

# Bengt Strömngrens stjerneudviklingsteori fra 1933

Af Jørgen Otzen Petersen, lektor emeritus fra Astronomisk Observatorium, Københavns Universitet

Den mest berømte danske astronom i 1900-tallet, Bengt Strömngren (1908-1987), skabte klarhed over nogle fundamentale problemer i teorien for stjerners opbygning og udvikling først i 1930'erne. Endnu i 1920'erne var næsten alt vedrørende stjerners opbygning, deres dannelseshistorie og endelige skæbne usikkert og gådefuldt. Forskerne var vildt uenige om, hvordan stjerner producerer det lys de udsender og derfor om tidsskalaen for deres udvikling. Med to afgørende publikationer i årene 1932 og 1933 kunne Strömngren sandsynliggøre, at de fleste stjerner producerer energi ved omdannelse af brint til helium og tungere grundstoffer, og dermed afgøre de vigtigste af de varme stridsspørgsmål. Her beskrives dette forløb. Udover Strömngren er den engelske astronom A.S. Eddington en central person i fortællingen.

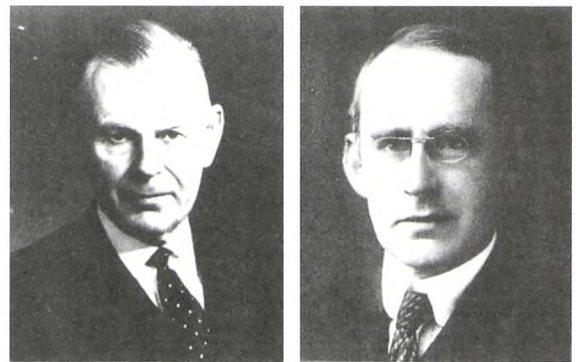
## Indledning

Indtil midten af 1930'erne var mange væsentlige detaljer om opbygningen af stjernerne ukendte, og det var gådefuldt, hvilke udviklingsstadier Solen og andre stjerner havde gennemgået og ville gennemløbe i fremtiden. Litteraturhenvisninger angiver ofte året 1933 for overgangen til "moderne" tider med mere sikker viden om stjerners egenskaber med henvisning til Bengt Strömngrens berømte artikler i *Zeitschrift für Astrophysik*: "The opacity of stellar matter and the hydrogen content of the stars" (se reference [1]) fra 1932 og "On the interpretation of the Hertzsprung-Russell Diagram" fra 1933 [2].

Man kan nemt få den opfattelse, at Strömngrens to artikler giver det udviklingsbillede, vi kender så godt i dag [3]. Det var også mit indtryk, indtil jeg for nylig studerede artiklerne nøjere. Sagen er langt mere kompleks og interessant; og Strömngrens udviklingsbillede fra 1933 adskiller sig på afgørende punkter fra det, vi har i dag, hvor vi kender det meste af den relevante fysik i stjerneudvikling og direkte kan gennemføre beregninger. Strömngrens arbejdsmetode måtte være langt mere indirekte og indeholder elementer, der virker fremmede i dag.

I det følgende vil jeg først kort skitsere den katotiske situation mht. forståelsen af stjerneudvikling før Strömngren. Der var spekulationer om den "lange", "intermediære" og "korte" tidsskala baseret på de mulige energikilder til stjernernes lysudsendelse. Derefter kommer der lidt om stjernestoffets fysiske egenskaber og nogle hovedtræk af Eddingtons standardmodel for stjerneopbygning, som var den bedste stjernemodel, man dengang havde, og som var basis for Strömngrens analyse. Han udnyttede nøjagtige observationsdata for lysudsendelse, radius og masse for kun 40 stjerner – det var alt man havde – til at bestemme deres brintprocent ved anvendelse af to ligninger fra Eddingtons teori. I Hertzsprung-Russell-diagrammet (*HR-diagram* i det følgende) kunne Strömngren nu angive brintindholdet for disse stjerner, og se hvordan brintprocenten varierer med positionen i diagrammet. Han kunne så indtegne kurver for konstant masse og for konstant brintprocent. Dette diagram minder om det velkendte (se fx [3]) HR-diagram med udviklingsspor (konstant masse) og alderskurver (hos Strömngren dog konstant brintprocent), som vi benytter i dag. Til sidst sammenlignes

Strömngrens beskrivelse af stjerneudvikling fra 1933 med det moderne billede, som blev etableret i 1940'erne og 1950'erne.



Figur 1. T.v.: Bengt Strömngren (1908-1987). T.h.: Arthur Stanly Eddington (1882-1944).

## Tidsskalakaos

Gennem 1920'erne fik astronomer og fysikere efterhånden bedre kendskab til de fysiske forhold i stjernernes indre. Hovedproblemet og det store stridspunkt var tidsskalaen for stjerneudvikling, idet man intet sikkert kendte til de processer, der producerer den udsendte energi. En (teoretisk) mulighed er annihilation, at stjerner direkte kan producere energi,  $E$ , ved omdannelse af masse,  $m$ , til energi efter Einsteins ligning  $E = m \cdot c^2$ , hvor  $c$  er lyshastigheden. Den giver den "lange" tidsskala  $t_l = E/L$ , hvor  $E$  er givet ved stjernemassen og  $L$  er stjernens luminositet (eller lysstyrke), energiudsendelsen per tidsenhed. Indsætter vi solværdier for  $m$  og  $L$ , finder vi ca. 15 billioner ( $t_l = 1,5 \cdot 10^{13}$ ) år. Omkring 1930 var der spekulationer om ekstreme forhold i stjernerne, hvor direkte masseomdannelse kunne foregå.

