

Kvantemekanisk sammenfiltrering – baggrund

Jan Myrheim, Institutt for Fysikk, Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet

Kvantemekanisk sammenfiltrering er gradvist blevet en slags samlebetegnelse, en overskrift over et stort forskningsfelt, der omfatter både grundforskning og anvendelser. Et par nøgleord er kvanteoptik, kvantekryptografi og kvantecomputere. Hele denne aktivitet startede med John Bell, der viste, hvordan kvanteteorien tillader korrelationer mellem dele af et sammensat system, der er stærkere end hvad den klassiske fysik tillader. Formålet med denne artikel¹ er ikke at give et overblik over et aktivt forskningsområde, men snarere at forsøge at give et indblik i baggrunden, især i Bells sætning eller Bells ulighed fra 1964, som viser, hvordan kvanteteorien bryder med dagligdagens forestillinger [1, 2].

Udtrykket *sammenfiltrering*, på engelsk *entanglement*, beskriver typiske kvantetilstande for et fysisk system bestående af to eller flere delsystemer. Erwin Schrödinger introducerede udtrykket i 1935 og kaldte det på tysk *Verschränkung* [3]. Han mente, at dette fænomen er den vigtigste forskel mellem kvantefysik og klassisk fysik.

Hvis vi præparerer et sammensat system i en ren kvantemekanisk tilstand, så kender vi fuldstændigt systemets tilstand som helhed. Hvis tilstanden ikke er sammenfiltret, så kender vi også den fuldstændige tilstand for hvert af delsystemerne. Det er den situation, der altid gælder i klassisk fysik, når vi har fuldstændige oplysninger om systemets tilstand.

Hvis tilstanden derimod er sammenfiltret, så kan vi have fuldstændige oplysninger om systemets tilstand som helhed, uden at vi har fuldstændige oplysninger om tilstanden for hvert delsystem for sig. I så fald findes der korrelationer mellem delsystemerne, så en måling på et delsystem giver oplysninger om de andre delsystemers tilstand. Korrelationer er særligt interessante, når delsystemerne er fysisk adskilte.

Lokalitet er et centralt begreb i fysikken. Vi har en stærk tro på, at fysikken skal være lokal. Det betyder fx, at hvis vi vil præparere et sammensat system i en sammenfiltret tilstand, så må vi bringe delsystemerne sammen ét sted, så de kan vekselvirke med hinanden. Men derefter kan vi adskille dem, og tilstanden kan fortsætte med at være sammenfiltret, selvom afstandene bliver store.

Et principielt spørgsmål, der melder sig, er, om det er muligt udnytte sammenfiltreringen til at overføre oplysninger. Måske endda til at overføre

oplysninger med overlyshastighed, eftersom vi kan måle ét delsystem og få information om de andre, tilsyneladende uden at noget fysisk signal overføres.



Figur 1. Werner Heisenberg (1901–1976).

Heisenbergs usikkerhedsrelation

Lad os starte med at repetere lidt kvantemekanik.

Et idealiseret eksperiment, som kvantemekanikken beskriver, foregår således: Vi har en partikel i en veldefineret kvantemekanisk tilstand, som vi kender præcist, fordi vi har præpareret den omhyggeligt. Det kan fx være en specifik energiegentilstand, hvor partiklens energi har en bestemt værdi. Derefter måler vi en fysisk størrelse, der også beskriver partiklens tilstand, fx positionen langs x -aksen eller impulsen langs x -aksen.

¹ Artiklen er en redigeret udgave af forfatterens artikel i Norsk Fysisk Selskabs tidsskrift "Fra Fysikkens Verden" (FFV) [4]. Bells ulighed og Aspekts eksperimenter har også været omtalt i FFV i en artikel af Jon Magne Leinaas i 1989 [5], ligesom Arnt Inge Vistnes har skrevet om sammenfiltrering af fotoner i FFV [6]. Oversat af Jens Olaf Pepke Pedersen.

