

Magnetiske monopoler i spin is

Bernhard Lind Schistad, Midtbyens Gymnasium, Mercantec

I klassisk elektromagnetisme findes der ingen magnetisk ladning. Dette udtrykkes i Maxwells ligninger ved at magnetfeltet er divergensfrit. Derfor har alle magneter to poler; der findes ikke magnetiske monopoler. Men i 1931 opdagede Paul A.M. Dirac, at Maxwells ligninger kunne gives en meget smuk symmetrisk form, hvis han introducerede begrebet magnetisk ladning. Ovenikøbet ville dette forklare, hvorfor elektrisk ladning er kvantiseret. Der findes også kosmologiske argumenter for eksistensen af magnetiske monopoler. Men hidtil har ingen observeret en magnetisk monopol og den har været henvist til fysikkens raritetskabinet som "Fysikkens enhjørning". Men for nylig har man observeret monopollignende strukturer i en magnetisk substans som kaldes spin is. Dette er ikke helt det samme som Diracs monopoler, men de opfører sig som magneter med kun en pol.

I klassisk elektromagnetisme findes der ingen magnetisk ladning. Alle magnetiske feltlinjer er lukkede kurver uden en begyndelse eller slutning. Matematisk er dette udtrykt i Gauss' lov for magnetisme, som er en af de fire Maxwell-ligninger:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1)$$

(hvor \mathbf{B} er den magnetiske flukstæthed).

Det elektriske felt derimod udgår altid fra en elektrisk ladning, hvoraf der findes to slags (+ og -). Den tilsvarende ligning for det elektriske felt er:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\epsilon_0} \quad (2)$$

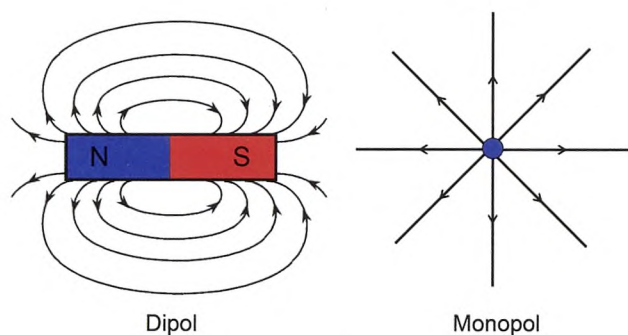
(hvor \mathbf{E} er den elektriske feltstyrke, ρ_e er den elektriske ladningstæthed og ϵ_0 er permitiviteten for vakuum).

Hvis der derimod fandtes magnetisk ladning, ville feltet udgå radiale fra den magnetiske ladning, hvoraf der måtte findes to slags (nordpol og sydpol). I så fald ville Gauss' lov for magnetisme blive fuldstændig analog med den elektriske:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \mu_0 \rho_m \quad (3)$$

(hvor ρ_m er den magnetiske ladningstæthed og μ_0 er permeabiliteten for vakuum).

En sådan magnetisk ladning hvorfra magnetfeltet udgår radiale kaldes en magnetisk monopol. Magnetfeltet fra en magnetisk dipol og monopol er vist på figur 1.



Figur 1. Feltet fra en magnetisk dipol og monopol.

Den tredje af Maxwells ligninger (Faradays lov) kan også formuleres til at tage højde for magnetisk ladning:

$$-\nabla \times \mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{J}_m \quad (4)$$

(hvor \mathbf{J}_m er den magnetiske strøm).

Den fjerde Maxwell ligning (Ampères lov) påvirkes ikke af magnetisk ladning:

$$-\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{J}_e \quad (5)$$

(hvor \mathbf{J}_e er den elektriske strøm).

Vi ser, at hvis der findes magnetisk ladning (magnetiske monopoler), så bliver Maxwells ligninger smukt symmetriske mellem det elektriske og det magnetiske felt.

Kvantisering af ladning

I 1931 gik det op for den engelske fysiker Paul A.M. Dirac, at der er en sammenhæng mellem Maxwells ligninger og kvantisering af elektrisk ladning under forudsætning af, at der findes magnetiske monopoler [1].

