

Einstein og kvantemekanikken

Per Hedegaard, Niels Bohr Institutet

I disse år fejrer vi 100-året for Niels Bohrs Nobelpris og oprettelsen af det, vi nu kender som Niels Bohr Institutet. Niels Bohr modtog som bekendt Nobelprisen i 1922. Prisen var ikke blevet uddelt i 1921, men Planck (som selv fik prisen i 1918) foreslog, at man gav to priser i 1922: en til Einstein for 1921 og en til Bohr for 1922, og derved blev det. Einstein kunne dog ikke være tilstede i Stockholm, da han var på en længere rejse i Japan, så Bohr var ene om at repræsentere fysik. Det var yderligere bemærkelsesværdigt, at både Einstein og Bohr fik prisen for deres bidrag til den tidlige kvantefysik. Einstein fik altså ikke for relativitetsteorien, som han vel er mest berømt for i dag.

Jeg vil her forklare om Einsteins bidrag til kvanteteoriens opbygning, som vitterligt var revolutionært.

Plancks strålingslov

Kvants redaktion skrev til mig og stillede følgende spørgsmål: *Vi undrer os over, hvordan det kan være, at IR-udstrålingen fra alle legemer, uanset om det er luftarter, væsker, metaller eller "sorte legemer", kan beskrives ved Plancks strålingslov. Udstrålingen må jo være forankret i atomernes bevægelser, men hvordan kommer man fra mikrofysikken til Planck?*

Dette udmærkede spørgsmål kan fint kobles sammen med Einsteins bidrag til kvantemekanikken, så lad os komme i gang. Vi starter ca. 1860.

Kirchhoffs lov for stråling

De fleste har observeret, at hvis man varmer en jernstang eller et stykke træ op, så bliver det rødglødende. Den stråling, som er rødlig, kaldes varmestråling. På den anden side er det også velkendt, at en sort væg bliver varmere end en hvid væg, hvis den fx udsættes for direkte sollys. Det skyldes, at den sorte væg absorberer mere af sollyset end den hvide væg. Gustav Kirchhoff prøvede i 1860 at holde regnskab med energien af stråling ind og ud af et legeme. En meget vigtig forudsætning for regnestykket er, at legemet er i ligevægt, dvs. at det har en bestemt temperatur, som ikke ændrer sig. Vi ved fra almindelig termodynamik, at hvis et legeme tilføres energi, så vil temperaturen stige, så hvis temperaturen er uændret, så vil der ikke netto tilføres energi til legemet, dvs. udstråling af energi er lig med absorption af energi.

På Kirchhoffs tid var det velkendt, at stråling består af bølger, der kan karakteriseres ved deres frekvens, ν , der hænger sammen med bølgelængden, λ , som $c = \lambda\nu$, hvor c er lysets hastighed. Forestiller man sig nu, at stråling med frekvenser i et lille interval $d\nu$ rammer overfladen af legemet i et lille tidsrum, så vil en vis brøkdel, a_ν , af strålingen blive absorberet. I termer af energiindholdet i strålingen har vi ligningen

$$dQ_\nu = a_\nu dQ, \quad (1)$$

hvor dQ_ν er den absorberede energi (af stråling i frekvensintervallet $d\nu$), mens dQ er energien af strålingen, der rammer legemet. I det samme tidsrum vil legemet udsende varmestråling. Lad os kalde energien af den stråling, som har en frekvens i intervallet $d\nu$, for $e_\nu d\nu$. Princippet om ligevægt siger nu, at de to energier er ens, dvs. $a_\nu dQ = e_\nu d\nu$, eller