Ud fra de kendte atomvægte vidste man også, at fusion af hydrogen til helium ville give en energifrigørelse svarende til annihilation af ca. 0,7 % af den fusionerede brintmasse. Hvis en brintsol med massen  $M(\text{sol})$  kunne fusionere helt til helium, ville vi have den maksimale værdi af den "intermediære" tidsskala  $t_i(\text{max}) = 0,007 \cdot M(\text{sol}) \cdot c^2/L = \text{ca. } 100$  milliarder år. I dag ved vi, at i den langvarige udviklingsfase for Solen, *hovedseriefasen*, vil ca. 15 % af brintmassen i Solen (som består af ca. 70 % brint) fusionere til helium, så den realistiske værdi af  $t_i$  for Solen bliver ca.  $t_i(\text{max}) \cdot 0,70 \cdot 0,15$ , dvs. ca. 10 milliarder år.

I 1930 var det velkendt, at hvis stjerner ikke aktivt kunne producere energi, måtte de enten afkøles pga. lysudsendelsen eller frigive potentiel gravitationsenergi ved sammentrækning. Det resulterer i den "korte" tidskala – Kelvin-Helmholtz-tidsskalaen – for Solen  $t_k =$  ca. 20 millioner år.

Helt afgørende for stjernernes opbygning og udvikling er det naturligvis, hvilke grundstoffer de består af. Indtil ca. 1930 antog næsten alle astrofysikere, at stjernestof var næsten som jordsammensætningen, dvs. at hovedparten af massen var jern og lignende tunge grundstoffer, og at det letteste, ret hyppigt forekommende grundstof var kulstof eller ilt; brint forekom kun i forsvindende mængde. Derfor var den intermediære tidsskala før ca. 1930 ikke betragtet som en realistisk mulighed. Den korte skala, som var den første, der blev studeret seriøst for stjernerne, baseret på termodynamik, måtte også anses for tvivlsom eller umulig, fordi geologiske studier pegede på, at jorden alder var omkring en milliard år. Tilbage var så den lange tidskala, som øjensynligt krævede helt ny fysik med stabil masseomdannelse til energi ved direkte annihilation.

De tre store engelske teoretikere Arthur Stanley Eddington (1882-1944), Edward Arthur Milne (1896-1950) og James Hopwood Jeans (1877-1946) var hovedaktører i forskningen. De var kendte personligheder, og skrev også populære bøger, fx [4] og [5], som giver et interessant tidsbillede. Rebsdorf omtaler, i [6] side 176, under overskriften "Between the Devil and the Deep Sea" nogle af deres ideer, som vi i dag med bagklogskab kun kan betegne som "vilde". To eksempler: I en periode hævdede Milne, at stjerner måtte have temperaturer i centralområdet på milliarder grader. Nogle studier fandt, at centraltemperaturen i hovedseriestjerner både lyssvagere og lysstærkere end Solen bør være ca. 40 millioner grader. Eddington skriver i 1927, i [4] side 162, at det er mærkeligt: "Vi kan næppe tro, at der findes en Slags Kogepunkt (uafhængigt af Trykket), hvorved Stoffet koger bort som Energi. Hele fænomenet er højst forunderligt".

### Eddingtons standardmodel

Eddington havde fra 1920'erne til starten af 1940'erne en autoritet, som vi knap nok kan forstå i dag. Baggrunden var, at han havde publiceret mindst fem større lærebøger om stellarstatistik, relativitetsteori, stjerneopbygning, stjernepulsation og kvantemekanik udover et stort antal artikler i videnskabelige tidsskrifter og flere populærvidenskabelige bøger. Han blev dog også kendt for sine specielle ideer. Fx fik en fejlagtig opfattelse af kvantestatistik ham til at forkaste realiteten af Chandrasekhars grænsemasse for hvide dværgstjerner, som vist alle andre astrofysikere efterhånden accepterede.

Med hensyn til stjerneopbygning var Eddington den absolut førende teoretiker efter publikationen i 1926 af sin berømte bog "The Internal Constitution of the Stars" [8]. På den tid var man klar over, at stoffet i normale stjerner kan betragtes som en idealgas. Eddington indførte to væsentlige forbedringer i sine modeller. Han antog, at energitransporten udefter i stjernerne sker ved stråling og tog hensyn til strålingstrykket ved siden af gastrykket.

Da stjerner ikke ændrer deres basisegenskaber over lange tidsrum, må de være i næsten perfekt ligevægt. På ethvert sted i en stjerne må den indadrettede gravitationskraft balanceres af den udadrettede trykkraft. Og i ethvert lag må den energi, der udsendes fra overfladen, være lig med den energi, der kommer indefra, plus den energi, der evt. produceres i laget. Ligevægtsbetingelserne kombineret med de ligninger, der beskriver stjernestoffets fysiske egenskaber, definerer det matematiske problem, der skal løses for at beregne stjerneopbygning og stjerneudvikling.