Lad os sige, at vi præparerer den samme tilstand mange gange, så nøjagtigt, som vi er i stand til, og hver gang måler vi enten positionen eller impulsen langs x -aksen. Efter at vi har gentaget hele proceduren med præparering og måling mange gange, sidder vi med statistiske fordelinger af målte værdier med standardafvigelsen Δx for positionen x og Δp for impulsen p . Heisenbergs usikkerhedsrelation siger, at da må

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1)$$

hvor $\hbar$ er Plancks konstant h divideret med 2π . Vi siger, at partiklens position langs en akse og impulsen langs den samme akse er *komplementære størrelser*. Det er i princippet muligt at præparere en kvantetilstand, hvor en af dem har vilkårlig lille usikkerhed, men da må den anden have en tilsvarende større usikkerhed i den tilstand.

Vi forudsætter, at Δx og Δp er spredningen på måleresultaterne, som ikke skyldes unøjagtigheden i hver enkelt måling. Vi kan aldrig måle med nul måleusikkerhed, men der er i princippet ingen grænse for, hvor nøjagtigt vi kan måle en position eller en impuls i et eksperiment. Vi kan altså antage, at vi måler så nøjagtigt, at måleusikkerhederne ikke bidrager væsentligt til Δx og Δp . Usikkerhedsrelationen giver i øvrigt blot en nedre grænse for produktet $\Delta x \Delta p$. For de fleste kvantetilstande er produktet meget større.

I den matematiske formalisme, som bruges i kvantemekanikken, er observable størrelser som x og p repræsenteret ved *operatorer*, som kan adderes og multipliceres. To operatorer A og B , som repræsenterer fysiske observable, siges at være *ombyttelige*, såfremt de kommuterer, dvs. at $AB = BA$.

At A og B er ombyttelige, har den fysiske betydning, at det er muligt at præparere fysiske tilstande, hvor begge observable har præcise værdier på samme tid. I en sådan tilstand vil en måling af A altid give en bestemt værdi a , som kan forudsiges på forhånd, og en måling af B vil altid give en bestemt værdi b . I denne tilstand kan vi først måle A og derefter B , eller først B og derefter A . I begge tilfælde får vi værdien a for A og b for B . Ombyttelige observable kan måles samtidigt, i den forstand at målingen af den ene ikke ødelægger målingen af den anden.

Vi definerer *kommutatoren* mellem A og B som

$$[A, B] = AB - BA. \quad (2)$$

A og B er ombyttelige observable, hvis $[A, B] = 0$. Positionen x og impulsen p langs en akse

er ikke ombyttelige, og de er i stedet *kanonisk konjugerede størrelser*, som opfylder den *kanoniske kommutatorrelation*

$$[x, p] = i\hbar. \quad (3)$$

Heisenbergs usikkerhedsrelation kan bevises matematisk ud fra denne relation.

Hvis vi som eksempel betragter en punktpartikel i tre dimensioner, så er koordinaterne x, y, z langs de tre ortogonale akser et eksempel på tre ombyttelige observable, som vi kan måle samtidigt. Dermed har vi skaffet os et fuldstændigt kendskab til tilstanden, som partiklen er i, hvis den ikke har andre målbare egenskaber (som fx spin) end positionen. De tre observable udgør tilsammen et *fuldstændigt sæt* af ombyttelige observable for en punktpartikel uden spin. Hvis vi kun betragter den ene koordinat x , er det en ufuldstændig observabel: for en given værdi af x findes der flere tilstande – endda uendeligt mange – som har den samme værdi. Dette fænomen kaldes *degeneration*.

Hvis en observabel A er ufuldstændig, findes der stadig et *komplet sæt tilstande* med veldefinerede værdier af A , således at enhver kvantetilstand kan beskrives som en superposition af sådanne tilstande. Hvis A og B er ombyttelige observable, så findes der et fuldstændigt sæt tilstande med veldefinerede værdier af A og B samtidig. Den generelle situationen er, at vi altid kan finde et fuldstændigt sæt af ombyttelige observable $A_1, A_2, \dots, A_n$ således, at når vi måler værdier $a_1, a_2, \dots, a_n$ for alle observable samtidigt, så har vi bestemt tilstanden entydigt. Den mest generelle kvantetilstand er en superposition af sådanne tilstande, som vi beskriver med en bølgefunktion

$$\psi(a_1, a_2, \dots, a_n). \quad (4)$$

Funktionsværdien $\psi(a_1, a_2, \dots, a_n)$ er et komplekst tal. Måler vi $A_1, A_2, \dots, A_n$ i denne tilstand, så finder vi værdierne $a_1, a_2, \dots, a_n$ med sandsynligheden

