

Kvantemekanisk sammenfiltrering – Bells uligheder

Jan Myrheim, Institutt for Fysikk, Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet

Fænomenet kvantemekanisk sammenfiltrering er relateret til kvantemekaniske systemer med flere delsystemer, hvor der sker kobling mellem delsystemerne, selv når de er langt fra hinanden. Den kvantemekaniske baggrund blev beskrevet i første del af artiklen, der blev trykt i Kvant i oktober 2021 [1], mens konsekvenser og eksperimentelle tests omtales i denne del.¹

Lokal realisme og skjulte variable

I den første del af denne artikel, der beskrev Bells protonspredningseksperiment, talte vi alene om at måle begge spinkomposanter langs en bestemt akse, som vi kaldte z -aksen. Vi må nu erindre, at denne akse var valgt tilfældigt, og at der findes uendelig mange retninger (matematisk set ikke-tælleligt mange), som vi kan vælge som z -akse, før vi måler spinkomposanterne langs den valgte retning.

Uanset hvordan vi vælger z -aksen, vil vi måle spinkomposanter som ifølge teorien er fuldstændig antikorrelerede. Det er måske ikke indlysende, uden at gå lidt dybere ind i den kvantemekaniske teori for spin. Men en måde at se det på er, at antisymmetrien for spinbølgefunktionen

$$\psi_{\text{spin}}(s_1, s_2) = -\psi_{\text{spin}}(s_2, s_1)$$

gælder uanset retningen af z -aksen. Det vigtige er, at vi måler spinkomposanten for begge protoner langs samme akse, for så observerer vi altid antikorrelation. Retningen af den fælles akse er ligegyldig.

Hvis vi insisterer på en forklaring, der ikke involverer en spøgelsesagtig fjernpåvirkning, så må vi antage, at når de to protoner støder sammen, fordeler de spinnene $+$ og $-$ mellem sig, ikke kun for en enkelt retning, men for alle mulige retninger samtidig. Protonerne kan ikke på forhånd vide, hvilken z -akse de vil blive målt mod.

Lad nu $\vec{a}$ være en enhedsvektor. Hver proton må være forberedt på at svare på spørgsmålet, om den har spinkomposant $+$ eller $-$ langs denne akse. Den må altså have en huskeseddel med sig, som vi kan kalde a , hvorpå svaret, $+$ eller $-$, står skrevet. De to protoner må have hver sin huskeseddel a , fordi de observeres uafhængigt af hinanden, og det, som sker med den ene proton, skal ikke kunne påvirke, hvad der sker med den anden. Fysikken er lokal, i hvert fald kan vi godt lide at tro det.

Og det er ikke nok med én huskeseddel. Hver proton må have uendelig mange huskesedler med sig fra kollisionen, så den er forberedt på at få målt sin spinkomposant langs en hvilken som helst akse. Sådanne huskesedler er fremmedelementer i kvantemekanikken, og derfor kaldes de skjulte variable. Hvis protonernes

adfærd styres af skjulte variable, så er kvantemekanikken en ufuldstændig teori.

Ifølge den ortodokse fortolkning af kvantemekanikken, repræsenteret ved Bohr og Heisenberg, er den imidlertid en fuldstændig teori, som ikke har noget behov for skjulte variable. De er ikke bare overflødige, men de er forbudte, fordi en fysisk størrelse som fx en spinkomposant langs en akse ikke har nogen værdi, før vi måler den. Teorier som postulerer det modsatte, at måleresultater er forhåndsbestemte af skjulte variable, kaldes realistiske. De er realistiske i den forstand, at en måling er en konstatering af et måleresultat, som eksisterer før vi måler. Lidt løst sagt, går realistiske teorier ud fra, at virkeligheden er objektiv og eksisterer uafhængigt af, om vi observerer den eller ej.

Lokalrealistiske teorier begrænser mulighederne, for her antages det, at alle de skjulte variable er lokale. Altså at der ikke findes skjulte variable, som koordinerer resultaterne af samtidige spinmålinger på to forskellige steder.

Det er enkelt at lave en ikke-lokal teori med skjulte variable som reproducerer alle forudsigelserne fra kvantemekanikken. Som John Bell pointerede, er det netop den type modeller vi laver, hver gang vi simulerer et fysikeksperiment med såkaldte Monte Carlo-metoder. Teorien kan være deterministisk, således at sandsynligheder kun optræder, fordi vi ikke har fuldt kendskab til systemets tilstand. Problemet opstår når vi kræver, at alle skjulte variable skal være lokale. Kravet om lokalitet lægger så stærke begrænsninger på hvilke teorier, som er mulige, at man kan bevise, at lokalrealistiske teorier aldrig kan reproducere kvantemekanikken. Forudsigelserne fra sådanne teorier må nemlig opfylde Bells uligheder, og det gør forudsigelserne fra kvantemekanikken ikke altid.