Dirac spekulerede over, hvorfor den elektriske ladning vi finder i naturen altid er et helt multiplum af en elementærladning. Han opdagede, at hvis der findes magnetiske monopoler må den elektriske ladning være kvantiseret. Faktisk er det nok, hvis der findes en enkelt monopol i hele universet. Dirac kunne vise, at hvis den magnetiske monopol har magnetisk ladning q_m , må den elektriske ladning q_e opfylde betingelsen:

$$q_e q_m = \frac{n \hbar c}{2}, \quad (6)$$

hvor n er et heltal og \hbar er Plancks konstant. I SI-systemet ville enheden for magnetisk ladning være Am (Ampere meter).

Vi kan udlede denne formel på en lidt simplere måde end Dirac selv gjorde ved at anvende kvantisering af impulsmomentet. Vi vil betragte et system bestående af en stationær elektrisk ladning q_e og en stationær magnetisk ladning q_m separeret af en endelig afstand (en såkaldt Thomsondipol). Ifølge klassisk elektromagnetisk teori

har dette system en elektromagnetisk impulsmomentdensitet givet ved Poyntings vektor:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}. \quad (7)$$

Når vi integrerer op over rummet, giver dette et totalt elektromagnetisk impulsmoment for vores system på:

$$L = \frac{q_e q_m}{c}. \quad (8)$$

Men ifølge kvantemekanikken er impulsmoment kvantiseret således at:

$$L = n \frac{\hbar}{2}. \quad (9)$$

Derfor må

$$\frac{q_e q_m}{c} = n \frac{\hbar}{2}. \quad (10)$$

Dette giver Diracs kvantiseringens betingelse for elektrisk ladning:

$$q_e q_m = \frac{n \hbar c}{2}. \quad (11)$$

Det er altså nok, hvis der findes en magnetisk monopol i universet, så må elektrisk ladning være kvantiseret.

Siden Diracs forudsigelse har man ledt efter en elementarpartikel, som er en magnetisk monopol. I princippet er en sådan partikel nem at detektere. Hvis en almindelig dipolmagnet løber igennem en spole, vil den ikke inducere nogen nettostrøm. Strømmen vil løbe den ene vej, når magneten nærmer sig, og den modsatte vej, når den fjerner sig. En magnetisk monopol, derimod vil give en nettostrøm i spolen. Hvis spolen er superledende, vil selv en enkelt magnetisk monopol kunne starte en vedvarende strøm. Man har søgt efter monopoler både i kosmisk stråling og ved acceleratorforsøg. Men hidtil har al søgen været forgæves. Rigtignok har mange forskergrupper rapporteret, at de har detekteret en magnetisk monopol, men hver gang har det vist sig, at observationerne har kunnet forklares med mindre eksotiske fænomener. Vi kan derfor betragte magnetiske monopoler som fysikkens enhjørning:

Den eksisterer i mytologien, men ingen har set den.

Magnetiske monopoler i kosmologien

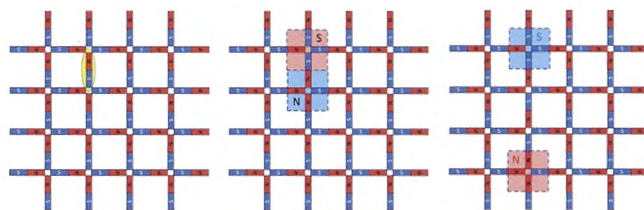
I kosmologien kan manglende observation af monopoler udgøre et problem. I flere teorier, for eksempel GUT (Grand Unified Theories, hvor den stærke vekselvirkning forenes med den elektromagnetiske og svage vekselvirkning ved ekstremt høje energier), vil der produceres et stort antal monopoler i det meget tidlige og ekstremt varme univers [2]. Disse monopoler skulle være meget stabile og ville have været en hovedbestanddel af det nuværende univers. Manglen på observationer i det nuværende univers medfører stærke restriktioner på densiteten af monopoler i det tidlige univers. Dette er medvirkende til, at disse teorier ikke er alment accepterede.

Tilhængere af disse eksotiske teorier argumenterer med, at densiteten af monopoler blev dramatisk reduceret i universets inflationsfase, hvor universet udvidede

sig med over 40 størrelsesordener. Dette har været anført som et "bevis" på, at inflationen virkelig har fundet sted. Men det er ikke et stærkt argument, at fraværet af hypotetiske partikler skyldes en hypotetisk fortynding ved en inflation, som vi ikke har nogen god teori for.

