

Tippetoppen

Af Klaus Seiersen, Fysikbasen

En "tippetop" er en lille snurretop, der først snurrer rundt som en normal snurretop for derefter automatisk at hoppe op og snurre på håndtaget ("stilken"). Beskrivelsen giver en kort teoretisk introduktion samt et større historisk overblik. Artiklen er redigeret fra en artikel på www.fysikbasen.dk.

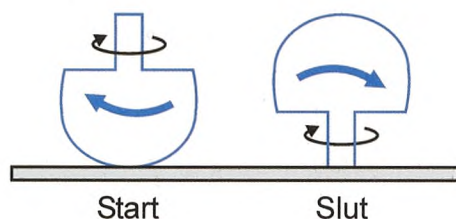
Indledning

"Tippetoppen" (også kendt som "the tippe top", "inverting top", "toupie magique", "topsy-turvy top" og på tysk "Stehaufkreisel" eller "Wendekreisel") er en snurretop, der er opbygget som en beskåret kugle med et håndtag ("stilken").

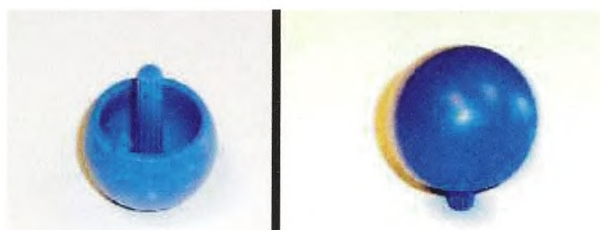
Når tippetoppen sættes i rotation med bunden ned mod underlaget, vil den hurtigt blive ustabil, hvorved stilken lige så stille drejer fra lodret ned mod vandret. Når stilken rammer bordet, vipper tippetoppen rundt og roterer med stilken ned mod underlaget.



Figur 1. Nærbillede af tippetop lavet i plastik. Denne model er produceret på Ingeniørhøjskolen i Århus.



Figur 2. Tippetoppen er en snurretop, der automatisk løfter sit massemidtpunkt, samtidig med at rotationen skifter retning.



Figur 3. Til venstre et billede af en tippetop, der ligger stille. Til højre roterer toppen. Se også filmen på Fysikbasen.dk.

Det interessante er, at tippetoppen drejer den modsatte vej af, hvad den gjorde, da den blev startet! På et eller andet tidspunkt holder tippetoppen altså op med at rotere omkring stilken for så at rotere den anden vej. Samtidig løftes massemidtpunktet, og tippetoppen er derfor en meget interessant problemstilling med hensyn til bevarelse af energi og impulsmoment.

Har man ikke en tippetop, så kan samme effekt faktisk opnås med et hårdkogt æg, en amerikanske fodbold eller en rund (oval) sten.

I det følgende vil jeg gå lidt i dybden med historien bag tippetoppen, hvorefter jeg vil prøve at beskrive teorien bag tippetoppen kvalitativt.

Historie

Tippetoppen har været studeret grundigt i rigtig mange år. Allerede i 1800-tallet lavede Sir William Thomson og professor Hugh Blackburn forsøg med at rotere ægformede sten, de fandt på stranden, og de så egenskaber, der mindede om den senere opfundne tippetop.

En beskrivelse af denne historie finder man i 1890 af en bog af John Perry. Perry beskriver (figur 35 i bogen) selv en kugle, hvis massemidtpunkt ikke falder sammen med kuglens centrum. Når kuglen lægges på et bord, vender massemidtpunktet nedad. Når kuglen roteres, løftes massemidtpunktet på samme måde som for en tippetop.

I 1891 blev toppen patenteret som "Wendekreisel" i Tyskland af Helene Sperl fra München. Patentet udløb allerede året efter, da patentgebyret ikke blev indbetalt. Det sjove er, at ingen af de beskrevne modeller i patentdokumentet faktisk virker ifølge Christian Ucke (Technische Universität München), som har forsøgt at bygge de beskrevne tippetoppe. Patentdokumentet beskriver dog med ord, hvordan tippetoppen vil vende rundt, når den roteres, så Helene Sperl har formentlig haft en fungerende model, der bare ikke er ordentligt beskrevet i patentet.