$$|\psi(a_1, a_2, \dots, a_n)|^2. \quad (5)$$

Tolkninger

Fra usikkerhedsrelationen kan vi umiddelbart uddrage den lære, at kvantemekanikken i en fundamental forstand er en *statistisk* teori. Eftersom ingen af de to standardafvigelser Δx og Δp kan blive uendeligt store, kan heller ingen af dem blive nul. Det er altså umulig at præparere en tilstand, hvor enten positionen x eller impulsen p har en helt veldefineret værdi, således at vi måler

nøjagtigt samme værdi, hver gang vi præparerer tilstanden og måler. Og vi kan aldrig helt nøjagtigt forudsige resultatet af en måling af x eller p , før vi måler.

Bemærk at denne konklusion gælder for x og p , fordi de er kontinuerte variable. Ifølge kvantemekanikken findes der også diskrete variable, som fx det angulære moment langs en akse eller energiniveauer i et atom. Teoretisk set kan vi præparere en tilstand, hvor en diskret fysisk størrelse har en helt veldefineret værdi, men da findes der altid mange andre fysiske størrelser, som ikke har veldefinerede værdier i den tilstand.

På et tidligt tidspunkt i kvantemekanikkens historie kunne Albert Einstein ikke lide teoriens statistiske elementet, og han indvendte, at "Gud kaster ikke med terninger". Dette citat blev så berømt, at blandt andet John Bell klagede over, at mange misforstod Einstein og troede, at det var hans største indvending mod kvantemekanik. Det var ikke. Han havde ikke store problemer med at acceptere en statistisk teori. Men han mente, at kvantemekanik var en *ufuldstændig* teori. At vi skulle forsøge at udlede kvantemekanik fra en mere komplet og grundlæggende teori, der godt kunne være deterministisk. I en deterministisk teori må vi antage sandsynligheder for at beskrive forhold, som vi har ufuldstændig viden om.

Mens kvantemekanik stadig var en ny teori under udformning, insisterede Niels Bohr på det, han kaldte *korrespondensprincippet*, at den nye teori skulle indeholde begreber, der ligner begreberne fra klassisk mekanik, såsom position og impuls. Blot måtte de gamle begreber få nyt indhold. Einstein ville have en mere radikal tilgang, han mente, at den nye teori skulle bygges på nye grundlæggende begreber. Hverken han eller andre havde imidlertid nogen konkrete idéer til, hvad de nye begreber skulle være, og dermed blev han efterladt ganske alene med sit synspunkt. Størstedelen af fysikere, med Niels Bohr og Werner Heisenberg i spidsen, accepterede kvantemekanikken, således som den efterhånden blev udformet.

Det store spørgsmål i diskussionen mellem Einstein og Bohr var, hvordan usikkerhedsrelationen skulle forstås. Einstein var realist, og han mente, at opgaven for en fysisk teori er at beskrive en objektiv virkelighed, der eksisterer uafhængigt af fysikere, der observerer den. Bohr insisterede på, hvad han kaldte *komplementaritetsprincippet*, at observatøren skal vælge mellem målinger, der er komplementære og uforenelige, og at valget er med til at bestemme, hvilken virkelighed der observeres. I en bestemt forstand

er virkeligheden således ikke længere objektiv.



Figur 2. Niels Bohr (1885–1962) og Albert Einstein (1879–1955) i Paul Ehrenfests (1880–1933) hjem i Leiden (december 1925).

Realisme

Klassisk mekanik er en realistisk teori, hvor vi forestiller os, at virkeligheden er objektiv og eksisterer, uanset om vi observerer den eller ej. Vi kan i princippet måle en partikels egenskaber så præcist, som vi ønsker, uden at forstyrre den mærkbart. Når vi måler en partikels position, antager vi, at den havde den samme position, før vi målte. Så kan vi måle impulsen og antage, at impulsen var den samme, selv før vi målte positionen. I princippet kan vi således måle position og impuls samtidig med ubegrænset nøjagtighed. En måling i klassisk mekanik er en konstatering af et faktum, som eksisterer både før og efter vi måler.