Når energien transporteres udefter i stjernen ved stråling, er energiudsendelsen (luminositeten) bestemt af, hvor gennemsligt stjernestoffet er. Teknisk udtrykkes det ved et uigennemsligheds mål kaldet *opaciteten*, som kan beregnes ud fra basisfysik. Den bedste formel, som Eddington kunne bruge som grundlag for beregning af opaciteten, var udledt i 1923 af hollænderen Kramers, som virkede på Københavns Universitets Institut for Teoretisk Fysik (nu Niels Bohr Instituttet), på basis af den tidlige kvantemekanik. Den blev brugt gennem mange år, og det viste sig, at senere og mere præcise beregninger, pga. fremskridt i kvantemekanikken, kun gav mindre korrektioner. Det var noget afgørende nyt, at en teoretisk stjernemodel gav mulighed for at beregne modellens luminositet. Tidligere modeller kunne ikke behandle energiudsendelsen. De gav kun mulighed for at diskutere massefordelingen i stjernemodellen og forløbet af tryk, temperatur og tæthed gennem modellen.

Eddingtons store problem var, at han ikke kendte de processer, der producerede energien, og han havde derfor ikke en matematisk formel for hastigheden af energiproduktionen som funktion af de fysiske forhold i stjernerne (variationen af temperaturen og trykket gennem stjernen). Han gjorde nu en dristig (og heldig) antagelse om energiproduktionen kombineret med opaciteten, som han mente var rimelig, og han kunne vise, at den resulterende model, *Eddingtons standardmodel*, var i god overensstemmelse med de kendte observationsdata for masse og luminositet af stjernerne. Det kunne han jo betragte som en smuk verifikation af modellen. Den er ganske god for hovedseriestjerner, og blev i mange år betragtet som den bedste stjernemodel. Det er derfor fuldt fortjent, at den blev kaldt standardmodellen.

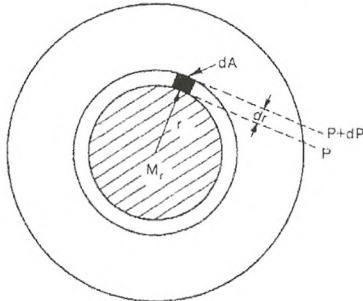
Det store spørgsmål først i 1930'erne blev indholdet af brint i stofblandingen, som er afgørende for dels hvor mange lysabsorberende partikler, der forekommer, og derfor også for opaciteten, og dels for balancen mellem gastryk og strålingstryk i stjernerne. I de følgende afsnit introduceres de nødvendige tekniske begreber.

### Middelmolekylvægt ( $\mu$ ) og relativt gastryk ( $\beta$ )

Middelmolekylvægten er defineret som gennemsnitsvægten, i enheder af brintatomets masse, af de frie partikler (elektroner, ioner og atomkerner), som bidrager til gastrykket. På grund af den høje temperatur er atomerne, næsten fuldstændigt ioniserede, så gassen i normale stjerner kan betragtes som en idealgas også ved høje tætheder.

## Eddingtons standardmodel

I boksen bruges de betegnelser for fysiske størrelser, som defineres og omtales i hovedteksten. De to ligevægtsbetingelser, som stjernerne skal opfylde, giver differentiaalligninger, som bestemmer deres opbygning. Betragt en kugleskal i afstanden  $r$  fra stjernens centrum med den lille tykkelse  $dr$ . Den masse, der ligger indenfor kugleskallen, kalder vi  $M_r$ , så tyngdeaccelerationen på et punkt i kugleskallen bliver  $g = GM_r/r^2$ .



Figuren viser et lag i stjernen i afstanden  $r$  fra centrum med den lille tykkelse  $dr$ . Et masseelement med massen  $dm = \rho dr dA$ , hvor  $dA$  er tværsnitsarealet, er markeret. I hydrostatisk ligevægt må den indadrettede tyngdekraft  $dm g$ , der virker på elementet, være lig med den udadrettede trykkraft  $dP dA$ .

Betragt nu en cylinder med tværsnit  $dA$  og højden  $dr$  i kugleskallen. Dens masse er  $dm = \rho dr dA$ , hvor  $\rho$  er massefylden, og den indadrettede tyngdekraft på cylinderen er  $dm g$ . Den skal være lig med den udadrettede trykkraft  $dP dA$ , hvilket fører til ligningen:

$$\frac{dP}{dr} = -g\rho = -\frac{GM_r\rho}{r^2} \quad (1)$$

På overfladen af stjernen er  $r = R$ , stjernens radius og  $M_r = M$ , stjernens totalmasse. Tilsvarende kalder vi energifluxen gennem kugleskallen  $L_r$ , og værdien af  $L_r$  på overfladen bliver stjernens luminositet  $L$ .

Nu definerer Eddington en størrelse, der varierer med  $r$

$$\eta = \frac{L_r M}{M_r L}$$

På stjernens overflade bliver  $\eta = 1$ ; og hvis energiproduktionshastigheden  $\varepsilon$  var konstant gennem stjernen var  $\eta = 1$  i hele stjernen. Hvis  $\varepsilon$  vokser ind gennem stjernen, fx fordi den vokser med temperaturen, vil  $\eta$  også vokse. Men Eddington mente, at  $\eta$  som en middelværdi over kuglen med radius  $r$  ikke vil vokse til en meget høj værdi.

