

Meteren, en fantastisk fortælling

Peer Jespersen

Artiklen fortæller historien om den franske meters tilblivelse under revolutionen og Nationalforsamlingens beslutning om at definere et universelt længdemål baseret på Jordens meridian. De to astronomer Jean Baptiste Joseph Delambre og Pierre Méchain fik til opgave at opmåle strækningen fra Dunkerque til Barcelona ved hjælp af triangulering og Bordas cirkelinstrument. Opmålingerne blev præget af politiske uroligheder, arrestationer, krig og tekniske udfordringer, herunder Méchains hemmeligholdte målefejl. Efter flere års arbejde kunne de aflevere et samlet datagrundlag, der dannede basis for den første definition af meteren. Artiklen gennemgår både den historiske proces og de matematiske principper bag trianguleringen.

Den 14. juli 1789 stormede parisiske borgere Bastillen. De slog vagterne ihjel og frigav fangerne. Revolutionen var i gang. Enevældet og adlen blev afskaffet. Nationalforsamlingen blev dannet med direkte valg.

I 1790 fremsatte C. M. de Talleyrand-Périgord et forslag i Nationalforsamlingen om definitionen af et længdemål ud fra en uforanderlig størrelse. Nationalforsamlingen støttede forslaget og besluttede, at længdemålet, én meter, skulle defineres som $1/10.000.000$ af afstanden fra Ækvator til Nordpolen målt langs meridianen, der går gennem Paris.

I praksis valgte man at bestemme afstanden fra det gamle fyrtårn i Barcelona til fyrtårnet i Dunkerque. Nationalforsamlingen havde også besluttet, at opmålingen skulle ske ved triangulering ved brug af instrumentet Bordas cirkelinstrument.

I juni 1791 sendte man astronomen og landmåleren Pierre Méchain (1744–1804) til Barcelona og astronomen Jean Baptiste Delambre (1749–1822) til Dunkerque. Méchain skulle opmåle afstanden fra Barcelona til Rodez, mens Delambre opmålte afstanden fra Dunkerque til Rodez.

Opmålingen

Delambre startede sin opgave i juni 1791. I første omgang ledte han efter trianguleringspunkter omkring Paris. Hans autorisation til opgaven var givet af kong Ludvig 16., og han blev derfor arresteret. Imidlertid blev kongen selv arresteret natten mellem den 20. og 21. juni.

Efter at Delambre modtog en ny autorisation fra Nationalforsamlingen, blev han løsladt. Han blev dog arresteret et par dage senere, da Bordas cirkelinstrument virkede mistænkeligt. Var han mon spion?

Han fik igen et nyt officielt papir fra Nationalforsamlingen og kunne nu fortsætte opgaven. Der var dog kun lidt fremskridt i arbejdet inden han vendte tilbage til Paris, hvor han tilbragte vinteren. Om foråret 1792 begyndte han at arbejde sig sydover fra Dunkerque.

Nye besværligheder kom i slutningen af 1793, hvor *Komiteen for den Offentlige Sikkerhed* fik ham fjernet fra opgaven. Først i maj 1795 blev Delambre genindsat.

I sidste del af 1795 triangulerede han mellem Orléans og Bourges, og i løbet af sommeren 1796 mellem Bourges og Evaux. Han kunne derfor allerede i 1797 afslutte trianguleringsopgaven ved triangulering

mellem Evaux og Rodez.

Vinteren 1795/96 tilbragte han i Dunkerque for at beregne bredde- og længdegrader meget præcis. Endvidere skulle der opmåles en præcis basislinje, så beregninger kunne blive nøjagtige. Udover basislinjen ved Dunkerque opmålte Delambre også en præcis basislinje i Melun, sydøst for Paris i april 1798.

Efter alle opmålinger kom det store arbejde med beregninger, og Delambre kunne aflevere sin rapport til *Komiteen for Vægt og Mål* i februar 1799.



Figur 1. Delambres og Méchains triangulering.



Figur 2. Jean Baptiste Joseph Delambre.

Den 28. juni 1792 rejste Méchain til Barcelona. I løbet af sommeren fandt han trianguleringspunkter i Catalonien. Igennem efteråret anvendte han Bordas cirkelinstrument til at bestemme præcise placeringer af trianguleringspunkterne.

Vinteren 1792/93 tilbragte han i Barcelona for at bestemme den præcise måling af bredde- og længdegraderne. De spanske myndigheder samarbejdede positivt med Méchain og han fik lov til at benytte slottet på toppen af Mont Juïc.



Figur 3. Pierre Méchain.