Det er anderledes i kvantemekanikken, hvor Heisenbergs usikkerhedrelation kan tolkes på forskellige måder. Hvis vi fx måler positionen af en partikel to gange hurtigt efter hinanden, får vi to gange den samme værdi. Dette må betyde, at den første måling præparerer partiklen i en tilstand, hvor den har en bestemt position inden for måleusikkerheden. Vi kender således partiklens position, lige efter at vi har målt positionen. Det store spørgsmål er, om partiklen havde den samme position, også før vi målte den. Einstein, der var realist og forestillede sig en objektiv virkelighed, mente ja. Bohr og Heisenberg mente nej – de fortolkede usikkerhedsrelationen mere radikalt.

Da vi ikke kan præparere en tilstand for en partikel, hvor den på samme tid har vilkårligt veldefinerede værdier for to komplementære

størrelser som position og impuls, så mente Bohr og Heisenberg, at vi må fortolke det således, at partiklen ikke har en bestemt position, før vi måler positionen, og den har heller ikke en bestemt impuls før vi måler impulsen. Så det giver meget lidt eller ingen mening at tale om en partikels position, før vi måler positionen, eller at tale om impulsen, før vi måler impulsen. Ifølge denne fortolkning er en veldefineret position eller en veldefineret impuls egenskaber, som partiklen får i det øjeblik, vi foretager en måling. Vi kan derfor ikke udsætte partiklen for en måling uden at ødelægge den tilstand, partiklen var i før målingen. Usikkerhedsrelationen er et udtryk for den minimale påvirkning, som en måling har på tilstanden.

En sådan fortolkning, at partiklen hverken har position eller impuls, før vi måler den ene eller den anden størrelse, må lyde mærkeligt for de uindviede eller for "manden på gaden". Einstein tog sig af manden på gaden, og spurgte lidt sarkastisk: Er Månen der, når jeg ikke ser på den? Men hvad der er mærkelige egenskaber ved en partikel, er helt naturlige egenskaber ved en bølge. Louis de Broglie foreslog i 1923, at stofpartikler opfører sig på samme måde som fotoner ifølge Einsteins fototeori fra 1905, som forklarede den fotoelektriske effekt.

Hvis vi tænker på partiklen som en bølge, så må vi definere impulsen som Plancks konstant divideret med bølgelængden, som Einstein gjorde for fotoner. En bølge har ingen veldefineret position. Og en bølge med en endelig udstrækning har heller ingen veldefineret bølgelængde. Position og bølgelængde er to komplementære egenskaber ved en bølge. En bølge med en helt veldefineret bølgelængde har en uendelig udstrækning i rummet. Omvendt må en bølge placeret i et lille område af rummet indeholde et bredt spektrum af bølgelængder.

Dette dobbeltbillede af lys som bølger og/eller partikler dukkede således op allerede i 1905, og det er lige problematisk, uanset om vi taler om fotoner eller stofpartikler. Begge opfører sig som bølger, når de fx går gennem en dobbeltspalte og skaber et interferensmønster. Usikkerhedsrelationen giver god mening for en bølge, men ikke for en partikel. I andre sammenhænge, fx i Comptoneffekten, hvor en foton og en elektron støder sammen, opfører begge sig som udelelige partikler og ikke som bølger spredt udover rummet. Vi må tænke på fotoner og stofpartikler som både partikler og bølger, eller som noget derimellem, men hverken som det ene eller det andet.

Einstein-Podolsky-Rosen-eksperimentet

Sammen med Boris Podolsky og Nathan Rosen beskrev Einstein i 1935 et tankeeksperiment, der skulle vise, at Bohr og Heisenberg tog fejl i deres fortolkning af usikkerhedsrelationen, der konkluderede, at en partikel ikke har en position, før den måles, og heller ikke har nogen impuls, før den måles [7]. Eksperimentet er blevet kendt som EPR-paradokset, men i så fald er det et paradoks for Bohr og Heisenberg, og ikke for Einstein.

