den samme fase ϕ , således at de flyder i samlet flok.

Studiet af helium II førte til en lang række fremskridt i mange-legeme fysik, specielt i 1950'erne. Men helium er plaget af stærke vekselvirkninger mellem partiklerne, som slører kondensatet. Derfor drømte BEC fysikere om at lave et kondensat i en gas, hvor effekten af vekselvirkninger ville være mindre på grund af den lavere tæthed. Denne drøm skulle vise sig at være særdeles vanskelig at realisere. Således tog det mere end tyve år fra de første eksperimenter kom igang i midten af 1970'erne, til det lykkedes at skabe Einsteins kondensat i en atomar gas.

Kolde Atomer

En væsentlig teknologisk hurdle, som skulle overkommes, var udviklingen af laserkøling, der gjorde det muligt at køle atomare gasser til ultralave temperaturer. I 1995 lykkedes det Eric Cornell og Carl Wieman ved University of Colorado og Wolfgang Ketterle ved MIT at fremstille de første Bose-Einstein kondensater i laserkølede gasser af henholdsvis rubidium og natrium atomer [3, 4]. Denne bedrift har ført til en eksplosion af teoretisk analyse og eksperimenter i dusinvis af laboratorier verden over, hvor fysikere udforsker deres nye legetøj i enhver tænkelig detalje. Cornell, Wieman og Ketterle delte i 2001 Nobelprisen i fysik for deres banebrydende arbejde.

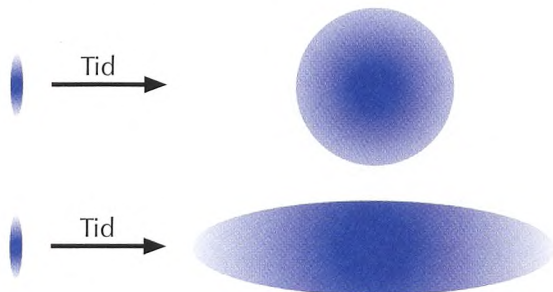
En lang række af eksperimenter har afdækket talrige interessante aspekter af BEC. Her skal vi koncentrere os om blot et par effekter, som yder en god illustration af kondensatets kvantemekaniske natur. Den første knytter sig til den måde kondensatet udvider

på. I eksperimenterne køles gassen, mens den holdes fanget i en fælde, hvor atomerne holdes sammen enten af laserstråler eller magnetiske felter. Men i fælden er kondensatet mindre end den optiske opløslighed, så det er nødvendigt at slukke for fælden, og lade gassen udvide sig for at tage billeder af den. Når en klassisk gas udvider sig, vil den rumlige fordeling efter en vis tid være sfærisk symmetrisk, uafhængigt af formen af den oprindelige beholder. Årsagen er, at de atomare hastigheder i fælden følger en Maxwell fordeling, som kun afhænger af atomernes fart, v , ikke deres bevægelsesretning. Således er antallet af partikler, hvis hastighed ligger i intervallet $[v, v + dv]$, proportionalt med $\exp(-mv^2/2k_B T)dv$.

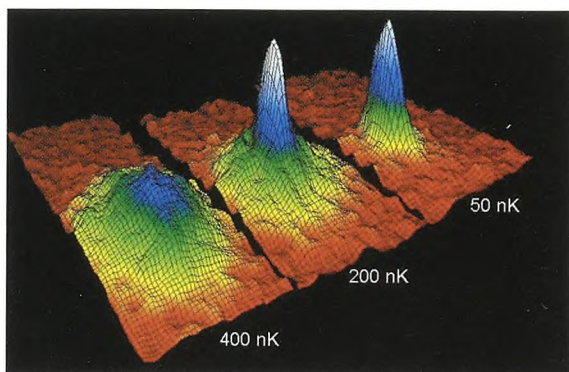
Under fri ekspansion er hastighedsfordelingen uforandret, hvorimod hver enkelt atoms position er bestemt ud fra

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t, \quad (5)$$

hvis vi kan se bort fra tyngkraften. I grænsen hvor $t \rightarrow \infty$, er den oprindelige rumlige fordeling irrelevant, og vi kan negligere $\mathbf{r}_0$. Derfor udvider gassen sig asymptotisk som en kugle, hvori tætheden er Gaussfordelt. Dette er illustreret i figur 2.