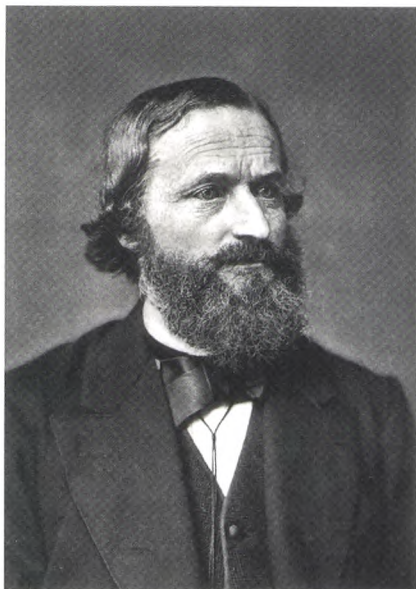
Figur 1. Jern ved 300°C er rødglødende, mens det er hvidglødende ved 1000°C. Det fortælles, at munken Poppe overbeviste Harald Blåtand om, at kristendommen var overlegen ved uskadt at bære *jernbyrd*. Poppes trick var angiveligt, at han insisterede på at bære hvidglødende jern. Varmeledningsevnen for 1000 grader varmt jern er nemlig kun halvt så stor som 300 grader varmt jern.

$$\frac{dQ}{d\nu} = \frac{e_\nu}{a_\nu}. \quad (2)$$

Lad os nu forestille os, at vi har et hulrum, hvori der er to forskellige legemer, der er udformet helt ens, men som er lavet af forskellige materialer, der gør, at det ene legeme er helt sort, mens det andet fx er hvidmalet. Pointen er nu, at $\frac{dQ}{d\nu}$ er ens for de to legemer, hvilket betyder at brøken $\frac{e_\nu}{a_\nu}$ er ens for legemerne. Dette er faktisk Kirchhoffs lov. Hvis vi nu især betragter det sorte legeme, så er definitionen af ordet "sort" i denne forbindelse, at et sort legeme absorberer al stråling, dvs. $a_\nu = 1$. Kalder vi nu udstrålingen fra et sort legeme E_ν , så siger Kirchhoffs lov altså, at for et vilkårligt legeme i ligevægt ved en bestemt temperatur vil der gælde

$$\frac{e_\nu}{a_\nu} = E_\nu. \quad (3)$$

Kirchhoffs resultat viser, at der findes en universel funktion af bølgelængde og temperatur, E_ν , som beskriver alle materialer i ligevægt med stråling. En af fysikkens store udfordringer blev herefter at måle eller beregne denne vigtige funktion.



Figur 2. Gustav Rober Kirchhoff (1824–1887) formulerede Kirchhoffs lov for varmestråling.

Hvis vi kort skal knytte det til Kvantredaktionens spørgsmål, så er det altså ikke udstrålingen fra et hvilket som helst legeme, der beskrives med en universel funktion, men snarere forholdet mellem udstråling og absorption, der er universelt. Så en hvidmalet væg stråler mindre end en sort ditto, men forholdet mellem udstråling og absorption er det samme for de to vægge.

Den eksperimentelle udfordring bestod i at lave et fuldstændigt sort legeme og måle udstrålingen herfra. En snedig måde at konstruere et sort legeme på er simpelthen at lave et lukket hulrum. Det kan godt være, at en vis mængde stråling ikke absorberes fuldstændigt af hulrummets væg, men den del af strålingen, der reflekteres, vil så ramme hulrummets væg et andet sted, og på et eller andet tidspunkt vil væggen have absorberet strålingen. Så i den forstand er hulrummets

vægge et perfekt sort legeme. Nu kan man så bore et lille hul i væggen og se på den stråling, der strømmer ud gennem hullet. Energimængden af undsluppet stråling i et bestemt tidsrum og med frekvens i et interval omkring ν med bredde $d\nu$ vil være dQ . Fra Kirchhoffs overvejelser får vi så, at $dQ = E_\nu d\nu$. Så for at finde E_ν skal vi blot måle dQ . Størrelsen E_ν beskriver egentlig strålingsenergi i bevægelse. I det følgende vil vi fokusere på energitætheden i strålingen, $u(\nu, T)$. Sammenhængen mellem de to er $u(\nu, T) = (4\pi/c)E_\nu$.



Figur 3. Max Planck (1858–1947) grundlagde i år 1900 kvanteteorien i sit forsøg på at forklare energifordelingen af varmestråling som funktion af strålingens frekvens.