Vi forestiller os, at vi har to partikler, som vi nummererer 1 og 2. Observable størrelser er da positionerne x_1 og x_2 og impulserne p_1 og p_2 langs x -aksen. De kanoniske kommutatorrelationer

$$[x_1, p_1] = [x_2, p_2] = i\hbar \quad (6)$$

gælder, mens alle andre par af observable er ombyttelige. Fx er

$$[x_1, p_2] = [x_2, p_1] = 0. \quad (7)$$

Nu er differensen $x_1 - x_2$ og summen $p_1 + p_2$ ombyttelige observable, og vi har at

$$\begin{aligned} [x_1 - x_2, p_1 + p_2] &= [x_1, p_1] + [x_1, p_2] \\ &\quad - [x_2, p_1] - [x_2, p_2] \\ &= i\hbar + 0 - 0 - i\hbar = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Det vil sige, at vi kan præparere en kvantetilstand til systemet bestående af to partikler, således at disse to observable på samme tid har veldefinerede værdier

$$x_1 - x_2 = x, \quad p_1 + p_2 = P. \quad (9)$$

Her er den relative position x og den totale impuls P størrelser, som vi bestemmer på forhånd, i princippet med vilkårlig nøjagtighed.

I denne specielle tilstand kan vi vælge at måle enten position eller impuls for hver af partiklerne. Vi kan fx måle x_1 og x_2 , og da vil vi altid finde, at $x_1 - x_2 = x$. Vi kan måle p_1 og p_2 , og da vil vi altid finde at $p_1 + p_2 = P$.

Et tredje alternativ er at måle x_1 og p_2 , der også er ombyttelige observable, således at en måling af den ene ikke ødelægger målingen af den anden. Derefter kender vi værdien af x_1 , men kender vi også værdien af p_1 ? Vi valgte at måle x_1 , og målingen af x_1 ødelægger muligheden af at måle p_1 . Men i det øjeblik vi måler p_2 , ved vi, hvilken værdi vi ville have fundet, hvis vi havde målt p_1 , nemlig $p_1 = P - p_2$.

I denne situationen, mente Einstein, Podolsky og Rosen, må det være tilladt at tale om, at impulsen p_1 har en bestemt værdi, selv om vi ikke måler den.

Bohr var hurtig til at svare på EPR-artiklen [8]. De fleste fysikere slog sig til tåls med svaret fra Bohr, og var ikke længere bekymret for fortolkningen af kvantemekanikken. Men nogle lod sig ikke overbevise, og de fandt svaret både uklart og svært at forstå. En af dem, der arbejdede videre med EPR-argumentet, var Bell. Han gjorde det meget klart, at han sympatiserede med Einstein, men han ønskede at skærpe argumenterne så meget, at hele diskussionen kunne afgøres eksperimentelt.

Han formulerede versioner af EPR-eksperimentet, hvor argumenterne, som Einstein, Podolsky og Rosen brugte, indebærer, at sandsynligheder, der kan måles, skal opfylde et sæt uligheder, de såkaldte Bell-uligheder. Disse uligheder brydes af nogle af de sandsynligheder, som kvantemekanikken forudsiger. Da de eksperimentelle målinger har vist sig at give det samme, som kvantemekanikken forudsiger, må vi konkludere, at EPR-argumentet ikke er holdbart. Eksperimenterne bekræfter kvantemekanikken, og modbeviser den slags teorier, som Einstein, Podolsky og Rosen argumenterede for.

Et korrelationseksperiment

Her vil vi udlede et eksempel på en Bellulighed i et eksperiment, som han foreslog. Det er et ganske almindeligt eksperiment, som ikke er fundamentalt forskelligt fra et eksperiment, der udføres hele tiden i fysiklaboratorier rundt om i verden. Vi skyder to protoner mod hinanden og opstiller to detektorer, der observerer dem, efter at de er kollideret, og har ændret bevægelsesretning. Vi nummererer detektorerne som 1 og 2, og proton 1 er det, vi observerer i detektor 1, mens proton 2 observeres i detektor 2.

Et proton drejer om sin egen akse og har spin $1/2$. Det betyder, at hvis vi måler spin-komponenten langs en hvilken som helst akse, for eksempel z -aksen i et givet koordinatsystem, finder vi altid en af to mulige værdier, enten $\hbar/2$ eller $-\hbar/2$. Måleenheden for spin er $\hbar$, Plancks konstant h divideret med 2π . Vi forenkler sproget, og siger, at spin-komponenten langs akse er enten $+$ eller $-$. Spinnet for en proton, eller en anden partikel med spin $1/2$, målt langs en akse, peger enten op eller ned.