Eddington antog, at energitransporten udefter i stjernerne foregår ved stråling, strålingsligevægt. Han viste så, at ligevægtsbetingelsen er

$$\frac{dp_R}{dr} = -\frac{k\rho L_r}{4\pi c r^2} \quad (2)$$

hvor  $k$  er opaciteten. Ligning (2) er identisk med den ligning for temperaturgradienten  $dT/dr$ , der benyttes i præcise formuleringer af stjerneopbygning, se fx [13], idet  $p_R = \frac{\sigma}{3}T^4$ . Så gjorde Eddington den antagelse, at

$$\eta k = \text{konstant} = k_0 \quad (3)$$

Det var ret dristigt, fordi  $\eta$  afhænger af hastigheden af energiproduktionen,  $\varepsilon$ , som var helt ukendt, og teorien for  $k$  var ny og usikker. Eddington mente som nævnt, at  $\eta$  bør vokse fra værdien 1 på stjernens overflade og ind mod centrum. Han kunne også argumentere for, at  $k$  aftager ind mod centrum, fordi temperaturen vokser indad. Derfor var antagelsen  $\eta k = \text{konstant}$  måske en god approksimation.

Mht. den matematiske løsning af problemet er antagelsen yderst elegant. Ved at dividere ligning (2) med (1) finder vi:

$$\frac{dp_R}{dP} = \frac{k}{4\pi c G} \frac{L_r}{M_r} = \frac{k\eta}{4\pi c G} \frac{L}{M} = \frac{k_0}{4\pi c G} \frac{L}{M} = \text{konstant}$$

Og da både  $p_R$  og  $P$  på overfladen af stjernen er forsvindende i forhold til værdierne i det indre, kan integrationskonstanterne sættes til 0, så vi får:

$$\frac{p_R}{P} = \frac{k_0}{4\pi c G} \frac{L}{M} = \frac{P - p_G}{P} = 1 - \beta$$

som kan skrives

$$L = 4\pi c G M(1 - \beta)/k_0 \quad (4)$$

Her har vi fundet ligning (8), som vi ønsker at udlede, hvor vi blot kalder  $k_0$  for  $k$ .

Bemærk, at Eddington undgår både at få temperaturen  $T$  ind i sine formler og at skulle tage hensyn til variationen af opacitet og energiproduktionshastighed gennem stjernen, pga. antagelsen i ligning (3), ved denne løsning af differentiaalligningerne. Uden approksimationer giver det klassiske, matematiske problem stjerneopbygning fire sammenhørende, ikke-lineære, førsteordens differentiaalligninger for funktionerne  $P(r)$ ,  $T(r)$  eller alternativt  $p_R$ ,  $M_r$  og  $L_r$ , se fx [13]. Det er imponerende, at Eddington ved approksimationer, som viser sig at give ganske gode stjernemodeller, kunne reducere det helt umulige analytiske integrationsproblem for fire sammenhørende differentiaalligninger, så ligning (4) nemt kan udledes. Han starter med at udnytte ligning (1), som udtrykker hydrostatisk ligevægt sammen med ligning (2), som angiver betingelsen for strålingsligevægt, til at udlede ligning (4) på den måde, vi lige har set.

Hermed er løsningen af problemet dog ikke afsluttet. Opgaven er også at bestemme strukturen af en model med given masse, radius og stofsammensætning ( $\mu$ ). Eddington kunne ikke angive en analytisk løsning, men udnyttede de på hans tid velkendte *polytrope* stjernemodeller. I ligning (1) indgår tre ubekendte funktioner af  $r$ :  $P$ ,  $\rho$ , og  $M_r$ . Udover (1) har man den trivielle kontinuitetsligning:

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (5)$$

Så til at lukke systemet kræves åbenbart endnu en ligning. I *polytrope* modeller antages en sammenhæng mellem  $P$  og  $\rho$ :

$$P = K \rho^{(n+1)/n}, \quad (6)$$

hvor  $K$  og  $n$  er konstanter og  $n$  kaldes *polytropindexet*. Navnet 'polytrop' betyder her simpelthen, at ligning (6) gælder i modellerne.

For valgt  $K$  og  $n$  kan man ved beregninger (numerisk integration af ligning (1) og (5) fra centret under benyttelse af ligning (6)) konstruere stjernemodeller. Herved finder man variationen af massefunktionen  $M_r$ , trykket  $P(r)$  og tætheden  $\rho(r)$  gennem modellen, og stjernens radius og masse bliver den værdi af  $(r, M_r)$ , hvor  $P = \rho = 0$ . Anvendelse af tilstandsligningen for en idealgas giver endelig temperaturforløbet  $T(r)$ .

I praksis udnyttede man en variabeltransformation, der gør det muligt at bestemme alle strukturvariable vha. en forudberegnet tabel uden hver gang at skulle udføre numeriske integrationer selv.

De første stjernemodeller, som gav en ret realistisk variation af de fysiske størrelser gennem modellerne var baseret på adiabatligningen  $P = K \rho^{5/3}$ , som gælder, når energitransporten gennem stjernen sker ved stofstrømning i en énatomig idealgas. Det ses, at dette tilfælde svarer til  $n = 3/2$ . Værdier af  $n$  mellem 0 og 5 giver en serie af meget forskellige stjernemodeller.