En simpel teori med skjulte variable

Det kan se ud som om en teori med uendelig mange skjulte variable, eller huskesedler, må blive en alt for kunstig konstruktion. Men det er enkelt nok at finde på en teori, hvor antallet af huskesedler er ganske lille. For eksempel kan vi forestille os, at hver proton blot husker tre tal, nemlig tre spinkomposanter: s_x langs x -aksen, s_y langs y -aksen og s_z langs z -aksen. Altså en

¹Artiklen er en redigeret udgave af forfatterens artikel i Norsk Fysisk Selskabs tidsskrift "Fra Fysikkens Verden" (FFV) [5]. Bells ulighed og Aspects eksperimenter har også været omtalt i FFV i en artikel af Jon Magne Leinaas i 1989 [6], ligesom Arnt Inge Vistnes har skrevet om sammenfiltrering af fotoner i FFV [7]. Oversat fra norsk af Jens Olaf Pepke Pedersen.

spinvektor

$$\vec{s} = s_x \vec{i} + s_y \vec{j} + s_z \vec{k}. \quad (1)$$

Spinkomposanten langs en akse $\vec{a}$ er skalarproduktet

$$s_a = \vec{a} \cdot \vec{s} = a_x s_x + a_y s_y + a_z s_z. \quad (2)$$

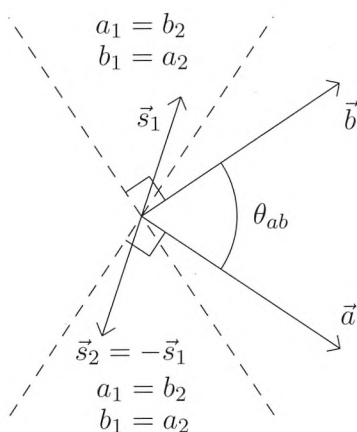
Vi postulerer således, at når vi måler spinkomposanten langs $\vec{a}$, så registrerer vores måleapparat blot fortegnet af s_a , altså $a = +$ hvis $s_a > 0$, eller $a = -$ hvis $s_a < 0$.

Hvis de to protoner har modsatte spinvektorer, altså hvis $\vec{s}_1 = -\vec{s}_2$, så forudsiger denne teori antikorrelation for ethvert valg af akse, som er minimumskravet for, at den skal stemme overens med kvantemekanikken og med det, som observeres eksperimentelt.

Denne enkle teori forudsiger også, hvordan samtidige spinmålinger af proton 1 langs en akse $\vec{a}$ og af proton 2 langs en anden akse $\vec{b}$ er korrelerede, såfremt retningen til spinvektoren $\vec{s}_1$ og til spinvektoren $\vec{s}_2 = -\vec{s}_1$ er uniformt fordelt. Hvis vi projicerer spinvektorene ned på planet, som er udspændt af enhedsvektorene $\vec{a}$ og $\vec{b}$, som illustreret på figur 1, kan vi ræsonnere os frem til sandsynligheden $P(a_1 = b_2)$ for at fortegnet a_1 til $\vec{a} \cdot \vec{s}_1$ er det samme som fortegnet b_2 til $\vec{b} \cdot \vec{s}_2 = -\vec{b} \cdot \vec{s}_1$. Vi finder at

$$P(a_1 = b_2) = P(b_1 = a_2) = \frac{\theta_{ab}}{\pi}, \quad (3)$$

hvor θ_{ab} er vinklen mellem vektorene $\vec{a}$ og $\vec{b}$. Sandsynligheden er 0 hvis $\vec{a} = \vec{b}$ og 1 hvis $\vec{a} = -\vec{b}$.



Figur 1. Beregning af sandsynligheden for at $a_1 = b_2$ i den enkle teori med skjulte variable. At $a_1 = b_2$ betyder at $\vec{a} \cdot \vec{s}_1$ og $\vec{b} \cdot \vec{s}_1 = -\vec{b} \cdot \vec{s}_2$ har modsat fortegn. Altså at $\vec{s}_1$, projiceret ned på planet udspændt af $\vec{a}$ og $\vec{b}$, ligger mellem de stiplede linjer på figuren, som er ortogonale på $\vec{a}$ og $\vec{b}$. Vinklen mellem disse linjer er θ_{ab} .