I marts 1793 brød en krig (Pyrenæerkrigen, marts 1793 – juli 1795) ud mellem Frankrig og Spanien. Méchains arbejde i Spanien blev afbrudt, og han drog til Pyrenæerne, hvor han triangulerede bjergenes tinder. Da han ikke kun få instrumenterne, som stadig var på slottet Mont Juïc, anvendte han instrumenter fra kroen,

hvor han boede. I marts 1794 opdagede Méchain at instrumenterne fra kroen ikke gav de samme resultater, som hans egne instrumenter fra Mont Juïc. Han informerede imidlertid ingen om dette, og i april 1795 tog han til Perpignan for at genoptage opmålingen.

Delambre sendte Méchain alle de data, han havde opmålt og beregnet. Omvendt nægtede Méchain at sende sine data. Ligeledes nægtede han at vende tilbage til Paris for at møde Delambre. Han frygtede vel, at hans fejl ville blive opdaget.

Før Méchain sendte sin rapport ændrede han sine data. Ændringerne betød ikke at gennemsnittet blev ændret, men at afvigelsen fra gennemsnittet blev mindsket. Méchain indsendte sin rapport i juni 1799. Han døde i 1804 på en ny ekspedition for at korrigere sine målinger. Fejlen var dog meget lille og i størrelsesordenen 0,23 mm på 1 meter.

Triangulering

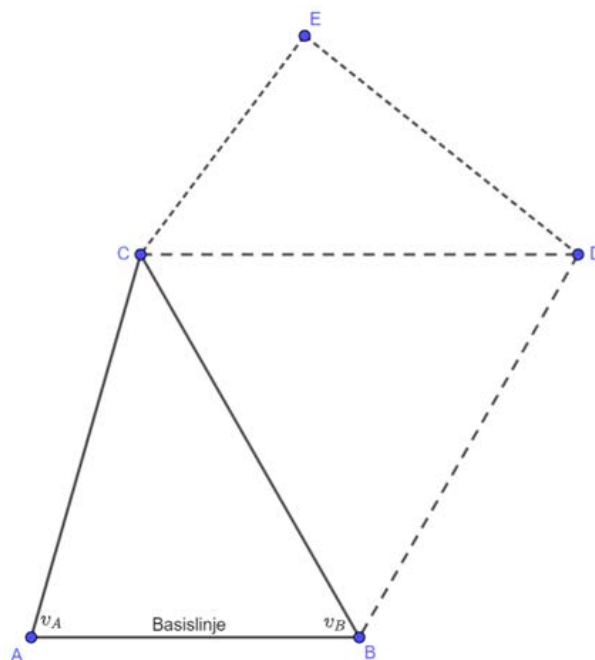
Triangulering foregår ved, at man definerer sin basislinje, som opmåles præcis. På figur 4 er linjestykket AB vores basislinje.

Trianguleringspunktet C bestemmes og vinklerne v_A og v_B opmåles ved hjælp af Bordas cirkelinstrument. Da vinkelsummen i en trekant er konstant 180° kan vinklen $v_C = \angle ACB$ beregnes. Ved brug af sinusrelationen:

$$\frac{|AB|}{\sin(v_C)} = \frac{|AC|}{\sin(v_B)} = \frac{|BC|}{\sin(v_A)} \quad (1)$$

kan afstandene $|AC|$ og $|BC|$ nu bestemmes.

Trianguleringen fortsætter nu til trianguleringspunktet D , hvor linjestykket BC fungerer som basislinje.

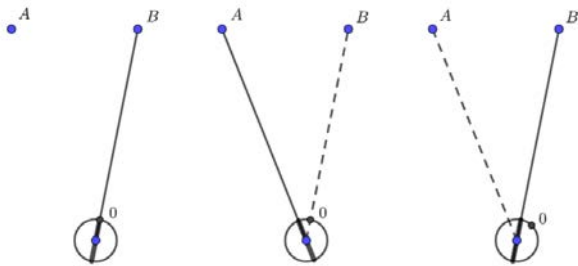


Figur 4. Triangulering.

Bordas cirkelinstrument

Bordas cirkelinstrument består af en cirkel, som langs kanten er inddelt i 720 lige store dele. Svarende til $\frac{1}{2}$

grad. Cirklen kan drejes begge veje, men kan også låses fast til en underliggende arm. Ovenpå cirklen er placeret et kikkertsigte. Ligesom cirklen kan kikkerten drejes begge veje, og kan låses fast på den drejelige cirkel.