Eddingtons fremgangsmåde var [8], paragraf 86, at han først viste, at totaltrykket i hans model kan skrives  $P = K \rho^{4/3}$ , hvor  $K$  er en konstant, idet gassen antages at være en idealgas. Standardmodellen er derfor en polytrop med polytropindex  $n = 3$ . Fra den veludviklede teori for polytroper kunne Eddington tage nogle formler, og en af disse formler giver netop ligning (7) i artiklens hovedtekst, når der indsættes talværdier for de fysiske konstanter. Den er jo afgørende for Eddingtons diskussion.

Lad os betegne brøkdelen af stoffet efter vægt, som er:  $X$ ,  $Y$  og  $Z$  for henholdsvis hydrogen, helium og (alle) tungere grundstoffer. Hvis fx  $X = 0,70$ ,  $Y = 0,25$  og  $Z = 0,05$  betyder det, at 70 % af stjernens masse er brint, 25 % er helium og 5 % er tungere grundstoffer.

For ren brint kommer der to partikler, elektronen og protonen, fra hver masseenhed, dvs.  $\mu = 0,5$ . For helium kommer tre partikler,  $\mu = 1,33$ , idet  ${}^4\text{He}$  er langt den hyppigste heliumisotop, og hvert heliumatom bidrager med to elektroner og atomkernen. For tungere grundstoffer finder vi  $\mu \approx 2,0$ , fordi de hyppigst forekommende atomer alle har netop halvt så mange elektroner som atomvægten angiver. Før ca. 1930 brugte man som standard  $\mu = 2,2$  svarende til at en stor del af stjernestoffet var jern og andre tunge grundstoffer.

Det totale tryk  $P = p_G + p_R$  består hos Eddington af gastrykket  $p_G$  og strålingstrykket  $p_R$ , der kan opfattes som trykket fra fotongassen. Stjerner består af stof og stråling. Idet gastrykket skrives som en brøkdelen af hele trykket,  $p_G = \beta \cdot P$ , udtrykkes balancen (eller vægtningen mellem gas- og strålingstryk) ved det relative gastryk  $\beta = p_G/P$ . Strålingstrykket bliver derfor  $p_R = (1 - \beta) \cdot P$ .

### Eddingtons resultater og konklusioner

Som nævnt gjorde Eddington en antagelse om energiproduktionen kombineret med opaciteten. Antagelsen var genial i den forstand, at Eddington så kunne reducere hovedproblemet i stjerneopbygning til én simpel differentialligning, hvis løsning direkte kan nedskrives, se boksen *Eddingtons standardmodel* (foregående side). Hans hovedresultat af analysen er to formler, se paragraf 87 i [8]:

$$1 - \beta = 0,00309 \cdot M_s^2 \mu^4 \beta^4 \quad (7)$$

$$L = 4\pi cG M(1 - \beta)/k \quad (8)$$

hvor  $M_s$  er massen i solenheder,  $G$  gravitationskonstanten og  $k$  en repræsentativ opacitet. Vha. den næsten mytiske fjerdegradsligning for  $\beta$ , ligning (7), kan man beregne  $\beta$  når blot stjernens masse  $M$  og middelmolekylvægt  $\mu$  er givet. Eddington fremhæver, at  $\beta$  er uafhængig af stjernens radius og opaciteten (og konstant igennem en standardmodel). Det er nemt nok at løse ligning (7) for  $\beta$  numerisk. For Solen finder Eddington med sit valgte  $\mu = 2,2$ , at det relative strålingstryk  $(1 - \beta)$  er 5,7 %. Hvis vi derimod antager, at Solen består af ren brint, er  $\mu = 0,5$ , og det relative strålingstryk bliver kun 0,02 %. Det kunne Eddington slet ikke lide, fordi han så noget smukt og betydningsfuldt i, at stjerner netop er de kloder, hvori både gastrykket og strålingstrykket bidrager væsentligt til det totale tryk. Herved fik han jo en smuk forklaring på, at stjerner netop har de masser, vi observerer, og ikke masser flere størrelsesordener mindre eller større. Derfor forkastede han den hypotese, at stjernerne kunne have et højt brintindhold.

I ligning (8) er  $k$  en middelværdi gennem stjernen af opaciteten. Til diskussionen af  $k$  benyttede Eddington Kramers' opacitetslov, og med  $\mu = 2,2$  giver ligninger (7) og (8) den teoretiske  $M - L$  relation for stjerner

opbygget efter standardmodellen. Ved sammenligning med de bedste observationsdata for mange stjerner fandt Eddington en fin overensstemmelse med *formen* af kurven (sammenhængen mellem stjernens masse  $M$  og dens luminositet  $L$ ) over hele masseintervallet – langt bedre end han i første omgang havde forventet. Det kunne betragtes som et bevis på gyldigheden af standardmodellen.