Ifølge Vendsyssel Historiske Museum blev tippetoppen så genopfundet i 1950 af den danske ingeniør Werner Østberg, der under et besøg i Sydamerika havde set nogle folk sidde foran deres hytte og lege med en rund frugt. De drejede på stilken, som man drejer på en gammeldags top, og når frugten havde snurret et øjeblik, vendte den pludselig rundt og fortsatte på stilken. Ingeniøren fik masseproduceret tippetoppen, der hurtigt

blev yderst populær over hele verden. Werner Østberg fik da også toppen patenteret i flere lande (blandt andet British Patent no. 656540).

I 1952 publicerede C.M. Braams fra Rijks Universitet i Utrecht artikler om fysikken bag tippetoppen, og her nævner han blandt andet, at tippetoppe blev solgt i Holland på daværende tidspunkt. I artiklen af J.A. Jacobs fra Canada står der: "The top was first produced in Denmark and was later manufactured in Canada, being obtainable at any drug store or tobacconist for 25 cents".

Ifølge en Internetside blev tippetoppen solgt på det engelske marked af British Indoors Pastimes Company fra 1953, og midt i 1950'erne fulgte der tippetoppe med i morgenmadspakker af mærket Post Rice Krinkles i USA. Ifølge Dan Goodsell fra www.theimaginaryworld.com kunne man finde tippetoppe i morgenmadspakker fra firmaer som Nabisco, General Mills og Post fra 1950'erne og op til 1970'erne.



Figur 4. Billeder fra omkring 1954 af to morgenmadspakker indeholdende tippetoppe. Billedet er gengivet fra www.theimaginaryworld.com med tilladelse fra Dan Goodsell.



Figur 5. Billede af Wolfgang Pauli og Niels Bohr, der studerer en tippetop. Billedet er taget ved indvielsen af det fysiske institut på Lund Universitet den 31. maj 1951. Billedet er taget af Erik Gustafson og findes i Emilio Segre Visual Archives, Margrethe Bohr Collection (www.aip.org/history/esva).

Der findes også et berømt billede fra åbningen af det nye fysiske institut på Lund Universitet i 1951, hvor Wolfgang Pauli og Niels Bohr står og betragter en tippetop. Bohr var meget interesseret i fysikken bag, og det menes også, at blandt andet Winston Churchill morede sig med tippetoppen.

Halvard Baugerød fra Ås i Norge har skrevet til Fysikbasen og fortalt, at han under et besøg i 1962 på den svenske centrifugefabrik Alfa Laval i Tumba nær Stockholm fik udleveret en tippetop med tilhørende forklaring som souvenir.

Werner Østberg, der i øvrigt døde i 1999, har efterladt en scrapbog med medieomtale af tippetoppen. Denne scrapbog, der i dag befinder sig på Vendsyssel Historiske Museum, henviser til artikler i blandt andet Berlingske Tidende, BT, Kristeligt Dagblad og Politiken fra 1951 og 1952.

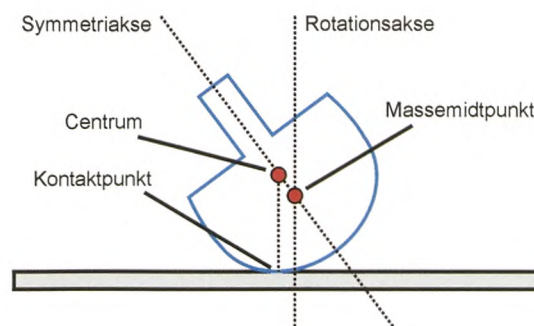
På Fysikbasen.dk kan man se to tyske patenter af en Oscar Hummel fra 1948 og 1949, tilsendt af Randolph Rehfeld. De beskriver to snurretoppe, der minder meget om Østbergs tippetop. Hvad sammenhængen mellem Hummel og Østberg er vides i øjeblikket ikke.