Denne forudsigelse stemmer ikke med forudsigelsen fra kvantemekanikken, se ligning (7) nedenfor. De to formler stemmer kun overens i tre specielle tilfælde, nemlig når vinklen θ_{ab} er enten 0° , 90° eller 180° .

Denne enkle teori er altså ikke holdbar, fordi den ikke stemmer overens med kvantemekanikken og folgelig heller ikke med eksperimenterne. Men den var bare et eksempel, som vi fandt på i farten. Måske kunne vi

finde på en mere kompliceret lokalrealistisk teori som passer bedre?

Det kan vi ikke ifølge John Bell. I alle sådanne teorier må sandsynlighederne nemlig opfylde et sæt uligheder, som ikke er opfyldt i den virkelige verden.

Bells uligheder

For at udlede et eksempel på en Bellulighed, forestiller vi os, at vi måler spinkomposanterne for hver af de to protoner langs tre forskellige akser. Lad $\vec{a}$, $\vec{b}$ og $\vec{c}$ være tre forskellige enhedsvektorer, således at vi kan vælge mellem de tre retninger, når vi måler en spinkomposant for den ene eller den anden proton. Ifølge en lokalrealistisk teori må hver proton have tre huskesedler med sig fra kollisionen, nemlig tre skjulte variable a, b, c .

Hvis vi vælger samme retning for begge protoner, så måler vi altid, at de har modsat spin, uanset om aksen er $\vec{a}$, $\vec{b}$ eller $\vec{c}$. Hvis fx proton 1 har $a_1 = +$, så må proton 2 have $a_2 = -$. For de tre akser findes der otte muligheder for værdierne af de skjulte variable. Hvis fx proton 1 er af typen $abc = + - -$, så må proton 2 være af typen $abc = - + +$.

Lad P betegne en sandsynlighed. Antikorrelationen betyder, at vi altid har $a_1 = -a_2$, $b_1 = -b_2$ og $c_1 = -c_2$, altså er

$$P(a_1 = a_2) = P(b_1 = b_2) = P(c_1 = c_2) = 0. \quad (4)$$

Men vi er ikke nødt til at måle begge protoners spin langs samme akse.

Vi kan fx måle spinnene for proton 1 langs $\vec{a}$, samtidig med, at vi måler spinnene for proton 2 langs $\vec{b}$. Sandsynligheden $P(a_1 = b_2)$ for at de skjulte variable a_1 og b_2 har samme værdi, må variere på en eller anden måde med retningerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$, og siden fysikken er rotationsinvariant, må den være en funktion af vinklen θ_{ab} mellem $\vec{a}$ og $\vec{b}$. I grænsetilfældet $\theta_{ab} = 0$, som betyder at $\vec{a} = \vec{b}$, er spinnene fuldstændig antikorrelerede, det vil sige at

$$P(a_1 = b_2) = P(b_1 = a_2) = 0. \quad (5)$$

Den andre yderlighed er at $\theta_{ab} = \pi$, hvilket betyder at $\vec{b} = -\vec{a}$. At måle spinkomposanten langs $-\vec{a}$ er det samme som at måle langs $\vec{a}$, blot vil vi få det modsatte resultat. Måler vi den ene proton langs $\vec{a}$ og den anden langs $\vec{b} = -\vec{a}$, vil vi altid få samme resultat, og i så fald er

$$P(a_1 = b_2) = P(b_1 = a_2) = 1. \quad (6)$$

For en vinkel mellem 0 og π må sandsynlighederne ligge mellem 0 og 1. Kvantemekanikken siger, at de afhænger af vinklen ifølge formelen

$$P(a_1 = b_2) = P(b_1 = a_2) = \sin^2\left(\frac{\theta_{ab}}{2}\right). \quad (7)$$

Tilsvarende formler gælder for de andre to kombinationer af akser, ac og bc .

Bell viste, at i en lokalrealistisk teori findes der uligheder, som disse sandsynligheder må opfylde, men

som ikke altid opfyldes af de kvantemekaniske sandsynligheder. Et eksempel på en sådan Bellulighed er:

$$P(a_1 = b_2) + P(a_1 = c_2) + P(b_1 = c_2) \leq 2. \quad (8)$$

Den udtaler sig om hvad der sker i tre forskellige situationer. I det første tilfælde måler vi proton 1 langs $\vec{a}$ og proton 2 langs $\vec{b}$. I det andet tilfælde måler vi proton 1 langs $\vec{a}$ og proton 2 langs $\vec{c}$. I tredje tilfælde måler vi proton 1 langs $\vec{b}$ og proton 2 langs $\vec{c}$. Det er vigtigt at understrege, at vi taler om tre forskellige eksperimenter, som ikke kan udføres samtidigt. Vi må først udføre det ene eksperimentet, fx tusinde gange, derefter det andet og så det tredje.