Planck

I år 1900 var den eksperimentelle situation således, at det var klart, at $u(\nu, T)$ var en funktion, der havde et maksimum ved en bestemt bølgelængde, og at denne maksimale frekvens forskyder sig mod lavere bølgelængder ved højere temperaturer. Dette sidste kaldes Wiens forskydningslov, og den siger, at ν_{max}/T er konstant. Dette resultat er baggrunden for den simple og velkendte kendsgerning, at når temperaturen stiger, bliver fx en jernklods først rødglødende og dernæst hvidglødende. Wilhelm Wien havde desuden i 1896 postuleret en empirisk lov, der siger, at $u(\nu, T) \propto e^{-a\nu/T}$. Men i år 1900 havde nye eksperimenter vist, at Wiens lov ikke passede, når frekvenserne blev for lave. Max Planck satte sig for at udlede en generel formel for $u(\nu, T)$, der passer med Wiens lov for høje frekvenser, men også med de nye målinger ved lavere frekvenser. Planck var velbevandret i termodynamikkens love og kendte også til Boltzmanns arbejder, der relaterer termodynamikken med statistiske egenskaber for de mikroskopiske størrelser.

Planck fokuserede på stoffet, som udsender og absorberer lys. Det var kendt, at har man en lille oscillator, der består af en positiv og negativ ladning, der svinger frem og tilbage med en frekvens ν , så vil oscillatoren både udsende og absorbere elektromagnetisk stråling. Dette følger direkte af Maxwells ligninger. Hvis ϵ er oscillatorens energi, så vil der i ligevægt, hvor der

udsendes og absorberes lige meget energi, være en sammenhæng mellem ϵ og $u(\nu, T)$. De er simpelthen proportionale. Så Planck besluttede sig for at finde $u(\nu, T)$ ved at beregne ϵ . I statistisk fysik spiller entropien S en afgørende rolle. S er et mål for, hvor mange måder en vis energimængde kan fordele sig på mellem stoffets forskellige bestanddele. Den vigtigste formel fra den statistiske fysik knytter entropi, energi og temperatur sammen:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T}. \quad (4)$$

Ekspertene for 120 år siden – og Planck var absolut én af dem – vidste også, at der for en ideal gas eller for en samling af harmoniske oscillatorer gælder, at den anden afledte af entropien er omvendt proportional med kvadratet på energien. Planck kunne desuden regne baglæns og finde, at hvis Wiens lov gælder, så er entropiens anden afledte omvendt proportional med energien i første potens:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} = \begin{cases} -\frac{a}{U^2} & \text{ideal gas eller oscillator} \\ -\frac{b}{U} & \text{Wiens lov} \end{cases} \quad (5)$$

Planck fik nu den ide at lave en formel, der er en blanding af de to, nemlig

$$\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} = -\frac{C}{U(U + \beta)}. \quad (6)$$

Gør man det, så viser det sig, at energien af en oscillator med frekvensen ν må have en bestemt middelenergi ϵ , og den tilhørende energi i strålingen bliver

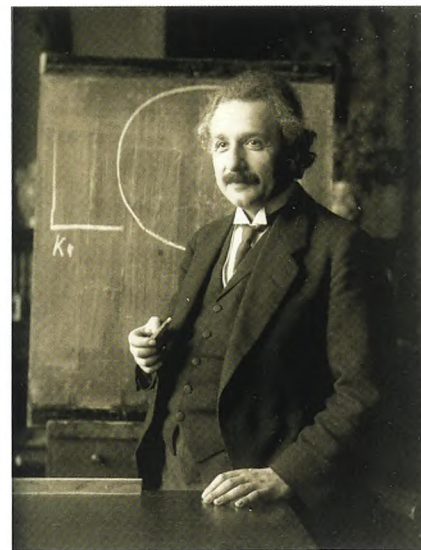
$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{C\nu^3}{e^{h\nu/T} - 1}. \quad (7)$$

(Konstanten h er den, vi nu kalder Plancks konstant, noget Planck naturligvis ikke gjorde). Denne formel, konstaterer Planck, passer meget bedre til de eksperimentelle data. Problemet for Planck var nu, *hvorfor* Plancks termodynamiske formel (7) gælder. Planck vidste, at entropien er en statistisk størrelse, som hænger sammen med på hvor mange måder, en vis energimængde kan fordele sig på mikroskopiske frihedsgrader. Formlen $S = k \ln W$ står ganske vist på Boltzmanns gravsten, men den er faktisk først formuleret i denne moderne version af Planck. Planck fandt, at hvis man skal fordele en energimængde U på N oscillatorer, men energien kun kan forekomme i små pakker ("kvanter") af størrelse $h\nu$, så kan W let beregnes, og man ender med en entropi, der præcis opfylder (7). Hermed var ideen om energikvanter født, og nu skete der ... ingenting!