Teori

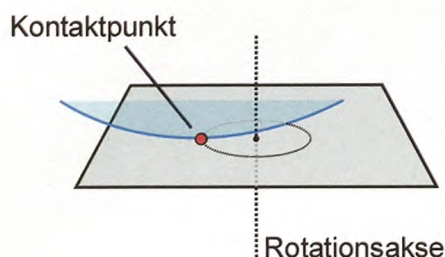
Teorien bag tippetoppen er meget kompliceret, men her gives en kort kvalitativ gennemgang baseret på artiklerne i referencerne.

Tippetoppen blev i 1950'erne hurtigt voldsomt populær over hele verden, og der blev publiceret et stort antal artikler om emnet. I starten diskuterede man, hvorvidt friktion havde nogen betydning. Dette mente hovedparten af forfatterne, og Del Campo beviste dette med et simpelt argument: Da tippetoppen hæver sit massemidtpunkt, må toppen nødvendigvis få energi til dette ved at snurre langsommere efter at have vendt om. Dermed er impulsmomentet blev reduceret, og dette kan kun lade sig gøre ved et ydre kraftmoment, der igen kun kan komme fra friktion mod underlaget.

Tippetoppens funktion er baseret på, at toppens massemidtpunkt ikke er sammenfaldende med kuglens geometriske centrum. Da toppens rotationsakse går igennem massemidtpunktet, vil toppen glide hen over underlaget:

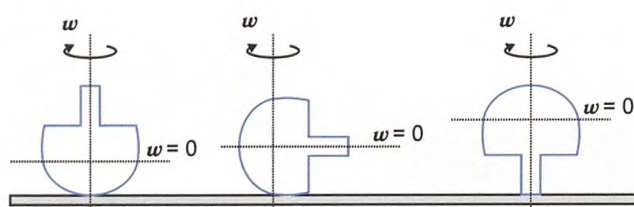


Figur 6. Da kuglens geometriske centrum ikke falder sammen med massemidtpunktet, vil kontaktpunktet med underlaget ikke falde sammen med rotationsaksen.



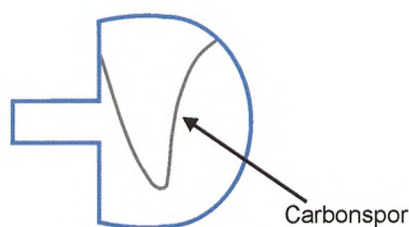
Figur 7. Da kontaktpunktet ikke ligger på rotationsaksen, vil tippetoppen glide hen over underlaget i en cirkel omkring rotationsaksen. Friktionen hermed skaber et kraftmoment, der drejer toppens stilk ned mod underlaget.

Toppen påvirkes altså af en friktion mod underlaget og dermed et kraftmoment. Det er dette kraftmoment, der drejer stilkens væk fra lodret og ned mod underlaget. Hvis underlaget er gnidningsfrit, vil tippetoppen ikke virke. Så snart toppens stilk når ned at røre underlaget, vil toppen rejse sig op på stilkens, igen forårsaget af et kraftmoment fra underlaget. Dette kan også ske for en normal snurretop, hvis kanten og stilkens rører underlaget samtidigt. Igen er det friktionen mod underlaget, der yder det nødvendige kraftmoment, og for at forøge denne friktion, når stilkens rører underlaget, er stilkens på en tippetop typisk rillet, som man for eksempel kan se på figur 1.



Figur 8. Rotationsakser for en tippetop. Når tippetoppen ligger næsten (ikke helt) vandret, vil rotationen omkring stilkens stoppe og begynde at rotere den anden vej.

Tippetoppens rotation skifter retning undervejs, hvorved impulsmomentet beholder samme retning. Når toppen startes, roterer den om en lodret akse, der går igennem stilkens. Herefter drejes stilkens nedad, mens rotationen fortsætter langs en lodret akse. Når toppen ligger nogenlunde vandret, vil toppen ikke længere rotere langs den akse, der går igennem stilkens. Idet stilkens fortsætter nedad, vil toppen begynde at snurre den modsatte vej omkring aksens, der går igennem stilkens.