Inducerede monopoler

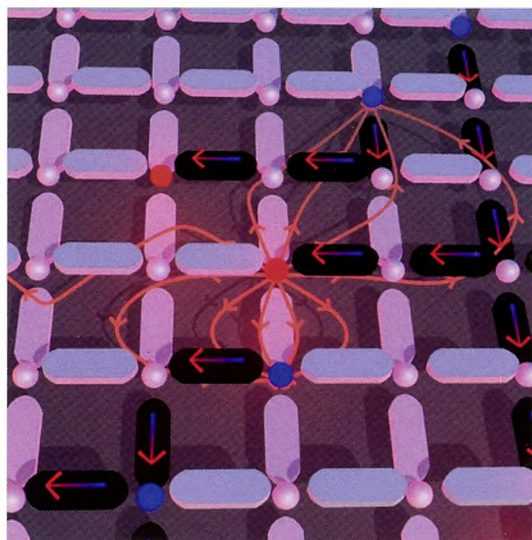
Selv om vi ikke kan skabe elementarpartikler, som er magnetiske monopoler, kan vi godt skabe noget, der opfører sig som monopoler. For at forklare princippet ser vi på et simpelt todimensionalt gitter af magneter. Vi kan forestille os, at de er normale stavmagneter (se figur 2). Dette system vil have den laveste energi, når der i hvert knudepunkt er to nordpoler og to sydpoler. I hvert knudepunkt er der et magnetfelt tæt på enden af stavmagneterne, men der stråler ikke noget magnetfelt ud i rummet fra knudepunktet.



Figur 2. Inducerede monopoler i magnetisk gitter.

Vi flipper nu en enkelt stavmagnet (markeret med gult i figuren til venstre). For at gøre dette skal vi tilføre en lille smule energi. Efter at magneten er vendt, har vi skabt to knudepunkter, som har overskud af henholdsvis nordpol N og sydpol S. De to knudepunkter er markeret i figuren i midten. Det ser ud til, at vi har skabt magnetisk ladning af type N og S i de to knudepunkter. Vi kan flytte en sådan magnetisk ladning uden at tilføre energi ved at flippe stavmagneten tilbage og i stedet flippe den næste magnet i gitteret (figuren til højre). Vi har nu flyttet den ene magnetiske ladning. Hvis vi bliver ved med at gøre det, har vi skabt en magnetisk strøm.

Hvis vi ser på magnetfeltet fra en sådan "magnetisk ladning" i tre dimensioner, ser vi at det ligner feltet fra en magnetisk monopol (figur 3).



Figur 3. Magnetfelt fra monopol-knudepunkt.

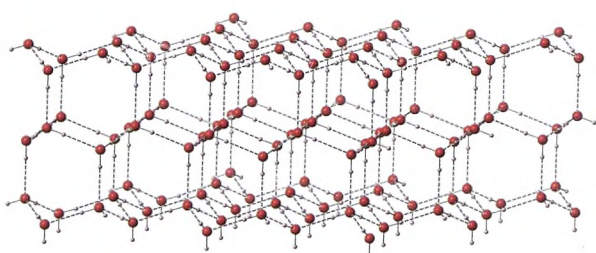
Ved at vende en enkelt stavmagnet i et sådant gitter har vi skabt et knudepunkt som opfører sig som en magnetisk monopol. Vi skal kun tilføre energi, når vi flipper den første magnet, men hvis vi kan koordinere at flippe magneterne parvis, kan vi flytte den magnetiske ladning og skabe en magnetisk strøm uden at tilføre yderligere energi.

Vi har skabt en magnetisk monopol i gitteret, men vi kan ikke få den ud af gitteret. Vi har derfor induceret en monopol, men ikke skabt nogen ny elementarpartikel.

Disse inducerede monopoler er ikke det samme som dem, Dirac foreslog i sin teori. Det er derfor ikke rumvæsenerens leg med stavmagneter som har medført, at elektrisk ladning er kvantificeret i universet.