Einstein 1905

I alt fald ikke før fem år senere. Den 26-årige Einstein publicerede i 1905 tre mirakuløse arbejder. Ét, der introducerer relativitetsteorien, ét, der analyserer brownske bevægelser (og fx leder til en bestemmelse af Avogadros tal, og dermed en forståelse af, hvor store atomerne er), samt den artikel, som vi skal interessere

os for her. Einstein var faktisk den første, der fulgte op på Plancks arbejder fra år 1900. Egentlig var det Einsteins ærinde at forstå den såkaldte fotoelektriske effekt. Når man lyser på et stykke materiale, finder man, at der flyver elektroner væk fra materialet. Hvis man skruer op for intensiteten af lyset, sker der ikke det forventede, nemlig at energien af elektronerne øges. Det eneste, der sker, er, at der kommer flere elektroner. Hvis man derimod øger lysets frekvens, så stiger hastigheden af de løsrevne elektroner. Einstein foreslår en simpel, men meget modig forklaring. Hvis lys består af partikler, hvis energi er direkte proportional med frekvensen, så er det let at forstå det observerede fænomen. Lyspartiklen overfører simpelthen al sin energi til elektronen og forsvinder selv i processen. Grunden til, at forklaringen er modig, er naturligvis, at spørgsmålet om, hvorvidt lys er bølger eller partikler, havde fundet sin løsning med Maxwells teori. Den beskriver alle elektriske og magnetiske fænomener, herunder at lys er elektromagnetiske bølger.



Figur 4. Albert Einstein (1879–1955) var historiens anden kvantepioner.

Einstein var ligesom Planck en af de unge fysikere, der var eksperter i den statistiske fysik. Han havde selv i to arbejder i årene før 1905 helt selvstændigt formuleret grundprincipperne for den statistiske fysik. Han kunne derfor let fokusere på entropien af et system af lys, der opfylder Wiens lov. Fx kunne han se, at hvis man ændrede voluminet af det hulrum, hvori strålingen befinder sig, så ville entropien ændre sig på følgende måde

$$S - S_0 = \frac{U}{h\nu} \ln \frac{V}{V_0}. \quad (8)$$

Her er V og V_0 de nye og gamle volumener. Men hvis nu lys består af partikler med en energi proportional med frekvensen, $\epsilon = h\nu$, så vil faktoren foran logaritmen blot være proportional med antallet af partikler, N . Men en gas af N partikler, hvis volumen ændres, vil have en entropiændring, der er givet ved $N \ln(V/V_0)$. Einstein følte sig derfor bekræftet i sin hypotese om, at lys er partikler, i alt fald for frekvenser, der er så tilpas store, at Wiens lov gælder. Længere kom Einstein ikke i 1905.

En vigtig pointe i Einsteins arbejde er, at han skifter fokus direkte på strålingen i modsætning til Planck, som jo først og fremmest regner på de svingende dipoler, som han mener, at alt stoffet består af. Det er en af fordelene ved den statistiske fysiks beskrivelse af ligevægt, at det ikke betyder noget, hvordan ligevægten er opstået, dvs. detaljerne i, hvordan energi flyder ind og ud af systemet. Dette er et meget stærkt resultat, som Einstein var en mester i at udnytte.

Som nævnt er Einstein den eneste, der for alvor drager konsekvensen af Plancks opdagelse i år 1900, og sådan skulle det stort set blive ved, indtil Niels Bohr i 1913 bruger Planck til at forklare atomets opbygning. Inden da var Einstein på banen i 1907, hvor han fulgte op på Plancks arbejde og forklarede varmekapaciteten af de fleste faste stoffer. I 1918 udleder Einstein faktisk Plancks lov ved at benytte Bohrs formel $E_2 - E_1 = h\nu$ og ideen om spontan emission i stedet for som Planck at benytte oscillerende elektriske dipoler, der stråler. Vi springer detaljerne over og vender os mod det sidste store spring fremad fra Einsteins side.



