

Hansen og Månen

Af René Michelsen

Med udgangspunkt i Danmark blev Peter Andreas Hansen (1795-1874) en af 1800-tallets vigtigste astronomer. Gennem næsten 50 år arbejdede han i Gotha og hans bidrag indenfor instrumentudvikling, gradmåling og landmåling var dengang legendariske. Det var dog hans matematiske snilde og ikke mindst teoretiske beregninger af Månens bevægelse, der særligt overleverer mindet om ham til vores tid. Vi skal her se nærmere på Hansens liv og arbejdsvilkår, og i detaljen dykke ned i, hvorfor Hansen og Månen sammen blev så skelsættende.

Indledning

Hansen var i det 19. århundrede en central skikkelse for europæisk astronomi og geodæsi. Han var yderst produktiv, medlem af henved 20 videnskabelige selskaber, fik Newton-medaljen to gange og blev dekoreret med ordener i flere lande. Hertil var han medgrundlægger af geodæsi som videnskab, præsident for den "permanente kommission for europæisk gradmåling", og var medlem af den tyske kommission til observation af Venuspassagen (for derigennem at bestemme afstande i Solsystemet) i 1874.



Figur 1. Peter Andreas Hansen i 1840, 45 år gammel. Maleri af Paul Emil Jacobs, original i Pulkovo-observatoriet (Skt. Petersborg), kopier i Kiel og Gotha (Wikipedia).

Født i Danmark, arbejdende fra Tyskland, betalt af englænderne og i tæt kontakt med København, har historien om Hansen både en god fortælling og en urkraft, der er stærk nok til at gøre ham til en legende, der er værd at bringe frem i lyset. Desværre er en fuldstændig biografi om ham aldrig blevet skrevet, og de sparsomme kilder efterlader flere åbne spørgsmål. Her vil vi fortælle legenden, rejse spørgsmålene, og samtidig begrænse os til hans centrale arbejde med Månens bevægelse.

Fra Tønder til Altona

Peter Andreas Hansen blev født i Tønder den 8. december 1795. Han var søn af en guldsmed, og viste tidligt interesse for selvstudier i musik og matematik og var tilmed fingersnild. Han klarede sig blandt de bedste i skolen, og var motiveret for at læse videre. Hans

far, som i øvrigt blev anset som velstillet, kunne ikke imødekomme ønsket om videre uddannelse pga. pengemangel, ikke mindst som følge af moderens tidlige bortgang. Hansen kom dog to år i såkaldt rektorklasse, og lærte grundlæggende fransk og latin.

Hansen blev bedt om at vælge sig et håndværk, og han kom i lære som urmager i Flensborg. Han viste gode evner for faget, men hans far modsatte sig hans drøm om at studere på universitetet. Da han var udlært i 1818 tog han tilbage til Tønder, og begav sig på vandretur, en tur der førte ham til Berlin hvor han blev et år, og gennem sin stilling hos en fransktalende urmagermester lærte han fransk til perfektion. I slutningen af 1819 drog han tilbage til Tønder og etablerede sig som urmager i sin fars hus.



Figur 2. Mindesten over Hansen i Tønder (privatfoto 2007).



Figur 3. Gadeskilt i Tønder, Hansens fødeby (privatfoto 2007).

En skelsættende tilfældighed indtraf kort herefter i 1820. Hansens 9-årige søster lå syg, og der blev derfor tilkaldt en læge, Dr. Peter Dirks. Dirks var selv interesseret i matematik og astronomi, og Dirks og Hansen må have haft lejlighed til at tale en del sammen, i hvert fald fik Dirks overtalt Hansens far til at lade Hansen rejse til København. Her havde Dirks nemlig en ven, H.C. Schumacher, professor i astronomi i København, og

ansvarlig for den danske gradmåling (dvs. bestemmelse af længde- og breddegrad for et punkt).

Hansen rejste til København, og kunne under sit ophold bo i Rundetårn. Han og Schumacher lærte hinanden godt at kende, og Hansens rejse til København blev indledningen til et livslangt venskab og kollegialt forhold mellem de to. Stillingen som assistent var imidlertid blevet besat. Hansen rejste efter aftale med Schumacher i august 1820¹ til Altona ved Hamborg for egen regning, for at deltage som frivillig i gradmålingen i Holsten. Han kom tilbage til København i januar 1821, og blev nu ansat som assistent på gradmålingen. Det er værd at bemærke, at 1821 netop var det år, hvor Schumacher påbegyndte oprettelsen af observatoriet i Altona (på trods af at han var professor i København) [3], og hvorfra han samme år begyndte udgivelsen af tidsskriftet *Astronomische Nachrichten* (AN).