Der var dog det problem, at den *astronomiske* opacitet, som observationsdata krævede, var omkring 10 gange større end den *teoretiske* værdi, som direkte beregninger fra Kramers' lov og kendskabet til stjernestrukturen (forløbet af temperatur og tryk gennem de relevante stjernemodeller) gav. Og Eddington kunne ikke give nogen tilfredsstillende forklaring på uoverensstemmelsen. Han formodede (håbede), at bedre observationsdata og nye kvantemekaniske studier af den dengang meget usikre absorptionsberegning ville give bedre overensstemmelse. Lidt senere i bogen skriver han dog [8], paragraf 172: "By assuming that the stars contain a large proportion of hydrogen the discrepancy would be removed; but this hypothesis would be in disagreement with earlier conclusions as to the intensity of radiation pressure. Other changes of chemical constitution make no important difference."

### Strömgren, brintindhold og Hertzsprung-Russell-diagrammet

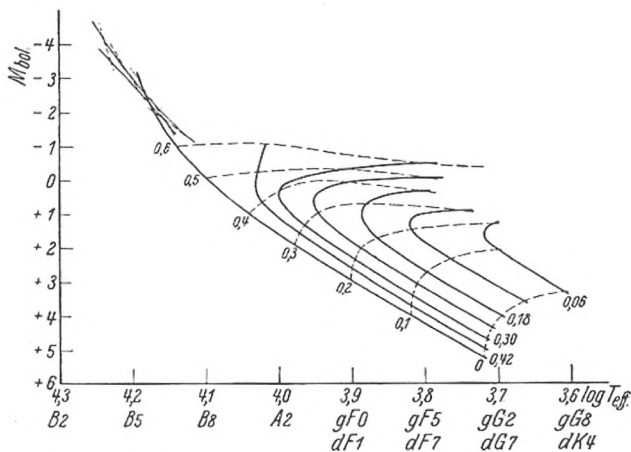
I 1932-artiklen [1] viderefører Strömgren Eddingtons studier med en detaljeret diskussion af observationsmaterialet og en mere præcis beregning af middelmolekylvægten og den teoretiske opacitet. Programmet angives i indledningen (oversat): "I de følgende sektioner vil vi antage hydrogenhypotesen (den normale ikke den ekstreme). Vi vil *stole på* den teoretiske værdi af opaciteten og *deducere* middelmolekylvægten og følgelig hydrogenindholdet i stjerner med kendt  $M$ ,  $R$  og  $L$ , hvorimod Eddington stoledede på middelmolekylvægten (ingen hydrogen) og deducerede opaciteten".

Strömgren beregner numeriske værdier af opaciteten for mange kombinationer af tæthed og temperatur og benytter dem til at beregne teoretiske  $k$ -værdier for Capella, Solen og Sirius. Herefter giver ligning (8) det relative strålingstryk  $(1 - \beta)$  og ligning (7) middelmolekylvægten  $\mu$ . Idet Strömgren kun antog hydrogen  $X$  og tunge grundstoffer  $Z$  i stofblandingen, bliver  $\mu = 2/(1 + 3X)$ , hvoraf  $X$  nemt beregnes. Strömgren fandt  $X$  omkring 0,30 for Solen og de to stjerner, og kunne konkludere, at stjernerne indeholder en væsentlig mængde brint (i modsætning til den herskende opfattelse på den tid). Det var en revolution; det er jo svært at acceptere en ide, der strider mod den herskende "sandhed" gennem mange år. I slutdiskussionen bemærker han, at alle de observerede luminositeter også kan reproducere med  $X$  tæt ved 1.

I Strömgrens følgende artikel fra 1933 [2] beregner han  $X$  i 40 stjerner med gode observationsværdier for masse, radius og luminositet<sup>1</sup>, og viser, at en stjernes position i HR-diagrammet er bestemt af massen  $M$  og  $X$ .

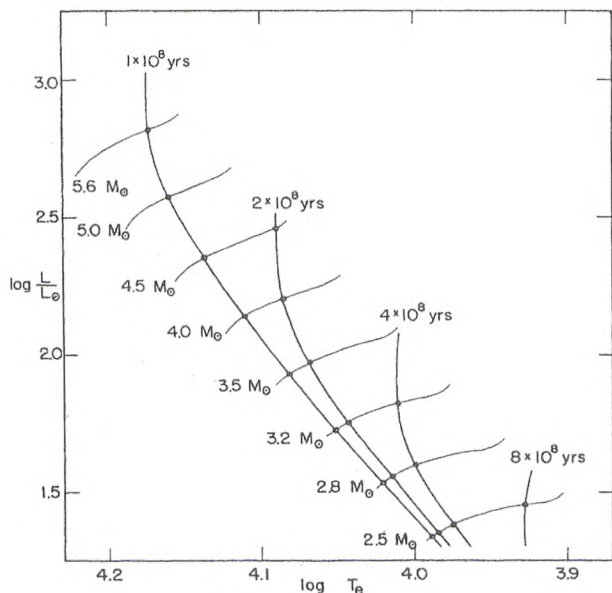
<sup>1</sup>Masser og radier af stjerner kan bl.a. bestemmes hvis de er medlemmer af dobbeltstjernesystemer, se fx Temaboks 10.1 i [3]. Andre stjerner, kan sammenlignes med sådanne stjerner hvis de har samme spektralklasse.