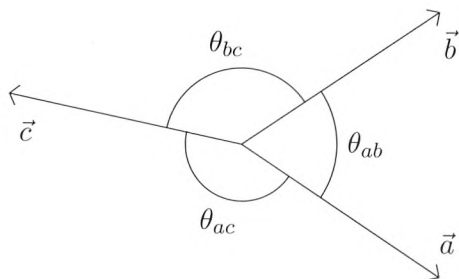
Beviset for uligheden er enkelt. Det er bare at opskrive alle de otte muligheder for de skjulte variable abc for de to protoner. Vi ser af tabellen nedenfor, at summen på venstre side i ligning (8) aldrig bliver større end 2, uanset hvor ofte eller sjældent hver af de otte muligheder optræder.

Eksempel og modeksempel

Belluligheden (8) må være opfyldt i den enkle lokal-realistiske teori, vi har konstrueret, hvor sandsynlighederne er givet ved ligning (3). I dette tilfælde er betingelsen, at

$$\theta_{ab} + \theta_{ac} + \theta_{bc} \leq 2\pi, \quad (9)$$

og den er ganske rigtig altid opfyldt. Såfremt de tre enhedsvektorer $\vec{a}$, $\vec{b}$ og $\vec{c}$ ligger i samme plan som på figur 1, så er denne ulighed faktisk opfyldt som en lighed. Men denne teori var ikke ment som andet end et illustrationseksempel, og vi ved, at den ikke stemmer med eksperimentet.



Figur 2. Tre enhedsvektorer i et plan.

Det interessante er nu at konfrontere uligheden (8) med kvantemekanikken, og til syvende og sidst med

Proton 1	Proton 2	$P(a_1 = b_2)$	$P(a_1 = c_2)$	$P(b_1 = c_2)$	Sum
+++	---	0	0	0	0
++-	--+	0	1	1	2
+ - +	- + -	1	0	1	2
+ - -	- + +	1	1	0	2
- ++	+ --	1	1	0	2
- + -	+ - +	1	0	1	2
- - +	+ + -	0	1	1	2
- - -	+ + +	0	0	0	0

Beviset for Belluligheden (8). Alle otte mulige sæt af værdier for de skjulte variable abc for begge protoner.

eksperimentet. Det er muligt, fordi hver af de tre sandsynligheder er direkte målbare. Den teoretiske formel i ligning (7) indsat i (8) giver uligheden

$$\sin^2\left(\frac{\theta_{ab}}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\theta_{ac}}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\theta_{bc}}{2}\right) \leq 2. \quad (10)$$

Når vi bruger den trigonometriske identitet

$$2 \sin^2\left(\frac{\theta_{ab}}{2}\right) = 1 - \cos \theta_{ab} = 1 - \vec{a} \cdot \vec{b}, \quad (11)$$

kan vi skrive den samme ulighed således:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} \geq -1. \quad (12)$$

Eftersom

$$(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = 3 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}), \quad (13)$$

kan vi også skrive den således:

$$(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 \geq 1. \quad (14)$$

Uligheden (14) er ækvivalent med uligheden (10). De afhænger af, hvordan vi vælger enhedsvektorerne $\vec{a}$, $\vec{b}$ og $\vec{c}$, og der er mange valg, som opfylder ulighederne. Hvis vi fx vælger $\vec{a} = \vec{b} = \vec{c}$, hvilket vil sige at $\theta_{ab} = \theta_{ac} = \theta_{bc} = 0$, så er

$$(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = (3\vec{a})^2 = 9, \quad (15)$$

og som bekendt er $9 \geq 1$. Videre ser vi, at uligheden er opfyldt som en lighed,

$$(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = 1, \quad (16)$$

såfremt enten $\vec{a} + \vec{b} = 0$, $\vec{a} + \vec{c} = 0$ eller $\vec{b} + \vec{c} = 0$. Altså såfremt vi vælger to af de tre akser til at have modsatte retninger.

Det maksimale brud på Belluligheden får vi, når $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, hvilket betyder, at de tre enhedsvektorer $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ ligger i et plan, som på figur 2, med tre lige store vinkler,

$$\theta_{ab} = \theta_{ac} = \theta_{bc} = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ. \quad (17)$$

Ulighederne (14) og (10) opstiller således de to umulige krav, at $0 \geq 1$ og at

$$\frac{9}{4} \leq 2. \quad (18)$$

Kvantemekanisk sammenfiltrering – hvad gik galt?