I sommeren 1822 deltog Hansen i 11 ugers feltarbejde på Helgoland for sammen med en engelsk delegation at deltage i opmålinger af øen. Undervejs lærte Hansen engelsk, og samtidig måtte han udvikle en ny metode til beregning af geografisk bredde med et passageinstrument, da de skulle arbejde med transportable instrumenter.

Hansen blev ved observatoriet i Altona, der var under opbygning 1821-24. Det fremgår ikke af kilderne, hvor stor en andel han havde i opbygningen af observatoriet under Schumachers ledelse, men tilsyneladende har han haft rig mulighed for at observere med de nyindkøbte instrumenter, og arbejde med metoder til datareduktion. I Altona opnåede han ry som en ferm observatør. Hansen bistod også med udgivelsen af AN, i starten med anonyme bidrag, såsom baneberegninger, på bestilling af Schumacher. Fra 1823 begyndte han at publicere selvstændige artikler med egne observationer, baneberegninger m.m.

Observatoriet i Gotha-Seeberg

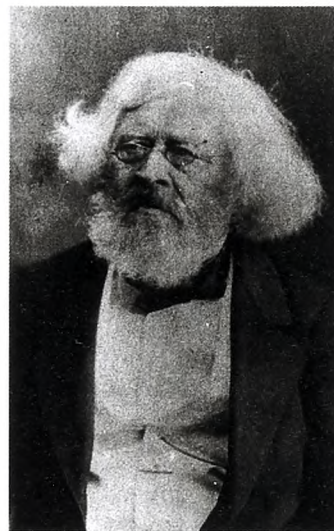
I 1825 valgte Johann Franz Encke at sige sin stilling op som direktør for observatoriet i Gotha, til fordel for en stilling i Berlin. Forinden, i 1822, havde Encke skrevet et memorandum og klaget over de primitive forhold ved observatoriet i Gotha, og ikke mindst over den ringe gage.

For at forstå hvad det egentlig var Encke forlod, må vi tage et lille sidespring. Gotha var dengang hovedsæde i hertugdømmet Sachsen-Gotha (i dag en del af Thüringen). De skiftende hertuger satte sig som mål at gøre Gotha til *videnskabernes by*. I 1786 blev Gotha-observatoriet oprettet på Seeberg, et bakket skovområde et par kilometer uden for byen, af hertug Ernst den 2., med Franz Xaver von Zach som den første direktør. Von Zach udgav i Gotha de første internationale geofysiske og astronomiske tidsskrifter fra 1798, (forløbere og inspiration for AN), ligesom han også i 1798 arrangerede verdens første konference for astronomer. Gotha var

dermed for astronomien et videnskabspolitisk centrum.

Gothas status var dog falmende. Allerede omkring 1810 var der skader på flere af observatoriets bygninger, der krævede en delvis nedrivning og genopbygning. Instrumentparken var måske heller ikke holdt helt ved lige. Udgivelsen af tidsskrifter fra observatoriet var ophørt i 1813 (og efterlod dermed plads til AN). Med til historien hører, at der ikke fandtes noget universitet i Gotha, og dermed heller ikke noget forskningscentrum. Universitetet i det nærliggende Erfurt var ligeledes blevet lukket i 1816². Af arbejdskraft på observatoriet var der en tjener. På lønningslisten stod også en unyttig kurator, der var ment som direktørens formelle foresatte, men som ikke deltog i arbejdet på observatoriet; dvs. ingen videnskabelige assistenter til at hjælpe med observationer eller beregninger. Og lønnen var, som Encke anførte, beskedent. Selvom Gotha-Seeberg havde et renommé, var status dog, at det var et lidet attraktivt sted.

På trods af dette var en stilling som direktør i Gotha stærkt attraktiv for Hansen. Han var ved Enckes fratræden 30 år gammel og ugift; hans baggrund var blot grundskolen, han havde ingen akademisk uddannelse og var overvejende autodidakt i sprog, matematik samt astronomisk og geodætisk instrumentering. Det må have været en ubeskrivelig stor glæde for ham at blive tilbudt stillingen i Gotha, og ikke mindst, at han uden at trodse sin fars holdninger kunne gå ind på den videnskabelige vej som han i mange år havde drømt om. At Hansen overhovedet blev ansat skyldtes endnu engang en bemærkelsesværdig situation: Encke havde forladt sin stilling uden at foreslå en efterfølger (hvilket tilsyneladende var kotume dengang; noget kunne tyde på at Encke smækkede med døren da han forlod Gotha). Schumacher anbefalede derfor Hansen til stillingen, og da prominente personer som Olbers, Gauss og Bessel også anbefalede Hansen³, så var sagen klar.