Et fuldstændigt sæt af målinger vi kan udføre for at finde tilstanden til protonerne efter kollisionen, er fx positionerne $\vec{r}_1$ og $\vec{r}_2$ og spin-komponenterne s_1 og s_2 langs z -aksen. Både s_1 og s_2 har de mulige værdier $+$ og $-$. En generel kvantemekanisk tilstand beskriver vi med en

bølgefunktion

$$\psi(\vec{r}_1, s_1, \vec{r}_2, s_2) . \quad (10)$$

Den generelle tilstand er således, at protonerne ikke har bestemte værdier af hverken position eller spin. Absolutkvadratet af bølgefunktionen, $|\psi(\vec{r}_1, s_1, \vec{r}_2, s_2)|^2$, er et mål for sandsynligheden for, at en måling vil give værdierne $\vec{r}_1, s_1$ og $\vec{r}_2, s_2$.

Eftersom protonerne er fermioner, må bølgefunktionen for de to protoner være antisymmetrisk under ombytning af partiklene, det vil sige at

$$\psi(\vec{r}_1, s_1, \vec{r}_2, s_2) = -\psi(\vec{r}_2, s_2, \vec{r}_1, s_1) . \quad (11)$$

Nu kan vi antage, at bølgefunktionen efter kollisionen er et produkt af en rumbølgefunktion og en spinbølgefunktion,

$$\psi(\vec{r}_1, s_1, \vec{r}_2, s_2) = \psi_{\text{rum}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \psi_{\text{spin}}(s_1, s_2) . \quad (12)$$

Dette forenkler vores ræsonnement. Mere generelt kunne vi have antaget en sum af sådanne produktbølgefunktioner. Om rumbølgefunktionen ved vi at den må være symmetrisk,

$$\psi_{\text{rum}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi_{\text{rum}}(\vec{r}_2, \vec{r}_1) , \quad (13)$$

hvis vi gør energien tilstrækkelig lille, for ellers kommer de to protoner ikke tæt nok på hinanden til at kunne vekselvirke. Men når rumbølgefunktionen er symmetrisk, må spinbølgefunktionen efter kollisionen være antisymmetrisk,

$$\psi_{\text{spin}}(s_1, s_2) = -\psi_{\text{spin}}(s_2, s_1) , \quad (14)$$

for at den totale bølgefunktion kan blive antisymmetrisk.

Ligning (14) er udgangspunktet for Bell i hans ræsonnement. Teorien, som leder fram til ligningen, er standard kvantemekanik, som det vil føre for vidt at gå mere detaljeret ind på her.

Antisymmetrien af spinbølgefunktionen implicerer, at hvis $s_1 = s_2$, så må $\psi_{\text{spin}}(s_1, s_2) = 0$. Det betyder, at sandsynligheden er nul for at måle $s_1 = s_2 = +$ eller $s_1 = s_2 = -$,

$$|\psi_{\text{spin}}(+, +)|^2 = |\psi_{\text{spin}}(-, -)|^2 = 0 . \quad (15)$$

Vi måler altid enten $s_1 = -s_2 = +$ eller $s_1 = -s_2 = -$. Vi siger, at spin-komponenterne s_1 og s_2 til de to protoner efter kollisionen er fuldstændigt antikorrelerede.

Hvis vi gentager eksperimentet mange gange, og måler s_1 og s_2 hver gang, vil vi i gennemsnit måle de to mulige værdier $s_1 = +$ og $s_1 = -$ lige ofte, og ligeså de to værdier $s_2 = +$ og $s_2 = -$. Udfaldet af en enkelt måling på et protonpar er umuligt at forudsige, sandsynligheden er 50 %

for at måle $s_1 = +$ og $s_2 = -$, og 50 % for at måle $s_1 = -$ og $s_2 = +$. Men vi kan forudsige med 100 % sikkerhed, at vi kommer til at måle $s_1 = -s_2$.

Hvad er mysteriet?

At der er fuldstændig antikorrelation mellem spin i Bells eksperiment er både en teoretisk og en eksperimentel kendsgerning. Men korrelationer og antikorrelationer er et dagligdags fænomen, og der er ikke noget mystisk ved det. Her optræder de i et kvantemekanisk eksperiment, men der er ingen indlysende årsag til, at de ikke kan forstås inden for klassisk fysik. Pointen er, at de to protoner kolliderede lige før vi målte spin, og det er helt klart, at antikorrelationen opstår i kollisionen. Uden kollision, ingen antikorrelation.