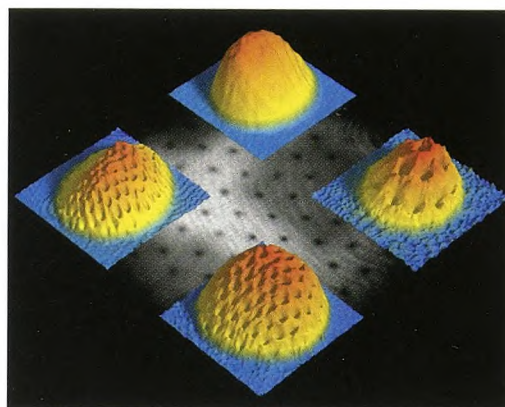
Figur 2. Ballistisk udvidelse af en klassisk gas (øverst) og et Bose-Einstein kondensat (nederst). Hvor en klassisk gas udvider sig som en kugle uanset begyndelsesbetingelserne, fastholder et kondensat sin oprindelige form, men med den korte og lange akse ombyttet.



Figur 3. Billeder af ^{87}Rb gasser efter udvidelse for tre forskellige temperaturer angivet i nano-Kelvin. Profilen til venstre er den typiske Gaussiske fordeling for en klassisk gas. For lavere temperaturer (midten) gror en asymmetrisk profil op, som indikerer at et kondensat er dannet. Ved endnu lavere temperaturer er alle atomerne i kondensatet, og den termiske sky af klassisk fordelte atomer er helt forsvundet. Fra University of Colorado, jila.colorado.edu/bec.

I modsætning hertil vil et Bose-Einstein kondensat, der udvider sig, beholde en profil, som afspejler den oprindelige form. Dette er på grund af den makroskopiske befolkning af grundtilstanden i fælden. Vi ved fra Heisenbergs usikkerhedsprincip, $\Delta x \Delta p < \hbar$, at en gas fanget i en anisotropisk fælde vil have den højeste impuls-komponent langs den korteste dimension i fælden. Derfor vil kondensatet udvide sig hurtigst i den korteste retning, når det sættes fri, med det resultat, at der vendes op og ned på formen (se figur 2). Observationen af denne særegne udvidelse af et kondensat var et slående bevis for BEC, som vist i figur 3.

Således opfører kondensatet sig som en sej væske, i stand til at holde sin form, på trods af at det er en meget tynd gas karakteriseret ved et ultrahøjt vakuum. Ligeledes vil et kondensat skvulpe, som en klat gelatine, hvis man puffer til det. Den slags kollektive bevægelser er en dramatisk illustration af, at atomerne i kondensatet opfører sig ens og synger i kor, når de bliver anslået, og er et vigtigt redskab til at karakterisere gassen [5].



Figur 4. Tætheden af et kondensat udsat for et roterende potential. For lave rotationshastigheder (øverst) forbliver kondensatet stationært, mens det for stigende rotationshastighed (med uret) rummer et større og større antal hvirvelstrømme. På det sidste billede (til venstre) rummer kondensatet 130 sådanne vortices. Fra MIT, cua.mit.edu/ketterle_group.

Vores andet eksempel viser på dramatisk vis, hvordan kvantemekanikken dikterer kondensatets opførsel. Hvis man rører i en normal væske, vil man straks sætte den i rotation. Derimod vil et kondensat i begyndelsen modsætte sig forsøget på at sætte det i bevægelse. Årsagen er, at kondensatets bølgefunktion kun kan beskrive cirkelbevægelser, hvis omkreds er et helt antal de Broglie bølgelængder, hvilket svarer til at impulsmomentet per partikel er kvantiseret i enheder af $\hbar$, ganske som i Bohrs model for brintatomet. Kun hvis man rører hurtig nok til at opfylde denne kvantiseringsbetingelse vil kondensatet rotere. Når kondensatet begynder at rotere, danner det kvantiserede hvirvelstrømme, eller *vortices*, som er huller i tæthedsfordelingen, hvorom fasen af bølgefunktionen vokser med præcis 2π . Disse vortices er mini tornadoer, hvorom atomerne cirkulerer

med en lokal hastighed givet ved ligning (4). Eftersom hvirvlerne frastøder hinanden, organiserer de sig i en karakteristisk gitterstruktur. Det er illustreret i figur 4, som viser billeder af et BEC under omrøring med en laserstråle med varierende rotationsfrekvens.