Figur 4. Peter Andreas Hansen i 1870. Originalt fotografi i Gotha (Wikipedia).

¹Kilderne [1] og [2] er her ikke helt enige om kronologien.

²Genåbnet i 1994.

³Det er uklart om Hansen allerede på dette tidspunkt havde personlig kontakt med disse personer; i arkiverne findes hans brevveksling med dem, men de kan være anakronistiske.

Hansen i Gotha

Hansen havde en særdeles aktiv karriere i Gotha helt frem til sin død 49 år senere. På trods af de, fra starten af, beskedne vilkår, må der have været noget, der gjorde Gotha specielt attraktivt; i løbet af hans karriere skortede det ikke på attraktive tilbud om stillinger i universitetsbyerne Helsinki, Dorpat (Tartu), Königsberg (efter Bessel), København og Berlin, men han takkede nej til tilbuddene. Svaret på, hvorfor han afviste disse tilbud ligger sandsynligvis gemt i resultaterne af hans eget arbejde, selvom kilderne også synes at antyde, at hans personlighed og baggrund har spillet en rolle.

Ved ankomsten i Seeberg må Hansen, som noget af det første, have sat sig ind i de komplekse finansielle forhold. Ifølge testamentet efter Ernst den 2., var der oprettet en fond på 20.000 daler til at sikre driften af observatoriet, hvoraf 4 % blev udbetalt årligt til direktøren for observatoriet, dvs. 800 daler. Heraf skulle dog fratrækkes lønnen til kuratoren, dvs. direktørens formelle overordnede, til den fastboende tjener, samt til en fratrådt opsynsmand, der efter en gammel aftale modtog et bidrag frem til sin død. Beløbet skulle desuden dække vedligeholdelsen af de forsømte bygninger og instrumenter. Alt i alt fik han knap 600 daler udbetalt om året.

I 1828 blev Hansen gift med Lina Braun, datter af en skovrider. De fik i tidens løb 7 børn. I 1838 indledte Hansen en brevveksling med statsministeriet, hvor han forklarede, at hans løn ikke rakte til at brødføde hans familie, at han ville foretrække at blive i Gotha (han havde på dette tidspunkt fortalt om tilbuddet om at komme til Helsinki), og han endte med at indgive sin afsked. Hansen blev i Gotha, da han fik forhøjet sin løn til 1200 daler. Dermed lykkedes det ham at forbedre den første præmis for at blive i Gotha, selvom det ganske vist tog 13 år fra hans ankomst.

Hansen kunne dernæst tage fat på at forbedre observatoriets fysiske rammer; han må tidligt have fornemmet, at det ville blive vanskeligt, og måske havde han heller ikke regnet med, hvor lang tid det ville ende med at tage. I 1839 fik han med hertugelig tilladelse lov til at flytte fra de faldefærdige bygninger i Seeberg, og byggede et hus i Gotha by. Huset indrettede han med et privatobservatorium i form af en meridiankreds (1842). Derfra kunne han fortsætte sit videnskabelige arbejde, men han må have haft en bagtanke; hertug Ernsts testamente indebar jo, at observatoriet i Seeberg skulle drives videre. Hansen argumenterede for, at omkostningerne med at renovere og vedligeholde de faldefærdige bygninger var for høje, og i 1847 foreslog han, at man oprettede et helt nyt observatorium på nabogrunden til hans hus. Dette kom han dog ikke igennem med, og man valgte i stedet for en nærliggende grund, og at byggemateriale fra de gamle Seebergbygninger skulle genbruges i de nye. Seeberg blev altså revet ned (en lille del står tilbage i dag og er lavet om til et spisested), og Hansen kunne sammen med en kommission planlægge det nye sted. Det fremgår desværre ikke af kilderne, hvordan denne begunstige

pludselig kunne finde sted, eller hvor stort budgettet var, men der må have været en vis respekt for hertug Ernsts testamente, og også for Hansen. I 1859 var det nye observatorium klar til brug, dvs. 20 år efter Hansen forlod Seeberg, og 34 år efter hans ankomst til Gotha.