Forklaringen på antikorrelationen kunne tænkes at være så simpel, at i det øjeblik protonerne kolliderer, fordeler de spinnene mellem sig, så det ene spin peger opad langs z -aksen og det andet peger nedad. Hvilken af protonerne, der får spin $+$ i denne proces, er helt tilfældigt. Spinnene af en fri bevægelig proton bevares, så begge protoner husker det spin, de blev tildelt ved kollisionen, og når spinnene måles, er de stadig antikorrelerede. Hvis denne forklaring er holdbar, er der ikke noget mysterium.

Antikorrelationen bliver kun noget, der ligner et mysterium, hvis vi holder fast i den ortodokse fortolkning af en måling, som Bohr og Heisenberg gik ind for, at spin af en proton langs en akse ikke har nogen værdi, hverken $+$ eller $-$, før vi måler det. Hvis ja, hvordan opstår antikorrelationen i så fald? Det kan se ud til, at vi er nødt til at postulere, at når begge protoners spin måles på samme tid, sendes et mystisk signal mellem de to detektorer, som sikrer, at de to målinger giver det modsatte resultat. Sådanne hypotetiske signaler, der skaber antikorrelation, og som måske endda skal bevæge sig med hastigheder, der er større end lysets hastighed, kaldte Einstein "spooky action at a distance", en spøgelsesagtig effekt på afstand. Han kunne ikke lide tanken.

John Bell giver et fornuftigt eksempel på, at antikorrelation i sig selv ikke er et mysterium [2]. Han bemærker, at hans gode ven og kollega Reinhold Bertlmann har den mærkelige vane altid at have strømper på med forskellige farver. Når du ser Bertlmann iført en lyserød strømpe, og kender Bertlmann, behøver du ikke se hans anden strømpe for at vide, at den ikke er lyserød. Få ville gå så langt som at kalde det et mysterium.

Hvis vi vil gøre antikorrelationen mellem protonernes spin til et mysterium, skal vi følge Bell og dykke dybere ned i kvantefysikken. Han kiggede på korrelationer, når spin-komposanterne i de to protoner måles langs deres respektive akser og udledte forskelle, som disse korrelationer skal opfylde, hvis de skal forklares så banalt som farverne på Bertlmanns strømper. Det er en pointe, at spin-komposanterne for en og samme partikel langs to forskellige akser ikke er ombyttelige observable, mens spin-komposanterne for to forskellige partikler langs deres respektive akser er ombyttelige observable.

Bells uligheder, som ikke respekteres af kvantemekanikken, er genstand for del II af denne artikel, som bringes i det næste nummer af *Kvant*.

Litteratur

- [1] J.S. Bell (1964) On the Einstein Podolsky Rosen Paradox, *Physics*, bind 1, side 195.
- [2] J.S. Bell (1981) Bertlmann's Socks and the Nature of Reality, *Journal de Physique Colloques*, bind 42 (C2), side C2-41–C2-62.
- [3] E. Schrödinger (1935) Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik, *Die Naturwissenschaften*, bind 23, side 807, 823 og 844. Engelsk oversættelse (1980): *Proceedings of the American Philosophical Society*, bind 124, side 323.
- [4] J. Myrheim (2019) Kvantemekanisk sammenfiltrering. Del 1., *Fra Fysikkens Verden*, bind 81, nr. 1, side 18.
- [5] J.M. Leinaas (1989) EPR-paradokset, Bells teorem og Aspekts forsøg, *Fra Fysikkens Verden*, bind 51, nr. 2, side 36.
- [6] A.I. Vistnes (2008) Sammenfiltrede fotoner og erkjennelsesmessige konsekvenser, *Fra Fysikkens Verden*, bind 70, nr. 3, side 75.
- [7] A. Einstein, B. Podolsky og N. Rosen (1935) Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?, *Physical Review*, bind 47, side 777.
- [8] N. Bohr (1935) Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?, *Physical Review*, bind 48, side 696.



Jan Myrheim er professor i fysik ved Norges Teknisk-Naturvidenskabelige Universitet (NTNU) i Trondheim. Han har været ansat ved Universitetet i Oslo og har været stipendiat ved Niels Bohr Institutet (1978–1981) og NORDITA (1981–1983). Siden 1985 har han arbejdet på NTNU.