Når Belluligheden så tydeligt er i konflikt med eksperimentet, må vi spørge hvor det gik galt i udledningen af den?

Lokalitet

Vi gjorde to helt centrale antagelser. Den ene antagelse var, at fysikken skal være lokal. Den er nødvendig, for hvis vi tillader os at lave ikke-lokale teorier, er alt tilladt. Princippet om lokalitet er en del af fundamentet for alle accepterede fysiske teorier. Forkaster vi det, har vi behov for at erstatte det med noget andet, og vi ved ikke rigtig hvad.

Det stærkeste argument for at fastholde antagelsen om lokalitet må være, at vi ikke kender nogen metode til at sende signaler med overlyshastigheder. I en ikke-lokal teori er der ingen særlig grund til, at et signal ikke kan transmitteres øjeblikkeligt med uendelig hastighed. I en lokal teori derimod skal et signal fra et sted A til et andet sted B forplante sig kontinuerligt langs en sammenhængende række af steder hele vejen fra A til B. Når vi tænder en kontakt, og får lys i en pære, så overføres energien gennem et kabel fra kraftværket til elpæren. Ved hvert punkt, hvor signalet passerer, kan det maksimalt bevæge sig med lyshastigheden, og dermed kan gennemsnitshastigheden fra A til B ikke være større end lyshastigheden.

Realisme

Den anden centrale antagelse vedrører det store spørgsmål, som Einstein og Bohr diskuterede, om det giver mening at tale om værdien af en fysisk observabel, som vi ikke allerede har målt. Ifølge kvantemekanikken kan vi ikke måle mere end én spinkomposant af en proton, hver gang vi forbereder en proton i en spintilstand. Når vi har udført målingen, har vi ødelagt spintilstanden, og vi kan ikke længere måle på den oprindelige tilstand.

For proton 1 kan vi måle en af spinkomposanterne a_1 , b_1 eller c_1 , men heller ikke mere end én. Og tilsvarende for proton 2. Vi foretager derfor den tvivlsomme antagelse, at alle tre variable a_1 , b_1 og c_1 har veldefinerede værdier på samme tid, selvom vi faktisk kun kan måle en af de tre værdier. På samme måde antager vi, at a_2 , b_2 og c_2 alle har veldefinerede værdier på samme tid.

Hvis vi måler værdien af a_1 , så er det et faktisk måleresultat. Men så antager vi, at der samtidig er veldefinerede værdier for b_1 og c_1 , som ikke er egentlige måleresultater, men som er de værdier, vi ville have målt, hvis vi havde målt dem i stedet for a_1 . Vi antager, at alle værdierne af $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ er bestemt før vi måler og ikke ændrer sig afhængigt af hvilke spinkomposanter af de to protoner vi faktisk vælger at måle.

Dermed tager vi et langt skridt over den grænse, som Bohr og Heisenberg vil forbyde os at krydse. Når vi

kombinerer de to antagelser om lokalitet og realisme, så er Bells ulighed en logisk konsekvens, som modbevises af eksperimentet. Så hvad kan vi lære af det?

Et kort resume

Hvis vi følger Einstein, Podolsky og Rosen, som argumenterede for en realistisk teori, så kan den ikke være lokal. På den anden side, hvis vi udelukker lokal realisme, altså teorier med lokale skjulte variable, så har vi et problem med at forklare de observerede antikorrelationer uden at postulere en kommunikationsform, der i mange tilfælde nødvendigvis må foregå ved overlyshastigheder. En spøgelsesagtig fjerneffekt med Einsteins ord.

Dermed kommer vi ikke uden om erkendelsen af, at kvantemekanikken faktisk er ikke-lokal på en eller anden måde. Men præcis hvordan? Til dato har ingen opfundet nogen eksperimentel procedure, der udnytter de kvantemekaniske korrelationer til at transmittere information ved overlyshastigheder. Det ser ud til, at kvantemekanikken er lidt ikke-lokal, men ikke så meget, at den giver os mulighed for at sende signaler med overlyshastigheder.

I Bells eksperiment med de to kolliderende protoner ved vi, at bølgefunktionen opfylder Schrödinger-ligningen, som er en differentilligning og dermed lokal. Det gælder derfor også for tidsudviklingen af bølgefunktionen fra det tidspunkt, hvor protonerne kolliderer, til de observeres i de to detektorer. Det er altså ikke her, at vi finder oprindelsen til ikke-lokalitet.