Figur 5. Hansen nye observatorium på Jägerstrasse i Gotha. Hansens eget hus med interim-observatoriet lå ca. 100 m tættere på Gotha station, i Bahnhofstrasse, og blev ødelagt under 2. verdenskrig (privatfoto 2014).

Indtrykket står tilbage, nemlig at det lykkes for Hansen at ændre de forhold, som Encke i sin tid var så utilfreds med. Det tog sin tid og uendelige mængder af tålmodighed og diplomati, uden garanti for succes, så hvorfor valgte han ikke en nemmere vej, og takkede ja til et af de tilbud han fik? Vi må huske at Hansen mestendels var autodidakt, og dermed må have opøvet en meget stærk viljestyrke uden tilbøjelighed til at give op. Dernæst var han en af Europas mest respekterede videnskabsmænd, dvs. på trods af kummerlige forhold var han i stand til at levere solid forskning. At flytte til et andet attraktivt observatorium ville have givet ham en bedre løn, men kunne ikke have gjort ham til en bedre videnskabsmand. Det må han have indset.

Kilderne [1] og [2] har nogle intrigante kommentarer vedrørende hans personlighed, som også forklarer, hvorfor han valgte det afsidesliggende Gotha. Hans manglende baggrund i universitetsverdenen og autodidakte tilgang til sprog bevirkede, at hans skriftlige formuleringer kunne virke bombastiske, uden at han dog havde til hensigt at støde nogen. I enkelte tilfælde kunne det føre til dybe forbistringer og stridigheder. En medvirkende faktor hertil var hans indgående kendskab til datidens matematik, hvor ikke alle evnede at følge hans argumentation; efter sigende skulle han senere i livet have været bedre til at uddybe og forklare sine beregninger. En anden faktor synes at være, at var han først selv overbevist om rigtigheden af en konklusion, var han mindre interesseret i, om andre havde samme forståelse. Alt dette insinuerer jo en kolerisk natur, og at Hansen bevidst valgte at isolere sig i Gotha. Disse betragtninger er dog ikke udelukkende objektive og er sikkert unuancerede.

Der er bestemt plads til yderligere forskning i Hansens liv og personlighed: I arkiver rundt om i Tyskland findes der ca. 1000 breve fra hans brevveksling med andre forskere; disse breve har endnu ikke været samlet,

analyseret og oversat, men mon ikke de kan bidrage til et mere fuldkomment billede af personen Hansen end gengivet ovenfor? Hansen døde den 28. marts 1874 og ligger ærefuldt begravet i Gotha.



Figur 6. Hansens gravmæle på Gotha Hauptfriedhof (privatfoto 2014).

Hansens forskning

I den periode hvor Hansen indledte sin karriere, foregik der en løbende udvikling af de astronomiske instrumenter og en tiltagende modenhed af matematikken. Der var et politisk ønske om at forbedre nøjagtigheden i bestemmelse af længdegrader, bl.a. for at forbedre navigationen til søs. Til brug herfor blev der arbejdet på mere nøjagtige ure, og forbedrede astronomiske tabeller, fx for Solen, planeterne og Månen, som igen krævede mere nøjagtige observationer og analytisk teori. Parallelt hermed var der øget fokus på landmåling, via triangulering i landskabet.

Hansens arbejde rummede hele denne udvikling: Han forstod sig på instrumentering, og udviklede nye metoder til statistisk databehandling og observations-teknik. Han udviklede de nødvendige analytiske metoder til beregning af tabeller for Solens og Månens bevægelse, og han beregnede tabellerne, sideløbende med at han medvirkede til at etablere geodæsin som en videnskab.

At han igennem ca. 50 år bar astronomien og geodæsin fremad, var årsagen til den store anerkendelse han fik. Blandt Hansens mange publikationer (ADS angiver 125 publikationer, Worldcat 138, hvoraf flere dog er meddelelser og observationsdata, og i øvrigt skrevet på skiftevis latin, tysk, fransk og engelsk) skal vi her begrænse os til løseligt at omtale hans arbejde vedrørende Månens bevægelse.