BEC i Danmark

I skrivende stund står hele tre danske eksperimentelle grupper på spring til at bringe BEC til Danmark. I Aarhus stiler Michael Budde mod at blande bosoner og fermioner i et optisk gitter, som er et krystal af lys. Når to eller flere laserstråler interferer og danner en stående bølge, bevirker den varierende lysintensitet, at atomerne ser et periodisk potential bestående af bakker og dale. Med dette redskab kan atomfysikere genskabe mange af de kendte fænomener fra faststoffysikken, såsom båndstruktur og Bloch oscillationer. Men eftersom det periodiske potential er dannet ved hjælp af laserlys, kan både dets geometri og styrke ændres vilkårligt. Derfor kan man eksperimentelt studere fysiske fænomener, som ligger udenfor den traditionelle faststoffysiks rækkevidde. Ved for eksempel at øge styrken af det optiske gitter, er det muligt at inducere en faseovergang mellem to vidt forskellige kvantemekaniske faser: Superflydende og isolerende. I den superflydende tilstand glider atomerne frit gennem gitteret, hvorimod de i den isolerende fase er låst fast med netop en partikel per brønd [6]. En sådan kvantefaseovergang er interessant, fordi den er styret, ikke af termiske fluktuationer som en klassisk faseovergang, men af fluktuationer på kvantniveau.

Ved at blande bosoniske og fermioniske atomer i et optisk gitter håber Michael Budde at kunne justere potentialet, således at hver brønd indeholder præcist én boson og én fermion i den isolerende fase. I den situation kan man via elektromagnetiske felter få atomerne til at gå sammen parvis og danne en hær af heteronukleare molekyler.

På H. C. Ørsted Institut vil Jan Thomsen studere kondensater, hvis atomer kan befinde sig i mere end én indre tilstand. Eftersom disse indre tilstande kan opfattes som komponenterne i en spinvektor, er det muligt at studere overgange mellem både ferro- og anti-ferromagnetiske faser styret af atomernes indbyrdes vekselvirkninger.

Endelig vil Jörg Helge Müller i Eugene Polziks gruppe på Niels Bohr Institutet udnytte BECs unikke optiske egenskaber til at lagre lyspulser. På grund af kondensatets høje optiske tæthed er koblingen mellem atomerne og lyset stærkere end for en klassisk gas. Derfor skulle det være muligt at udveksle ikke-klassiske korrelationer mellem et BEC og en laser, og altså i sid-

ste ende overføre informationerne fra en lyspuls til et kondensat for senere at læse dem ud igen. Et Bose-Einstein kondensat vil på den måde kunne fungere som en slag kvante-harddisk.

For alle tre grupperes vedkommende er det et realistisk mål at have et kondensat indenfor et halvt år, så 2005 kan meget vel blive et særdeles koldt år i Danmark.

Afslutning

Man ser i Einsteins arbejde med den fotoelektriske effekt og hans opdagelse af stimuleret emission i 1917 en naturlig ledetråd, der fører til BEC. Einstein forklarede den fotoelektriske effekt ved at indføre hypotesen om lyskvanter, hvis statistik Bose uddybede. Stimuleret emission er grundkonceptet i lasere, som bevirker at et makroskopisk antal lyskvanter befolker en enkelt svingningstilstand af det elektromagnetiske felt, på mange måder identisk med den måde atomer stimuleres sammen i kondensatet. Der er en smuk sammenhæng i det faktum, at den eksperimentelle realisering af BEC i en gas blev muliggjort af netop laseren, som satte eksperimentalfysikere i stand til at dysse atomernes termiske bevægelse ned ved at bombardere dem med fotoner.

Litteratur

- [1] S. N. Bose (1924), Z. Phys. bind **26**, 178.
- [2] A. Einstein, Sitzungsber. K. Preuss. (1925) Akad. Wiss. bind **1**, 3.
- [3] E. A. Cornell and C. E. Wieman (2002), Rev. Mod. Phys. bind **74**, 875.
- [4] W. Ketterle (2002), Rev. Mod. Phys. bind **74**, 1131.
- [5] D. S. Jin, J. R. Enscher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A. Cornell (1996), Phys. Rev. Lett. bind **77**, 420.
- [6] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch og I. Bloch (2002), Nature bind **415**, 39.



Nicolai Nygaard er gæsteforsker ved National Institute of Standards and Technology i Maryland, USA. Hans forskning omhandler Bose-Einstein kondensation og superflydende Fermi-gasser.