Figur 2 viser hans figur 4. Her er de stiplede kurver tegnet for konstant masse fra 1 solmasse (mærket 0) til 4 solmasser (mærket 0,6). De fuldt optrukne kurver er for konstant brintindhold fra  $X = 0,42$  for den nederste kurve til 0,06 på den øverste. Strömrgren skriver, at den observerede hovedserie svarer til  $X$ -værdier mellem ca. 0,45 og 0,25.



**Figur 2.** Strömrgrens Hertzsprung-Russell-diagram fra 1933. Akserne viser henholdsvis (logaritmen til) den effektive temperatur (varmest t.v.) sammen med spektraltyper og luminositeten (mest lysstærke øverst) udtrykt ved den bolometriske magnitudo,  $M_{bol} = 4,85 - 2,5 \log(L/L_{sol})$ . De stiplede kurver er tegnet for konstant masse. Den nederste kurve for 1 solmasse (mærket 0) kan forstås som et udviklingsspor for Solen, dog ikke realistisk, idet den faktiske sol ikke præcist har fulgt det spor, men noget der ligner. De fuldt optrukne kurver er for konstant  $X$ -værdi. Se teksten for detaljer.

Figuren minder jo om de velkendte HR-diagrammer med realistiske udviklingsspor (konstant  $M$ ) og kurver for konstant alder, jvf. figur 3 fra [13] side 169.



**Figur 3.** HR-diagram med realistiske udviklingsspor gennem hovedserien (konstant masse angivet i solmasser,  $M_{\odot}$ , ved hvert spor) og tidskurver med de angivne aldre. Sporene starter ved alder 0, og for voksende alder går de mod større luminositet og større radius (mod kæmpestjernestadiet). Figuren er fra [13].

Med vanlig forsigtighed udtaler Strömrgren sig kun klart om det, der direkte kan ses i diagrammet, fx at

mindre brintindhold  $X$  (brøkdelen af brint) for samme  $M$  medfører større luminositet og større radius, idet radien vokser opad og mod højre i diagrammet. Han skriver også, at kæmpestjerner (med  $M_{bol}$  omkring 0) øjensynligt har  $X$  fra 0,2 til 0,3. I dag ved vi, at det ikke er korrekt, hvilket skyldes, at Eddingtons standardmodel ikke er fornuftig for alle kæmpestjerner.

Stjerner med masser større end 4 solmasser opfører sig afvigende i figur 2, og detaljerne i figur 2 og figur 3 er ret forskellige. Strömrgrens fortolkninger afviger på flere punkter fra idéerne i dag.

Hovedårsagen til disse forskelle er, at både Eddingtons og Strömrgrens modeller er homogene, hvorimod vi i dag ved, at stjernerne udvikler sig ved først at opbruge brinten i centralområdet, så vi får en meget inhomogen model i slutningen af hovedseriefasen. Betragter vi sporet for solmassen i figur 2 ses, at en evt. hydrogenforbrænding i Strömrgrens hovedseriefase fra  $X = 0,45$  til 0,25 giver en ændring i  $M_{bol}$  på ca. 1 størrelsesklasse. Senere solmodeller giver også en ændring af lignende størrelse; men for en ændring af centralværdien af  $X$  fra ca. 0,70 til 0,05. Ligheden mellem de to figurer er kun overfladisk. Men den stammer fra, at omdannelse af hydrogen til helium i alle rimelige stjernemodeller vil give en forøget lysstyrke.

I 1934 publicerede Strömrgren en artikel på dansk [9], som også var baseret på figur 2 her. Han betonedede igen de mange usikkerhedsmomenter; men pegede på et mere moderne billede. Han foretrækker nu klart den intermediære tidsskala med hydrogenforbrænding ved en dengang ukendt proces. Han udelukker den korte skala og siger, at der næppe kan anføres argumenter for den lange tidsskala. Hans helhedsbillede starter: "Begyndelsen til en Stjerne er en Koncentration i en uhyre fortyndet Taagemasse. Efterhaanden dannes en Stjerne, der relativt hurtigt trækker sig sammen. Efter en kort Periode, hvor den ikke er i varig Ligevægt, naas den Ligevægtskonfiguration, der svarer til Stjernens Masse og dens - sandsynligvis store - Brintindhold. Nu opbygges Brinten langsomt til tungere Grundstoffer, og Stjernen udvider sig langsomt, idet den følger Linierne med konstant Masse i H-R-Diagrammet". Herefter følger nogle muligheder vedr. stjerneudvikling, som vi i dag ved, ikke realiseres.

Man kan undre sig over, at Strömrgren i så ung en alder (22 år i 1930) kunne komme med overbevisende løsninger på problemer, der havde været studeret længe af de førende teoretikere, de tre englændere, H.N. Russell i USA og andre. Han blev omtalt som "unge Strömrgren", formentlig både pga. sin alder og fordi hans far, professor Elis Strömrgren (1870-1947) også var en kendt astronom. Men læser man Rebsdorfs fremragende Strömrgren-biografi [6], får man en god forklaring. En udførlig omtale af Bengt Strömrgrens liv og virke findes i [7].