Hansen og Månen

Det synes i dag lettere odiøst at bruge kræfter på at studere Månens dynamik; den er lysstærk, tæt på os, ses som en skive, og vandrer tilsyneladende systematisk henover himlen; måske ser vi Månen så ofte, at vi slet ikke tænker over det. Sådan var det også for 200 år siden på Hansens tid. Netop derfor var Månens bevægelse som tidsreference interessant for navigation. Månens bevægelse er dog rent faktisk yderst kompliceret at beregne, og de analytiske metoder der er udviklet til

formålet er både omfattende, matematisk komplekse, og tunge at anvende numerisk.

Hansen udgiver i 1838 værket “Fundamenta Nova Investigationis Orbitae Verae Quam Luna Perlustrat” [4]. Over ca. 360 sider foretager han en række omskrivninger af bevægelsesligningerne for Månen (se figur 7). Hansens metode benytter sig af nogle alternative matematiske kneb til at omskrive ligningerne, hvilket gør den svær at følge. Den store fordel er, at den er praktisk anvendelig ift. at beregne tabeller for Månens bevægelse ud fra et sæt observerede startbetingelser. Efter flere besøg i England endte det med, at hans månetabeller (i øvrigt skrevet på fransk) blev udgivet i 1857 [5] i London for admiralitetet, og han modtog 1000 pund af den engelske regering for arbejdet. Denne udgivelse blev samtidig grundlaget for månetabellerne i den engelske *Nautical Almanac* gennem 60 år, i perioden fra 1862 til 1922, med enkelte korrektioner til tabellerne af Simon Newcomb i 1878.

$$(3) \dots \left\{ \begin{aligned} v, &= \Pi(z, t) \\ r &= \Gamma(z, t) + w \end{aligned} \right.$$

ubi v, r, z et w quantitates designant, in quas mutata τ in t resp. λ, ϱ, ξ et β abeunt. Ideo v , est quasi longitudo vera in orbita et r radius vector temporis t , indoles vero quantitatuum z et w adhuc definita non est. Differentiatis aequationibus (2), tum secundum τ , tum secundum t elicitur

$$\begin{aligned} \frac{dv}{d\tau} &= \Pi'(\xi, t) \frac{d\xi}{d\tau} \\ \frac{dr}{d\tau} &= \Pi'(\xi, t) \frac{d\xi}{d\tau} + \Pi(\xi, t) \\ \frac{d\varrho}{d\tau} &= \Gamma'(\xi, t) \frac{d\xi}{d\tau} + \frac{d\beta}{d\tau} \\ \frac{dw}{d\tau} &= \Gamma'(\xi, t) \frac{d\xi}{d\tau} + \Gamma(\xi, t) + \frac{d\beta}{d\tau} \end{aligned}$$

ubi Π' et Γ' resp. quotientes differentiales functionum Π atque Γ secundum ξ , et Π , atque Γ , resp. quotientes differentiales earundem functionum secundum t denotant. Eliminatis $\Pi'(\xi, t)$ atque $\Gamma'(\xi, t)$ ex aequationibus praecedentibus nanciscimur

$$\begin{aligned} \frac{dv}{d\tau} \cdot \frac{d\xi}{d\tau} - \frac{dr}{d\tau} \cdot \frac{d\xi}{d\tau} &= -\Pi(\xi, t) \frac{d\xi}{d\tau} \\ \frac{d\varrho}{d\tau} \cdot \frac{d\xi}{d\tau} - \frac{dw}{d\tau} \cdot \frac{d\xi}{d\tau} &= \frac{d\beta}{d\tau} \cdot \frac{d\xi}{d\tau} - \frac{d\beta}{d\tau} \cdot \frac{d\xi}{d\tau} - \Gamma(\xi, t) \frac{d\xi}{d\tau} \end{aligned}$$

unde

$$\begin{aligned} \left(\frac{dv}{d\tau}\right) &= \left(\frac{dr}{d\tau}\right) - \Pi(\xi, t) \frac{1}{\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)} \\ \left(\frac{d\varrho}{d\tau}\right) - \left(\frac{dw}{d\tau}\right) &= \frac{\left(\frac{d\varrho}{d\tau}\right) \left(\frac{d\xi}{d\tau}\right) - \left(\frac{dw}{d\tau}\right) \left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)}{\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2} + \Pi(\xi, t) \frac{\left(\frac{d\varrho}{d\tau}\right)}{\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)} - \Gamma(\xi, t) \end{aligned}$$

attamen loco prioris harum aequationum differentiale eius, ut semper feci, adhibebo hoc

$$(5) \dots \frac{d}{d\tau} \left(\frac{d\xi}{d\tau}\right) = \frac{\left(\frac{d^2\xi}{d\tau^2}\right) \left(\frac{d\xi}{d\tau}\right) - \left(\frac{d^2\xi}{d\tau^2}\right) \left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)}{\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2} + \Pi(\xi, t) \frac{\left(\frac{d^2\xi}{d\tau^2}\right)}{\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)^2} - \Pi'(\xi, t) \frac{\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)}{\left(\frac{d\xi}{d\tau}\right)}$$