Figur 9. Skitse over kulspor, der kan ses på en tippetop, hvis den roteres på tilsødet glas eller carbonpapir.

For at vise, at toppen skiftede rotationsretning omkring stilkens akse, lavede man forsøg, hvor tippetoppen blev afprøvet oven på et underlag af carbonpapir. Derved aftegnedes et spor på selve tippetoppen, og det var tydeligt, at tippetoppen skiftede retning, når stilkens lå nær – men ikke helt – vandret (se f.eks. artiklen af Pliskin [9] fra 1954 eller Johnson [14] 1960).

Tak

Beskrivelsen af dette forsøg i Fysikbasen er blevet til med hjælp fra en række bidragsydere. Tak til Anne Haubek (Danmarks Radio), Dr. Christian Ucke (Technische Universität München), Heather Lindsay (AIP), Dan Goodsell (theimaginaryworld.com), Liv Vego (Inst. for Fysik og Astronomi, Aarhus Universitet), Ruth Hedegaard (Vendsyssel Historiske Museum) og Randolph Rehfeld (www.wundersamessammelsurium.de).

Referencelisten er forkortet i forhold til den oprindelige artikel på Fysikbasen.dk, hvor man bl.a. også kan se en film af en tippetop og flere af de omtalte patentdokumenter.

Litteratur

- [1] J. Perry (1890), "Spinning Tops", Society for promoting Christian knowledge.
- [2] J.A. Jacobs (1952), "Note on the Behavior of a Certain Symmetrical Top", *Am. J. Phys.* **20**, 517.
- [3] J.L. Synge (1952), "On a case of instability produced by rotation", *Phil. Mag.* **43**, 724. (Teoretisk beskrivelse. Synge tror ikke på, at friktion er afgørende, men han overbevises af senere artikler.)
- [4] C.M. Braams (1952), "The Symmetrical Spherical Top", *Nature* **170**, 31. (Kort gennemgang af teorien bag tippetoppen.)
- [5] G.N. Copley (1952), "The Symmetrical Spherical Top", *Nature* **170**, 169. (Historiske bemærkninger til Braams' Nature-artikel.)
- [6] C.M. Braams (1952), "On the Influence of Friction on the Motion of a Top", *Physica* **18**, 503. (Teoretisk gennemgang hvor friktion er en afgørende faktor.)
- [7] N.M. Hugenholtz (1952), "On Tops Rising by Friction", *Physica* **18**, 515. (Teoretisk gennemgang der minder meget om Braams'.)
- [8] C.M. Braams (1954), "The Tippe Top", *Am. J. Phys.* **22**, 568.
- [9] W.A. Pliskin (1954), "The Tippe Top (Topsy-Turvy Top)", *Am. J. Phys.* **22**, 28. (Teoretisk analyse, hvor friktion er afgørende faktor. Eksperimenter med carbonpapir.)
- [10] A.R. Del Campo (1955), "Tippe Top (Topsy-Turnee Top) Continued", *Am. J. Phys.* **23**, 544. (Simpel argumentation for at friktion mod underlaget har en afgørende betydning.)
- [11] I.M. Freeman (1956), "The Tippe Top Again", *Am. J. Phys.* **24**, 178. (Opfølgning på Del Campos artikel.)
- [12] D.G. Parkyn (1958), "The Rising of Tops with Rounded Pegs", *Physica* **24**, 313. (Hvorfor en top rejser sig op, når stilkens rammer underlaget. Betragter ikke tippetoppen.)
- [13] J.B. Hart (1959), "Angular Momentum and Tippe Top", *Am. J. Phys.* **27**, 189.