Schrödinger-ligningen er imidlertid ikke den eneste form for tidsudvikling af bølgefunktionen ifølge standard kvantemekanik. Når vi måler position og spin af de to protoner, ændrer det deres tilstand. Efter målingen kender vi både position og spin af begge protoner, og så skal vi beskrive tilstanden med en helt ny bølgefunktion. Vi siger, at bølgefunktionen kollapser, når vi måler, og kollapset er en øjeblikkelig og ikke-lokal proces.

Spørgsmålet er så, om et kollaps af bølgefunktionen ændrer selve tilstanden, eller om det blot ændrer vores viden om tilstanden. Hvis tilstanden ændrer sig som følge af målingen, ikke kun ét sted, men flere steder på én gang, så siger sund fornuft, at der er behov for transmission af et signal. Men hvis det eneste, der ændrer sig, er viden om tilstanden hos den person, der foretager målingen, er der ingen signaloverførsel nødvendig.

Det sidste er den situation, der altid gør sig gældende i klassisk fysik. I kvantemekanikken er situationen mere kompliceret, fordi to delsystemer kan korreleres på så mange forskellige måder. Vi observerer forskellige sammenhænge alt efter hvilke målinger, vi foretager. Problemet er, at forskellige observable kan være uforenelige, så en måling af den ene ødelægger målingen af den anden. For eksempel er spinkomposanter for en partikel langs forskellige akser inkompatible observable. Og alligevel er spinkomposanterne af de to protoner i Bells eksperiment, målt langs den samme akse, altid antikorrelerede uafhængigt af akserne.

Sammenfiltrering

Erwin Schrödinger navngav fænomenet i 1935 i en berømt artikel [4]. Han kaldte det på tysk Verschränkung, som er oversat til entanglement på engelsk og sammenfiltrering på dansk.

Information måles i *bit*, og en bit i en computer kan tage to værdier, 0 eller 1. Den kvantemekaniske version af en bit kaldes en *qubit*. En qubit kan have en værdi på 0 eller 1, men den kan også være i en tilstand, der er en superposition på 0 og 1. En klassisk bit er en diskret variabel, mens tilstanden af en qubit kan variere kontinuerligt.

Spinnet af en partikel med spin $1/2$, såsom en proton, er en fysisk repræsentation af en qubit, da spin målt langs en vilkårlig akse kan have to forskellige værdier. En vilkårlig spintilstand for en proton er sådan, at spinnet peger langs en specifik enhedsvektor $\vec{n}$ i det tredimensionelle rum. Vektoren $\vec{n}$ er en kontinuert variabel, der entydigt definerer spintilstanden, idet vi i denne tilstand altid finder værdien $+\hbar/2$, når vi måler spinkomponenten langs $\vec{n}$.

Sammenfiltrering kan også måles og klassificeres i forskellige typer. Spintilstanden af de to protoner i Bells eksperiment, som vi har diskuteret her, er et eksempel på en maksimal sammenfiltret tilstand på to qubits. Der er mange modes af to maksimalt sammenfildrede qubits, og de kaldes generelt for *Bell modes*. Med to qubits er der kun én type sammenfiltrering. Med tre eller flere qubits bliver situationen hurtigt meget mere kompliceret [8, 9].

Uligheder af Bells type involverer altid et sandsynlighedselement, hvilket kan gøre eksperimenterne lidt mindre overbevisende. Det kan altid indvendes, at vi har held eller uheld, hvis Bells uligheder er opfyldte eller ikke opfyldte. Med tre qubits er det muligt at lave et mere overbevisende eksperiment, hvor sandsynligheden er enten 0 eller 100%, så vi ikke længere kan skyde skylden på held eller uheld [10].

En anden generalisering er, at vi kan studere sammenfiltrering mellem to eller flere systemer med mere end to niveauer. En anden komplikation er, at en kvantetilstand studeret i et laboratorium ofte ikke er en ren tilstand, som er den eneste type, vi lærer om i de fleste lærebøger, men det kan være en statistisk fordeling af rene tilstande. I sådan en blandet tilstand blandes klassisk og kvantemekanisk sandsynlighed sammen på en ikke-triviell måde. Det generelle matematiske problem med at bestemme, om en blandet tilstand er sammenfiltret eller ej, har vist sig at være yderst ikke-triviell [11].

Efterhånden har fysikerne lært at se kvantemekanisk sammenfiltrering som mere end et kuriosum. Det er en fysisk ressource, ligesom energi og entropi er ressourcer. Hvis vi har en sammenfiltret kvantemekanisk tilstand, kan vi bruge den til at løse problemer, som vi absolut ikke kan løse ved hjælp af klassisk fysik eller med kvantemekanik uden sammenfiltrering.