Figur 7. Side 40 fra hovedteksten i Fundamenta [4], hvor Hansen starter med at udvikle ligningerne med tiden t og pseudo-tiden τ . Udover at være skrevet på latin er værket særdeles notationstungt, og indeholder en endeløs række af omskrivninger af ligningerne.

Som nævnt var Hansens arbejde med Månens bevægelse særegent; han fulgte ikke hovedstrømningerne som lå indenfor kanonisk perturbationsregning og eksplicitte løsninger for tidsvariationen af baneelementerne, som fx formuleret af de samtidige LeVerrier, Delaunay og Poincaré (se boksen). I stedet for er hans teori udtrykt i abstrakte variable med en pseudo-tid som uafhængig variabel, og er i sin første form kondenseret temmelig kraftigt.

Hansens Måneteori

For at få et indblik i Hansens beregninger for Månens bevægelse, så starter vi først med at beskrive den traditionelle tilgang. For systemet Måne-Jord-Sol kan energien H omskrives som

$$H = H_0 + H_1.$$

H_0 er den konstante energi for en ellipsebevægelse, fx Månens, mens H_1 er en forstyrrelse, eller perturbation, fx fra Solen. Dvs. at i stedet for at have en lukket keplerbevægelse, forårsager perturbationerne at banen varierer med tiden. Tidsvariationen i banen kan findes gennem de 6 banelementer, der siger noget om banens form (a : Den halve storakse, e : Excentriciteten), orientering (i : Inklinationen, Ω : Knudelængden, ω : Perifokusvinklen), samt den øjeblikkelige position af Månen (M : Middelanomalien).

H_1 kan rækkeudvikles til en uendelig trigonometrisk række på formen

$$H_1(e, i, \Omega, \omega, M) \simeq \sum_{n=0}^{\infty} X_n(e, i) \cos(B_n(\Omega, \omega, M)),$$

hvor X_n er en potensrække i e og i , og hvor B_n er funktioner af vinklerne på nær i . For hvert banelement kan man opstille differentialligninger i tiden, fx for a :

$$\frac{da(t)}{dt} = D(a, e, i) \frac{\partial H_1}{\partial M}.$$

Denne ligning kan løses analytisk via forskellige approksimative og iterative metoder. En sådan fremgangsmåde blev anvendt af Hansens samtidige, LeVerrier for planeternes bevægelse, og Delaunay for Månens bevægelse, i nogle ganske digre værker. Udfordringen er at rækken H_1 kun konvergerer langsomt (og desuden ikke globalt i tid, som Poincaré viste), så de analytiske udtryk bliver ganske store.

Hansens metode har nogle andre grundtræk, og nogle andre variable. Her skal vi følge fremstillingen efter [10] og [11]: Lad $\mathbf{r}(t)$ være stedvektoren som funktion af tiden t for en planet P (dvs. Månen). Indfør nu en fiktiv planet P_1 , der bevæger sig i en konstant keplerbane i et andet baneplan, og lad denne planet have stedvektoren $\mathbf{R}(z)$, hvor z betegner en pseudo-tid forskellig fra t . Lad $\mathbf{Q}(t)$ være projektionen af $\mathbf{r}(t)$ på det fiktive baneplan, lad afstanden mellem P og baneplanet være $d(t)$, og lad $U(t)$ være en enhedsvektor, der er normal på det fiktive baneplan. Samtidig defineres $1 + \nu = \frac{Q}{R}$. Hansen opskriver da følgende bevægelsesligninger:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= \mathbf{Q}(t) + d(t)U(t) \\ \mathbf{Q}(t) &= (1 + \nu)\mathbf{R}(z). \end{aligned} \tag{1}$$