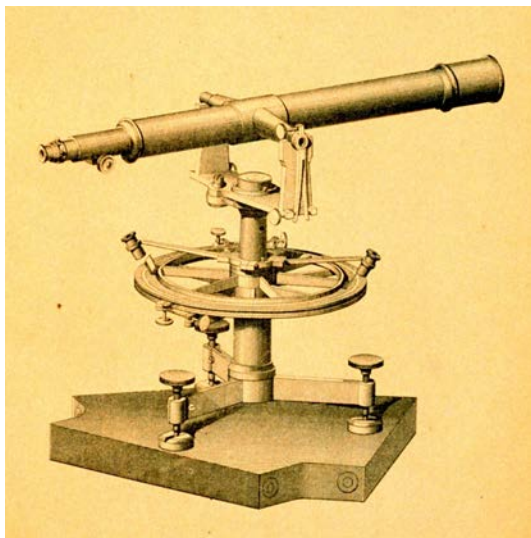
Figur 5. Arbejdsmetode for Bordas cirkelinstrument.

Bordas cirkelinstrument funktionsmetode:

1. Fastlås kikkertsigte ved cirkelens nulpunkt og drej cirklen, så kikkertsigtet peger mod punkt B . Når kikkertsigtet peger mod B låses cirklen fast til den underliggende arm.

2. Lås nu kikkertsigtet op og drej det mod venstre, så det peger mod punkt A . Når kikkertsigtet peger mod A låses kikkertsigtet fast til cirklen.

3. Lås nu cirklen fri af den underliggende arm og drej cirklen med kikkertsigtet, så det peger mod punkt B . Når kikkertsigtet peger mod punkt B låses cirklen fast på armen

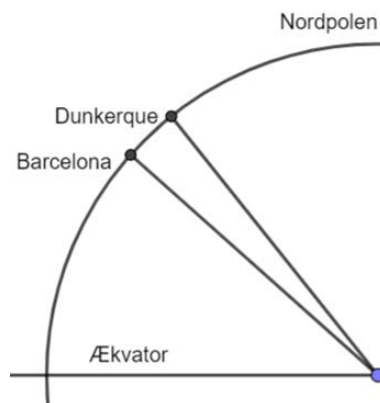


Figur 6. Bordas cirkelinstrument.

Dette (punkterne 2 og 3) gentages et bestemt antal gange, n . Efter sidste gentagelse bestemmes den samlede vinkel og denne deles med antal gange målingen er foretaget for at få den søgte vinkel. Men hvorfor gentagelsen?

Hvis den søgte vinkel er v , så har hver måling en usikkerhed på v . Den enkelte måling kan dermed opfattes som en stokastisk variabel med middelværdi v og spredning v ; $X_i \sim N(v, \sigma)$, $i = 1, 2, \dots, n$. Gennemsnittet af de n stokastiske variable er også en normalfordelt stokastisk variabel, $\bar{X} = \frac{1}{n} \cdot \sum X_i$ med samme middelværdi v , men med en spredning

på $\sigma/\sqrt{n}$. Dermed vil gennemsnittet afvige væsentlig mindre fra den søgte vinkel end hver enkelt måling.



Figur 7. Vinklen mellem Barcelona og Dunkerque.

Afsluttende beregninger

Delambre og Méchain har i beregningerne anvendt samme længdemål i opmålingen af basislinjen og de efterfølgende beregninger. Det længdemål de har anvendt er en toise (favn).

Delambre og Méchains konklusion var, at mellem Barcelona og Dunkerque var der 550.400 toise. Da buen mellem Barcelona og Dunkerque er $9,7^\circ$ kan længden af 1 meter nu beregnes som

$$\frac{550.400 \cdot 90}{9,7 \cdot 10.000.000} \quad (2)$$

hvilket giver, at 1 meter = 0,51068 toise.

Litteratur

- [1] www.bookofthrees.com/the-metre-the-repeating-circle-triangulation/
- [2] www.kenalder.com/measure/maps.htm
- [3] lex.dk/meter
- [4] lex.dk/toise
- [5] www.marinehist.dk/orlogsbib/Maritimk/Maritimk25.pdf
- [6] mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Delambre/
- [7] mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Mechain/
- [8] www.op.no/meteren-en-fantastisk-historie/o/5-36-1018587



Peer Jespersen er kandidat i matematik og datalogi fra Aarhus Universitet (1979) og har undervist på erhvervsakademier, ingeniørhøjskoler og gymnasier samt arbejdet i den private sektor. I dag er han pensionist med interesse for historisk matematik. Han er forfatter til "Elementer af matematikkens historier" (udkommer på LMFK-forlaget) og er ved at færdiggøre "Den græske matematik". Han undersøger nu kinesisk matematik.