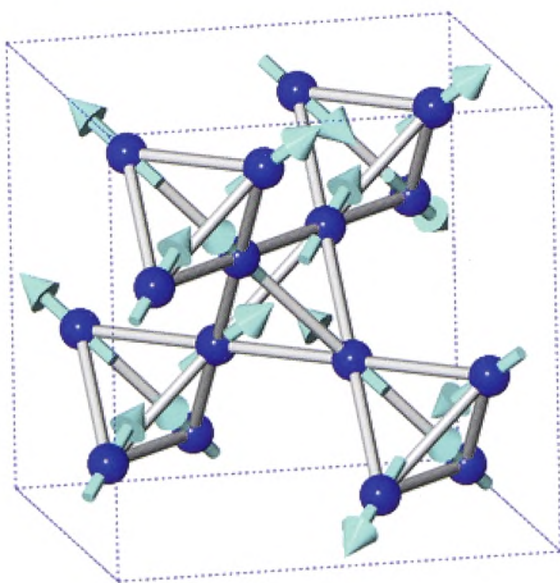
Spin is

I is sidder vandmolekylerne i et krystalgitter hvor iltatomerne danner hjørnerne i et tetraeder (figur 4).



Figur 4. Krystalgitter i vand.

For hvert iltatom er der fire nabobrintatomer, to er tæt på og tilhører samme molekyle, og to er længere væk, og tilhører nabomolekylet. Da antal kombinationer af "to nær, to fjern" stiger som en potensfunktion med størrelsen af krystallen, har is en høj grad af uorden (eller entropi), selv ved det absolutte nulpunkt.



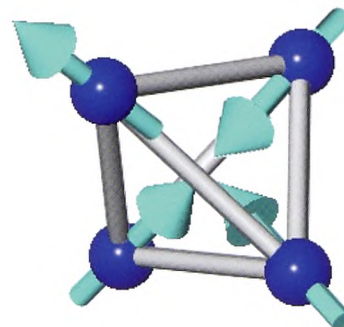
Figur 5. Orientering af spin tetraedre i spin is.

Spin is er materialer som består af regulære tetraedre af magnetiske ioner, som hver for sig har et magnetisk moment (forskellig fra nul), og som er forbundet

i hjørnerne. Dette magnetiske moment skyldes, at ionerne har elektrisk ladning samt et spin (som er den kvantemekaniske version af impulsmoment). Hvis disse ioner (og deres spin) tilfredsstiller en tilsvarende "to ind plus to ud"-regel som for is, kaldes en sådan krystal for spin is. Her er det altså tale om to ioner, hvis spin peger ind, mens de andre to har spin, som peger ud (figur 5).

Det mest populære materiale som kan danne spin is er Dysprosium-titanat $Dy_2Ti_2O_7$, som er et uorganisk keramisk materiale af titanat-familien. Dette materiale vil danne spin is ved temperaturer på ca. 2 K.

I spin is kan vi danne inducerede magnetiske monopoler, ligesom vi gjorde i gitteret af stavmagneter ved at vende spintilstanden på en enkelt ion i tetraederet [3]. Når vi flipper spin på en enkelt ion, får vi dannet to nabetetraedre med henholdsvis "3 ind 1 ud" (figur 6) og "1 ind 3 ud". Vi har nu skabt et par af inducerede magnetiske monopoler med modsat magnetisk ladning. Vi skal tilføre en lille smule energi for at opnå dette, til gengæld kan vi skabe en magnetisk strøm uden at tilføre yderligere energi ved at flippe spin parvis lige som for stavmagneterne [4].

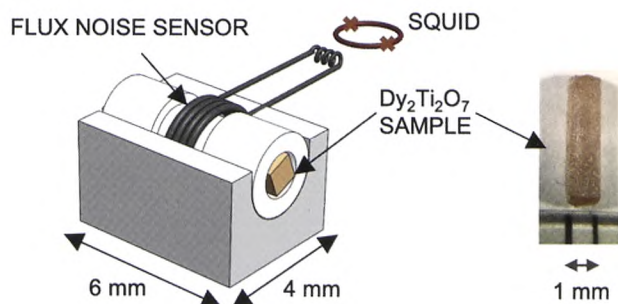


Figur 6. "3 ind 1 ud"-monopol.

Den første indirekte observation af magnetiske monopoler i spin is blev publiceret i 2008 [4]. Her blev der observeret mystiske faseovergange i spin is i et eksternt magnetfelt.