Vi ser altså, at Hansen regner direkte i stedvektorerne, og at han samtidig deler beregningerne op i en fast keplerbane og perturbationerne udtrykt gennem ν , U og ∂z (variationen af z), hvor den fiktive bane bliver valgt, så perturbationerne er tilpas små. Hansen bestemmer nu perturbationerne via funktionen \bar{W} som er en rækkeudvikling i M_1 , der er middelanomalien for P_1 ; her er Hansen dog først nødt til at skelne mellem M_1 i perturbationerne og i keplerbevægelsen for P_1 , hvilket gøres i W . Undervejs dannes de såkaldte Hansen-koefficienter $X_{abcd}^{(n)}$, der kan sammenlignes med $X_n(e, i)$ ovenfor. $\frac{dW}{dt}$ er projektionen af perturbationerne på en variabel vektor, som vælges således at $\frac{dW}{dt}$ er integrabel. Fremgangsmåden går på, først at opskrive ligningerne for $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$, dele op i hovedkomponent og projektion, rækkeudvikle perturbationerne af projektionen, for at nå frem til bevægelsesligningerne for $\mathbf{r}(t)$, $U(t)$, $\nu(t)$ og for $\frac{dz}{dt}$ udtrykt gennem \bar{W} . Ligningerne integreres analytisk under approksimationer, og et passende sæt integrationskonstanter bestemmes.

Fordelen ved Hansens metode er, at den konvergerer hurtigt. Omvendt gør metoden brug af en fiktiv planet og en pseudo-tid, med passende approksimationer i de fiktive variable; mellemregningerne er temmelig vanskelige at følge.

Baneelementerne har meget ulige perioder, hvor fx M er kortperiodisk mens Ω er meget langperiodisk, men i Hansens metode udlignes forskellen i variationerne mellem de variable. Da Hansen havde ry for at have haft god numerisk forståelse, er det nok ikke noget tilfælde at han valgte netop denne fremgangsmåde, for at nå frem til den numerisk mest stabile metode.

Til sammenligning blev Delaunays metode med rækkeudvikling af banelementerne aldrig brugt i praksis, hertil er ligningssystemerne ganske enkelt for store. Omvendt er Delaunays metode central for at forstå langtidodynamikken og kaosmekanismer, noget som Hansens metode ikke direkte egner sig til.

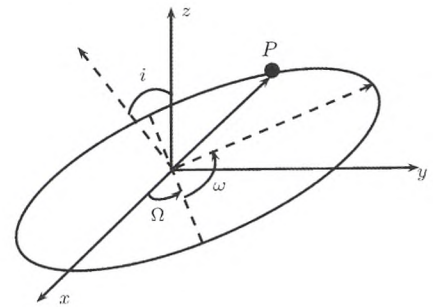
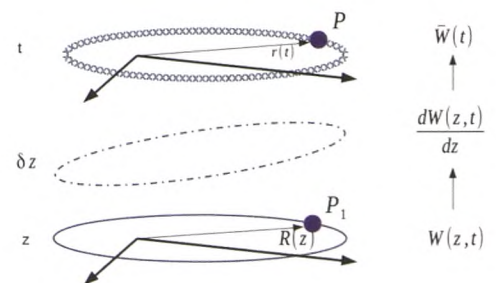


Illustration af baneelementerne. Middelanomalien M er ikke vist da den er defineret på en omskrevet cirkel således at M varierer lineært med tiden.



Opdelingen i den perturberede bane (øverst) i en fiktiv keplerbane (nederst) og perturbationerne (i midten). Til venstre er tidsangivelserne givet, til højre ses hvordan Hansen skifter mellem systemerne.

Som det biografiske materiale antyder (men som nævnt fortjener dette at blive belyst nærmere), må Hansens metode have forekommet aparte, måske mødte den ligefrem mangel på forståelse pga. det avancerede matematiske mønster; vi bemærker de ca. 20 år fra udgivelsen af teorien til tabellerne blev publiceret i London. Den unge Hansen i tiden før 1838 kan næppe have forudsagt, at hans måneteori ville få så stor gennemslagskraft, og at den ville skrive sig direkte ind i almanakkernes og astronomiens historie. Man kan derfor spekulere i (igen en påstand der bør undersøges nærmere), at succesen for teorien, men også behovet for at få den uddybet, samlet foranledigede ham til at uddybe detaljerne 24 år senere i to afhandlinger i hhv. 1862 og 1864 [6], denne gang på tysk. Med til historien hører, at han i 1854 udgav en artikel om Månens form, og konkluderede, at Månens massemidtpunkt var forskudt 59 km væk fra Jorden ift. den geometriske form (den moderne værdi er kun 2 km og i den modsatte retning, dvs. tættere på Jorden).