For eksempel kan vi bruge sammenfiltrering til at overføre information på måder, der er umulige i klassisk fysik. Et eksempel er, når to personer sidder med deres egen qubit af et par, der er sammenfiltret i en Belltilstand. Så kan den ene overføre to bits information

til den anden kodet ind i sin qubit [12]. Denne metode kaldes tæt kodning. Bemærk at modtageren har brug for begge qubits for at kunne afkode to bits information, og det lyder måske ret normalt. Det specielle er dog, at de to parter kan udveksle den ene qubit, før nogen af dem kender indholdet i den besked, der skal transmitteres. De kan også modtage hver deres qubit fra en tredjepart, som heller ikke kender indholdet i beskeden.

I denne kommunikationsprotokol er det stadig fysiske objekter, såsom fotoner, der fører informationen med sig, og det sikrer, at lysets hastighed er en øvre grænse for signalets hastighed.

Eksperiment

I sidste ende er det et eksperimentelt spørgsmål om den teoretiske formel (7), som i nogle tilfælde bryder med Belluligheden (8), er korrekt. Det er værd at huske på, at den kvantemekaniske teori, der bruges til at udlede denne formel, er den samme som den, der er verificeret i utallige andre eksperimenter, der ikke adskiller sig fra dette eksperiment på nogen principiel måde.

Hvis de eksperimentelt målte korrelationer skulle vise sig at afvige så meget fra formlen (7), at Bells uligheder er opfyldt, så ville hele konstruktionen af fysiske teorier kollapse, så vi måtte starte forfra. Det er ikke sket, hvis ellers nogen havde frygtet eller håbet, at det ville ske. Eksperimenterne har således ikke rystet kvantemekanikken, og det kommer næppe bag på nogen.

De første eksperimenter blev sammenfattet i 1978 af Clauser og Shimony [13]. De fleste eksperimenter udføres med fotoner i stedet for protoner, fordi måling af en fotons spin er det samme som at måle polarisationen, og det er meget nemmere end at måle en protons spin. De mest berømte eksperimenter blev udført af Alain Aspect og hans samarbejdspartnere i 1982 [14]. De brugte polarisatorer, der skiftede tilfældigt mellem polarisationsretningerne og så hurtigt, at hypotetiske signaler udvekslet mellem de to polarisatorer skulle transmitteres med overlyshastigheder. Reference [15] er et nyere eksperiment fra 2015, som bruger elektronspin.

Litteratur

- [1] J. Myrheim (2021) Kvantemekanisk sammenfiltrering - baggrund, *Kvant*, bind **32**, nr. 3, side 23.
- [2] J.S. Bell (1964) On the Einstein Podolsky Rosen Paradox, *Physics*, bind **1**, side 195.
- [3] J.S. Bell (1981) Bertlmann's Socks and the Nature of Reality, *Journal de Physique Colloques*, bind **42** (C2), side C2-41–C2-62.
- [4] E. Schrödinger (1935) Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik, *Die Naturwissenschaften*, bind **23**, side 807, 823 og 844.
Engelsk oversættelse (1980): *Proceedings of the American Philosophical Society*, bind **124**, side 323.
- [5] J. Myrheim (2019) Kvantemekanisk sammenfiltrering: Del II Bells ulikheder, *Fra Fysikkens Verden*, bind **81**, nr. 2, side 38.
- [6] J.M. Leinaas (1989) EPR-paradokset, Bells teorem og Aspects forsøk, *Fra Fysikkens Verden*, bind **51**, nr. 2, side 36.
- [7] A.I. Vistnes (2008) Sammenfildrede fotoner og erkjennelsesmessige konsekvenser, *Fra Fysikkens Verden*, bind **70**, nr. 3, side 75.

- [8] W. Dür, G. Vidal og J.I. Cirac (2000) Three qubits can be entangled in two inequivalent ways, *Physical Review A*, bind **62**, side 062314.
- [9] F. Verstraete, J. Dehaene, B. De Moor og H. Verschelde (2002) Four qubits can be entangled in nine different ways, *Physical Review A*, bind **65**, side 052112 (2002).
- [10] N.D. Mermin (1990) Quantum mysteries revisited, *American Journal of Physics*, bind **58**, side 731, samt N.D. Mermin (1990) What's wrong with these elements of reality?, *Physics Today*, bind **43**, side 9 (juni 1990).
- [11] L. Gurvits (2004) Classical complexity and quantum entanglement, *Journal of Computer and System Sciences*, bind **69**, side 448.
- [12] C.H. Bennett og S.J. Wiesner (1992) Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states, *Physical Review Letters*, bind **69**, side 2881.
- [13] J.F. Clauser og A. Shimony (1978) Bell's theorem: experimental tests and implications, *Reports on Progress in Physics*, bind **41**, side 1881.
- [14] A. Aspect, J. Dalibard og G. Roger (1982) Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers, *Physical Review Letters*, bind **49**, side 1804.
- [15] B. Hensen m.fl. (2015) Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres, *Nature*, bind **526**, side 682.