Direkte observation af monopoler

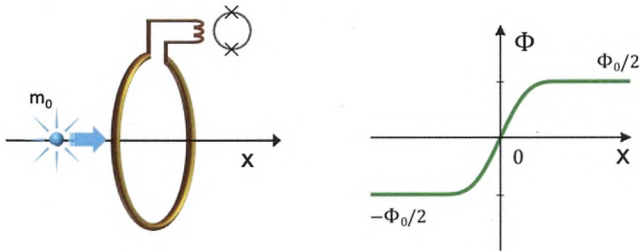
Som nævnt tidligere har magnetiske monopoler en karakteristisk signatur, når de passerer gennem en spole. Denne effekt er nu observeret direkte i et forsøg som anvender en SQUID (Superconducting Quantum Interference Device) detektor [5]. I dette forsøg blev der anvendt en opstilling som vist i figur 7.



Figur 7. Detektor til direkte påvisning af magnetiske monopoler.

En krystal af Dysprosium-titanat er anbragt inde i en spole. En eventuel magnetisk fluks i spolen kan detekteres med en SQUID-detektor (fra firmaet Quantum Design). En sådan detektor kan måle en ekstremt lav magnetisk flukstæthed ned til 10^{-14} T. Hele opstillingen er omsluttet af en magnetisk afskærmning mod ydre magnetfelter (ikke vist på figuren), og kan køles ned til 1 K.

Hvis en enkelt magnetisk monopol bevæger sig gennem detektoren, ville det give en fluks som vist på figur 8. Dette ville give et entydigt signal i detektoren. Desværre kan vi ikke regne med, at dette sker i praksis, da vi ikke kan skabe og manipulere monopoler enkeltvis.

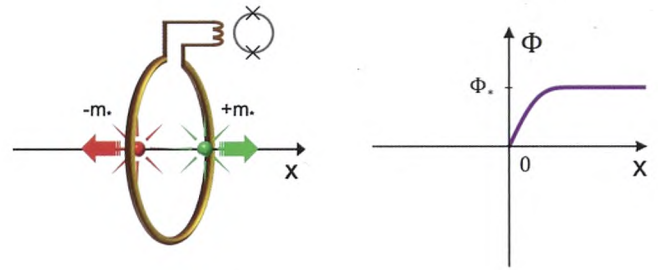


Figur 8. Magnetisk fluks fra enkelt monopol

Selv om man ikke kan skabe og manipulere monopoler enkeltvis, vil de opstå spontant ved kvantemekanisk tunnelling, når temperaturen er tilstrækkelig lav. Tilsvarende vil de bevæge sig ved spin flip i nabotetraedre. Vi skal huske, at monopoler altid dannes i par, men dette

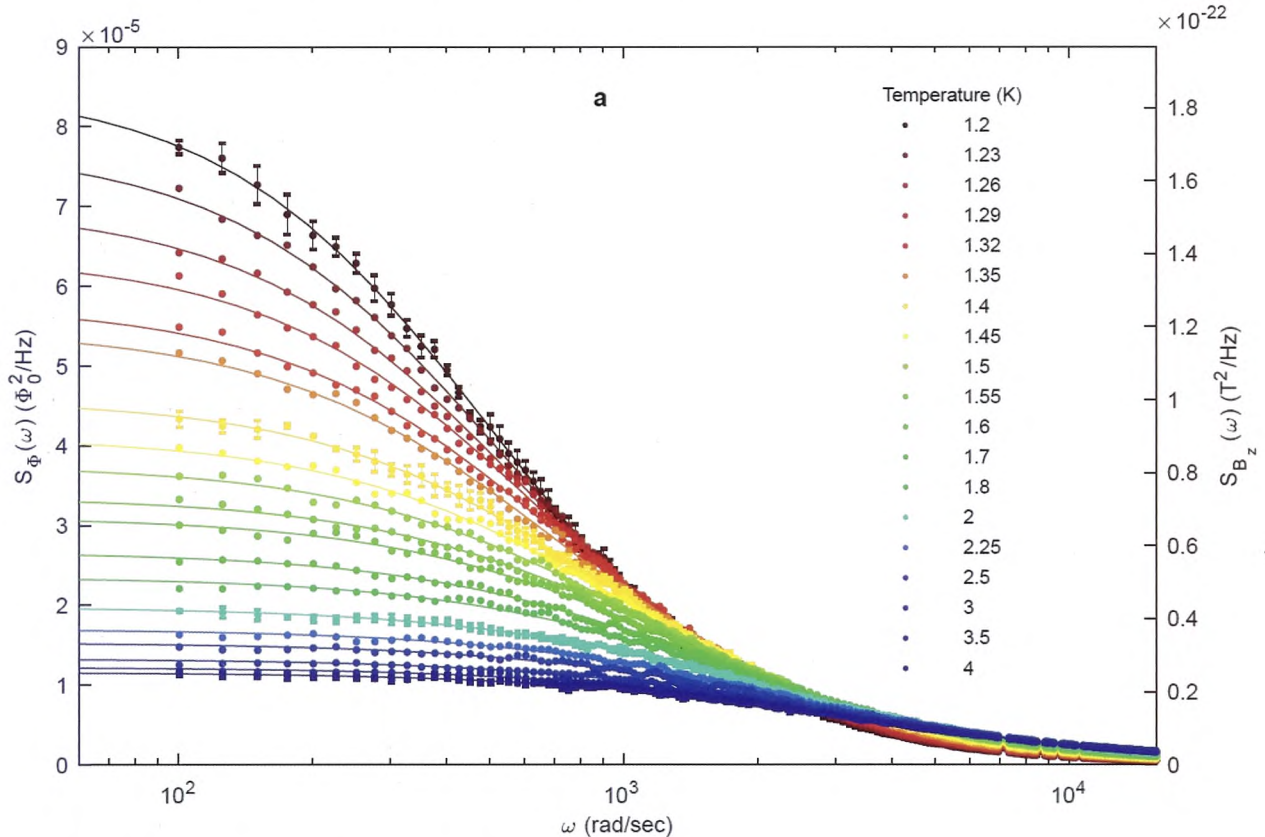
vil også give et magnetisk signal, hvis de bevæger sig bort fra hinanden figur 9.