- [14] F.F. Johnson (1960), "The Tippy Top", *Am. J. Phys.* **28**, 406. (En tippetop roteres på et stykke tilsodet glas. Et sodspor på toppen viser hvordan rotationen skifter retning.)
- [15] V. Güntelberg (1965), "Snurren", *Nordisk Matematisk Tidsskrift* **13**, 15. (Generel artikel om snurretoppe med tillæg om tippetoppen.)
- [16] J.C. Lauffenburger (1972), "A Large-Scale Demonstration of the Tippe-Top", *Am. J. Phys.* **40**, 1338. (Tippetoppe er små og uegnede til demonstrationer for et stort publikum. Brug i stedet en amerikansk fodbold som tippetop.)
- [17] R.J. Cohen (1977), "The Tippe Top Revisited", *Am. J. Phys.* **45**, 12. (Historisk introduktion efterfulgt af meget grundig matematisk gennemgang og computer-simuleringer.)
- [18] K.W. Ford (1978), "Why does a finger ring flip", *The Physics Teacher* **16**, 322. (Ganske kort historisk overblik over artikler om tippetoppen.)
- [19] J. Walker (1979), "The Mysterious 'Rattleback': A Stone That Spins in One Direction and Then Reverses", *Scientific American* **241**, 144 (October 1979). (Artikel om Rattlebacks. Kommer også ind på tippetoppe.)
- [20] J. Walker (1981), "The Physics of Spinning Tops, Including Some Far-Out Ones", *Scientific American* **244**, 134 (March 1981). (Generel artikel om snurretoppe. Kommer også ind på tippetoppe.)
- [21] H. Leutwyler (1994), "Why some tops tip", *Eur. J. Phys.* **15**, 59. (Matematisk analyse ud fra bevarelseslove.)
- [22] A.C. Or (1994), "The dynamics of a tippe top", *SIAM J. Appl. Math.* **54**, 597. (Grundig historisk og matematisk analyse af tippetoppen.)
- [23] S. Ebenfeld and F. Scheck (1995), "A new analysis of the tippe top: Asymptotic states and Liapunov stability", *Annals of Physics* **243**, 195. (Grundig matematisk analyse af tippetoppen.)
- [24] N.M. Bou-Rabee, J.E. Marsden, L.A. Romero (2004), "Tippe top inversion as a dissipation-induced instability", *SIAM J. Appl. Dyn. Sys.* **3**, 352. (Grundig matematisk analyse af tippetoppen.)



Klaus Seiersen, ph.d. i atom- og molekylfysik. Har stiftet Fysikshowet på Aarhus Universitet og har fremvist fysikforsøg i både Europa og Asien. Mange af disse forsøg kan hentes gratis på Fysikbasen.dk. Udover sit arbejde som hospitalsfysiker på Århus Sygehus, blogger Klaus fast om naturvidenskab for Nyhedsmagasinet Ingeniøren.

Luftmodstand – breddeopgave 30 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, RUC.

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentarer til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave fra RUC (nr. 30 i rækken her i KVANT):

30. Luftmodstand

Børn og voksne kommer i reglen ikke lige hurtigt ned ad bakke på cykel. Hvem kommer hurtigst ned? Begrund svaret.

Løsning

Vi vil se på tilfældet, hvor der køres i frigear ned ad bakken. Og vi vil antage luftmodstanden for afgørende større end rullemodstanden mellem dæk og vej. Det er det tilfælde, der kan gøres enkle fysiske overve-

jelser over. Fra bakketoppen vil farten i frigear vokse indtil den når den konstante frigearsfart, der får den modsatrettede luftmodstand til at være lige så stor som komponenten af tyngdekraften langs med vejen.

Hvis vi med konstant frigearsfart befinder os i den hydrodynamiske grænse, hvor cyklistens potentielle energi løbende umiddelbart omsættes til gnidningsvarme i den omgivende luft, må luftmodstanden, udover af farten, v , cyklistens form, og cyklistens størrelse, r , være bestemt af luftens viskositet, η . Da dimensionerne af v , r og η er henholdsvis LT^{-1} , L og $ML^{-1}T^{-1}$, og dimensionen af luftmodstanden er MLT^{-2} , må luftmodstanden i denne grænse af dimensionsgrunde derfor være et dimensionsløst tal (afhængig af cyklistens form) gange $r \cdot v \cdot \eta$. Da komponenten af tyngdekraften