Figur 5. Satyendra Nath Bose (1894–1974) skrev et indflydelsesrigt brev til Einstein i 1924. Einstein læste omhyggeligt brevet.

Bose og Einstein 1925

Einsteins sidste konstruktive bidrag til kvantemekanikken kommer i 1925. Senere blev Einstein en meget vigtig kritiker af kvanteteorien, og hans kritik var alt-afgørende og medvirkede til at fremprovokere begreber som entanglement og Bells ulighed.

Episoden starter med, at en ung inder, Satyendra Nath Bose, i juni 1924 skriver et brev til Einstein. Han har udledt Plancks strålingslov på en ny måde og vil gerne have Einsteins hjælp til at få arbejdet publiceret og det helst på tysk i tidsskriftet *Zeitschrift für Physik*. Bose selv var meget stolt over at kunne udlede faktoren $8\pi h\nu^3/c^3$, men Einstein så straks, at det var Boses statistiske argument, der var nyt og epokegørende. Bose fokuserer ligesom Einstein i 1905 på lyset selv og bekymrer sig ikke om, hvordan lyset er kommet i ligevægt

ved en bestemt temperatur ved at vekselvirke med stoffet i omgivelserne. Kort fortalt opfatter Bose lyset som en gas af partikler. Disse partikler kan være i forskellige tilstande. Hver tilstand svarer til, at lyspartiklen (fotonen) bevæger sig i en bestemt retning med en bestemt energi. Det statistiske problem består nu i at beregne, hvor mange måder energien kan fordeles på mellem disse partikler. Bose regner på en anden måde, end den Boltzmann benyttede, da han lavede samme beregning for en almindelig ideal gas. Men regnestykket ender dog med Plancks strålingslov. Einstein er som sagt meget fascineret af måden at regne på, og året efter gentager han Boltzmanns beregning af den ideelle gas, men gør det nu på Boses måde. Forskellen mellem fotoner og almindelige partikler, som fx molekylerne i en ideal gas, er, at sammenhængen mellem energi og hastighed er forskellig i de to tilfælde. Fotoner bevæger sig jo alle med lysets hastighed, mens molekyler kan antage alle mulige hastigheder. Under alle omstændigheder gør Einstein en epokegørende opdagelse. En ideal gas af den slags partikler, som skal beregnes på Boses måde, vil opføre sig meget besynderligt, når temperaturen sænkes under en bestemt kritisk temperatur. Her vil en makroskopisk andel af partiklerne ophobe sig i en enkelt kvantetilstand, nemlig den, der svarer til den laveste energi. Einstein har opdaget det fænomen, der nu kaldes *Bose-Einstein-kondensering*.

Senere har fysikere som fx Paul Dirac gjort det klart, at Boses måde at regne på er korrekt, når partiklerne er identiske og vel at mærke så identiske, at hvis man ombytter to partikler, så får man samme kvantetilstand. Noget, som ikke giver mening i en klassisk verden. Den slags partikler er siden benævnt *bosoner*. Det viser sig, at samtlige partikler i den atomare verden kan deles op i to klasser, fermioner og bosoner. Til klassen af bosoner hører fotoner, fononer (lydpartikler) og generelt partikler, der er sammensatte af et lige antal partikler af den anden klasse, fermionerne. Til klassen af fermioner, opkaldt efter den italienske fysiker, Enrico Fermi, hører elektroner, protoner, neutroner osv. Fermionerne opfylder den regel, som kaldes Paulis udelukkelsesprincip.

Vi ser her, at Einstein er pioneren i kvanteverdenen, der har regler, der er helt fremmede i en klassisk fysisk kontekst. Fænomener som superledning, laseren, eller sågar Higgspartiklen kan kun forstås i termer af egenskaberne for bosoner.



Per Hedegård er professor ved Niels Bohr Institutet. Han arbejder med faststoffysik og især med elektronik, der baserer sig på enkeltmolekyler.