Netto effekten af de magnetiske monopoler, som opstår spontant ved kvantemekanisk spin flip, vil være et støjsignal fra SQUID-detektoren. Det er lidt som at prøve at optage lyden af en regndråbe, men få lyden af et kraftig regnvejr. Dette støjsignal vil have et frekvensspektrum, som afviger fra spektret uden monopoler.



Figur 9. Magnetisk fluks fra monopolpar som bevæger sig fra hinanden.

Når temperaturen i spin is er tilstrækkelig lav, vil der hele tiden dannes par af magnetiske monopoler. De vil eksistere en karakteristisk tid $\tau(T)$ (Generations-Rekombinations tid) af størrelsesorden nogle millisekunder. Denne GR-tid vil være temperaturafhængig. Processen vil skabe en støj af magnetisk fluks som kan detekteres af SQUID-detektoren.



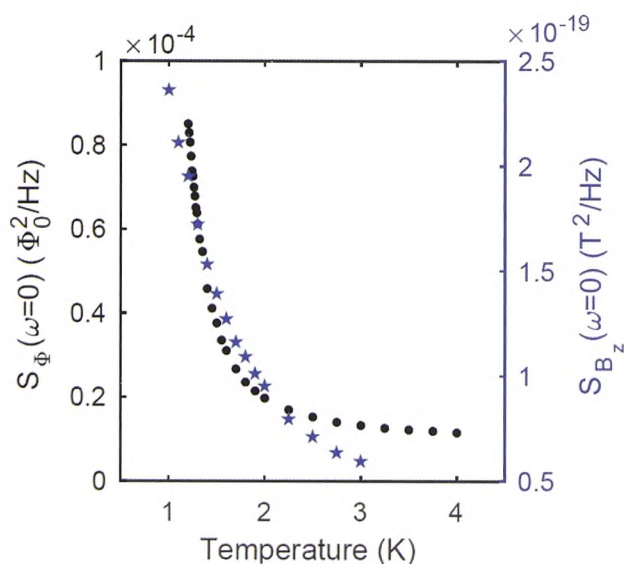
Figur 10. Magnetisk støj som funktion af frekvens og temperatur.

Teoretiske beregninger har vist, at hvis vi erstatter krystallen inde i spolen med en paramagnet (hvor vi kan inducere normale magnetiske dipoler, men ikke monopoler), vil detektoren registrere rød støj (støj med overvægt af lave frekvenser). Men hvis der er en krystal, som danner monopoler (som Dysprosium titanat), vil vi få lyserød støj. Støjen bliver mere pink (højere indhold af høje frekvenser), når temperaturen stiger.