Jan Myrheim er professor i fysik ved Norges Teknisk-Naturvidenskabelige Universitet (NTNU) i Trondheim. Han har været ansat ved Universitetet i Oslo og har været stipendiat ved Niels Bohr Institutet (1978–1981) og NORDITA (1981–1983). Siden 1985 har han arbejdet på NTNU.

Kvant-nyheder

Christine Pepke Gunnarsson, *Kvant*

Nobelprisen i fysik 2021

KOMPLEKSE SYSTEMER. Nobelprisen deles igen i år mellem tre forskere, som har forsket i komplekse systemer. Syukuro Manabe fra Princeton Universitetet i USA og Klaus Hasselmann fra Max Planck-Institutet for Meteorologi i Tyskland deler halvdelen, mens Giorgio Parisi fra Roms Sapienza Universitet modtager den anden halvdel.

Nobelprismodtagerne har beskrevet kaotiske systemer, karakteriseret af tilfældigheder og uorden, og forudsagt deres langtidsadfærd. Manabe og Hasselmann har grundlagt vores nuværende viden om Jordens klima og hvordan mennesker påvirker det. Manabe modtager prisen for hans bidrag til vores forståelse af komplekse fysiske systemer og Hasselmann for hans fysiske modellering af Jordens klima og for at forudsige global opvarmning. Parisi modtager prisen for opdagelsen af sammenspillet mellem uorden og fluktuationer i komplekse fysiske systemer, en model der kan bruges fra atomar til planetar skala.

Manabe udviklede i 1960'erne modeller for Jordens klima og han var den første, der udarbejdede en model for energistrømmene gennem atmosfæren, som inkluderede luftmassernes opadgående bevægelser og vandets kredsløb. Manabe demonstrerede desuden, hvordan en fordobling af mængden af CO₂ i atmosfæren fører til en temperaturstigning på 2 grader på Jordens overflade. Gennemsnitstemperaturens reaktion på udledning af CO₂ introducerede Manabe som klimasensitiviteten. Manabe viste, at man kan beregne klimasensitiviteten ved at simulere fortidens klima og se på, hvordan det har ændret sig. Senere forbedrede han modellen ved at inddrage flere faktorer, hvilket ændre-

de klimasensitiviteten til 3 grader. Manabes forskning grundlagde de klimamodeller, som vi bruger i dag.

Omkring 10 år efter udviklede Hasselmann en model, som forbinder vejr og klima, og forklarer, hvorfor klimamodeller kan være troværdige, mens vejret kan virke kaotisk og uforudsigeligt. Vejret er bl.a. påvirket af solstrålingen, som er ujævnt fordelt over Jorden både geografisk og tidsmæssigt. Desuden er Jorden rund og drejer om en tiltet akse, hvilket komplicerer vejrforudsigelser. Vejret er beskrevet af kaosteori (tænk bare på sommerfugleeffekten). Hasselmanns metode gjorde det muligt at forudsige langtidstendenser for klimaet ved at behandle fluktuationer i det daglige, kaotiske vejr som støj. Hasselmann udviklede desuden metoder til at identificere særlige aftryk som både nogle naturlige (fx solstråling og vulkanudbrud) og menneskeskabte fænomener (fx drivhusgasser) sætter på klimaet. Hans metoder er brugt til at bevise at de øgede temperaturer i atmosfæren bl.a. er pga. menneskets udledning af CO₂.

Omkring år 1980 opdagede Parisi gemte mønstre i uordnede komplekse materialer. Parisi udviklede en model, der kunne forklare hvordan atomer i en type materialer, kaldet spinglasser, orienterer deres spin. I en spinglas er atomer med spin tilfældigt blandet i et gitter af andre atomer. Hvert atom er en magnet med et spin, men atomerne er påvirket af alle magneterne omkring dem og ved ikke hvilken retning, de skal befinde sig i. I en normal magnet peger alle spin i samme retning, men i en spinglas er de frustrerede, og de peger i forskellige retninger.

Parisi demonstrerede, hvordan han med et matematisk trick kunne løse spinglas-problemet. Parisi udviklede fra studierne af spinglasser en teori for uordnede og