Udover måneteori, der behandler Månens bevægelse rundt om Jorden under forstyrrelse fra Solen, så behandlede Hansen også det beslægtede problem om Jordens bevægelse om Solen under forstyrrelse af de øvrige planeter; eller, matematisk set, Solens relative bevægelse ift. Jorden, og derigennem Solens bevægelse på himlen. Sammen med C.F.R. Olufsen i København udgav han i 1853 (på fransk) for Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab tabeller over Solens bevægelse, dækkende 3000 år, fra 800 f.Kr. til 2200 [7]. Olufsen bearbejdede forskelligt observationsmateriale, mens Hansen stod for den analytiske teori, herunder planetperturbationerne [3]. Nok så interessant er det, at brugen af tabellerne er grundigt forklaret, men også at Hansen fremstår som en ekvilibrist i generel perturbations-teori og numerisk analyse.

Slutteligt skal i samme boldgade nævnes hans afhandling, udgivet i 1831, om de gensidige perturbationer mellem Jupiter og Saturn; for denne prisopgave fik han i 1830 en guldmedalje fra akademiet i Berlin.

Den glemte legende

Hansens måneteori blev anvendt i almanakkerne i 60 år, hvorefter den blev afløst af Browns teori, der også blev anvendt i 60 år, inden den blev erstattet af de semi-numeriske metoder, der stadig anvendes og udvikles i dag. Hansens måneteori er dermed trådt ind i skyggen, ligesom hans ry som instrumentudvikler. Hans arbejde inden for geodæsi er vel i dag så alment, så heller ikke her støder man på ham i nyere bøger.

Med til den gode fortælling om Hansen hører derfor også, at hans arbejde for det meste er glemt i dag, men at hans historie er værd at tage frem i lyset; måske er der en dag en Hansen-forsker, der sætter sig for at gennemgå det arkivmateriale, der har overlevet til i dag, som kan svare på de spørgsmål, der omgærdner Hansen, og som kan skrive en langt bedre og endnu mere interessant historie om legenden Hansen.

Tak til Peter Brosche, Akadem. Gem. Wis. zu Erfurt, og Tønder Lokalhistoriske Arkiv.

Litteratur

- [1] Peter Brosche, Hans-Joachim Tucholke (Herausgeber): Peter Andreas Hansen (1795-1874). Sonderschriften der Akademie gemeinnütziger Wissenschaften zu Erfurt, Band 27 (1995). Udgivet i anledningen af 200-året for Hansens fødsel.
- [2] Allgemeine Deutsche Biographie, Band 10, Leipzig, 1880.
- [3] K. Gyldenkerne, P. B. Darnell: Dansk Astronomi Gennem Firehundrede år, Rhodos, 1990.
- [4] P.A. Hansen, Fundamenta Nova Investigationis Orbitae Verae Quam Luna Perlustrat, Gotha, 1838. Denne afhandling og flere andre er tilgængelige via <http://www.digitale-sammlungen.de>
- [5] P.A. Hansen, Tables de la Lune, London, 1857.
- [6] P.A. Hansen, Darlegung der Theoretischen Berechnung der in den Mondtafeln Angewandten Störungen, Leipzig. Erste Abhandlung 1862, Zweite Abhandlung 1864.
- [7] P.A. Hansen, C.F.R. Olufsen, Tables du Soleil, København, 1853.
- [8] Kaj Elkjær-Larsen, Astronom Peter Andreas Hansens liv og tid, Tønder Kommune, 1995.
- [9] Jürgen Ostwald, Von Tondern nach Gotha, Bund deutscher Nordschleswiger, 1995.
- [10] D. Brouwer, G. M. Clemence, Methods of celestial mechanics, 1963.
- [11] Peter Musen, Investigations in Hansen's planetary theory, NASA Technical Note TN D-4169, 1967.



René Michelsen er ph.d. i astronomi og har en baggrund i celestmekanik og dynamik, spektroskopi af jordnære asteroider og meteoritter, samt rumfartsindustrien. Han arbejder i dag som projektleder.

PFEIFFER **VACUUM**

PFEIFFER-adixen-TRINOS

samt vore partnere

VAT-COMVAT-GAMMA-HSR

TAKKER FOR I ÅR OG
ØNSKER ALLE VORE KUNDER

**Glædelig Jul
&
Godt nytår**

På gensyn i 2015

Tlf. 4352 3800 Fax 4352 3850
Erik.Fjeldgaard@pfeiffer-vacuum.dk
www.pfeiffer-vacuum.com