Forsøget viste, at fluksstøjen og dens temperaturafhængighed nøjagtigt følger de teoretiske beregninger for dannelse af magnetiske monopoler [6]. Ovenikøbet ligger frekvensspektret af støjen i det hørbare område (på grund af GR-tiden på nogle millisekunder). Dette gør, at man kan høre den karakteristiske lyserøde støj fra monopolerne og forskellen fra støjen fra paramagnetiske materialer.

Målingerne af den magnetiske støj $S_{\Phi}(\omega)$ som funktion af frekvensen (eller vinkelhastigheden (ω)) ved forskellige temperaturer er vist i figur 10.

Sammenhængen mellem magnetisk støj og temperatur er vist i figur 11.



Figur 11. Magnetisk støj som funktion af temperatur.

Som vi ser stiger støjen, når temperaturen falder mod 1 K. Dette skyldes, at monopolernes levetid (GR-tiden) forlænges når temperaturen falder. Tilsvarende ophører monopol dannelsen, når temperaturen stiger over 3 K. I figuren er den blå graf teoretiske beregninger, mens den sorte graf er de aktuelle målinger.

Mulige anvendelser

Dagens computersystemer indeholder elektronik, hvor alle logiske gates er baseret på at flytte elektrisk ladning i form af elektroner. Der findes en teoretisk grænse for, hvor lidt energi det koster at manipulere en bit i et elektronisk system. Denne grænse kaldes Landauers grænse og vil før eller senere begrænse, hvor tæt man kan pakke logiske gates i elektroniske chips. Hvis man

derimod laver logiske gates ved hjælp af spin flip i spin is, kan man manipulere bits med meget lavere energi end dagens halvlederteknologi. De første demonstrationer af magnetiske gates er udført [7] og man forventer at "magnetronics", hvor magnetiske strømme erstatter elektriske strømme, vil være en realitet om få år. Dette vil kunne gøre det nemmere at blive ved med at opfylde Moores lov i fremtiden.

Konklusion

Magnetiske monopoler blev foreslået i 1931 som en mulig forklaring på, at elektrisk ladning er kvantiseret. Oprindeligt forestillede man sig monopolerne som elementarpartikler med magnetisk ladning. Men sådanne partikler er aldrig observeret. Derimod er der nu påvist, at der i specielle strukturer af magnetiske ioner kaldet spin is kan induceres magnetiske monopol-lignende objekter ved at vende spin (og magnetisk moment) for en enkel ion i et tetraeder. Disse objekter opfører sig, som om de har magnetisk ladning, og kan give ophav til magnetiske strømme, som kan detekteres. Dette giver perspektiver til at anvende magnetiske strømme i stedet for elektriske strømme i fremtidige logiske kredse.

Litteratur

- [1] P. Dirac (1931) Quantised Singularities in the Electromagnetic Field, *Proc.Roy.Soc.* (London), bind **A 133**, side 60.
- [2] G. t'Hooft (1974) Magnetic monopoles in unified gauge theories, *Nuclear Physics*, bind **B 79**, side 276–284.
- [3] C. Castelnovo, R. Moessner og S.L. Sondhi (2008) Magnetic Monopoles in Spin Ice, *Nature*, bind **451**, side 42–45.
- [4] B. Tomasello, C. Castelnov, R. Moessner og J. Quintanill (2019) Correlated Quantum Tunnelling of Monopoles in Spin Ice, *Phys.Rev.Lett.*, bind **123**, side 067204.
- [5] B. Cabrera (1982) First Results from a Superconductive Detector for Moving Magnetic Monopoles, *Phys.Rev.Lett.*, bind **48**, side 1378.
- [6] R. Dusad, F. Kirschner, J. Hoke m.fl. (2019) Magnetic monopole noise, *Nature*, bind **571**, side 234-239.
- [7] F. Caravelli og C. Nisoli (2020) Logical gates embedding in artificial spin ice, *New J. Phys.*, bind **22**, side 103052.



Bernhard Lind Schistad er cand.real. fra Universitetet i Oslo. Han har været forsker i partikelfysik ved Niels Bohr Institutet og CERN og senere arbejdet med udvikling af grafiske systemer og radar. Han har i de sidste ni år undervist i fysik og matematik på Viborg Tekniske Gymnasium.