Bengt Strömrgren var opvokset på Østervold i København i et astronommiljø, der var aktivt og internationalt, så han fra barnsben lærte nogle af de førende astronomer at kende. Hans familie var meget ambitiøs, og især hans far interesserede sig for hans undervisning og hans senere forskningsarbejde. Rebsdorf skriver [6], side xvi, at især Elis' uvurderlige dagbog gjorde det

muligt for ham at skrive om Bengts opvækst og tidlige karriere fra 1908 til 1929. Det var en selvfølge, at han og hans bror skulle være nr. 1 i klassen i de bedste skoler. Rebsdorf nævner [6], side 94, at Elis Strömngren i en sygdomsperiode i januar 1919 (den spanske syge), da Bengt var 11 år, underviste ham i mere avanceret matematik; nogle emner:

- Integrationskonstanter
- Afledede af højere orden
- Integraler af højere orden
- Afledede og differencer
- Forskellige integraler
- 3, 4 ligninger med 3, 4 ubekendte
- Numerisk differentiation
- Numerisk integration
- Fejlloven
- De mindste kvadraters metode
- Faldproblemet
- $\sqrt{i}$ ,  $\sqrt[4]{i}$
- Maxima og minima
- Partiel differentiation
- Rødder til ligninger af højere orden.

Der var to yderligere omstændigheder, der gav Strömngren gode forberedelser til hans forskning. På Observatoriet lærte han tidligt at bruge numeriske beregninger ved løsning af vanskelige problemer, og modsat mange andre, fx Eddington, kunne han godt lide at sidde med en regnemaskine i dagevis.



**Figur 4.** Her benytter Bengt Strömngren i 1930'erne en elektrisk regnemaskine, som kunne multiplicere eller dividere to store tal med hinanden på omkring et minut. Dengang var en sådan maskine en avanceret og ret kostbar sag. Fra [6].

Og på Bohrs Institut kunne Strömngren også på nærmeste hold følge udviklingen i kvantemekanikken og konsultere de førende fysikere. I de to centrale afhandlinger er både kvantemekaniske beregninger af opaciteter og store numeriske beregninger baseret på detaljerede stjernemodeller afgørende. Strömngren var eminent udrustet til at gå i gang med de uoverskuelige problemer omkring 1930.

### Efter 1933

I sin videnskabelige selvbiografi [10] omtaler Strömngren publikationerne [1] og [2] ret detaljeret. Han nævner også, at han kort efter artiklen om brintindholdet modtog et særdeles venligt og elskværdigt brev fra Eddington [som jo længe havde været modstander af

brint i stjernestof], i hvilket han informerede Strömngren om, at han [Eddington] for nylig var vendt tilbage til spørgsmålet om brintindholdet og havde nået en konklusion, som passede med min.

I forordet til den danske udgave af Eddingtons "Stjerner og atomer" fra 1934 [4] skriver Eddington: "Nu ser det ud til, at vi nødvendigvis må regne med, at der virkelig findes en uforholdsmæssig stor Brintmængde i Stjernerne. Man [Eddington] har forsøgt enhver anden Udvej; men dette er den eneste, som kan komme til at stemme med den fysiske og astronomiske Beregning af Absorptionen i Stjernernes Indre. Dette bekræftes derved, at de, som undersøger en Stjernes ydre Lag, har fundet at disse overvejende består af Brint".

I en senere artikel fra 1937 [11] påpegede Strömngren, at den empiriske masse-luminositets-relation ikke bare var i overensstemmelse med en brintprocent på 30-40 med tunge grundstoffer for resten, men også med en blanding bestående af hydrogen og helium med kun få procent tunge grundstoffer. I 1938 bestemte Strömngren [12] Solens stofsammensætning til  $X = 0,60$ ,  $Y = 0,36$  og  $Z = 0,04$ , der er tæt på de værdier, vi bruger i dag. Det sidste Strömngren skriver om stjerneudvikling i sin selvbiografi er, at gennembruddet i forståelsen af energiproduktion i stjernernes indre omkring 1940 skabte nye muligheder. Fremgangen startede i 1950'erne og accelererede i 1960'erne med introduktionen af elektronregnemaskiner. I de følgende år var han specielt interesseret i beregning af udviklingsspor og isokroner for hovedseriestjerner med henblik på aldersbestemmelser til brug i studier af tidsudviklingen af Mælkevejssystemet.

### På Østervold

Efter Elis Strömngrens pensionering i 1940 blev Bengt Strömngren udnævnt til ordinær professor ved Københavns Universitet. Under 2. verdenskrig og i årene lige efter var mulighederne for forskning i Danmark meget begrænsede og opbygningen af observatoriet i Brorfelde gik meget langsomt. Blandt andet derfor tog Strömngren i 1951 imod et tilbud om at overtage stillingen som direktør for Yerkes- og McDonald-observatorierne i USA og senere et professorat ved Institute for Advanced Study i Princeton. Her blev han til 1967, hvor han kom tilbage til København og fik bolig i Carlsbergs Æresbolig. Strömngrens virke fik stor betydning for astronomifaget i København.

### Anders Reiz og stjerneudvikling

I 1958 blev Anders Reiz udnævnt til professor i Astronomi ved Københavns Universitet. Jeg selv var startet som astronomistuderende ved Astronomisk Observatorium på Østervold i 1957. Reiz holdt straks en forelæsningsrække om stjerneudvikling, og jeg blev begejstret for emnet, som forekom betydelig mere spændende end de muligheder, jeg ellers havde undersøgt for den afsluttende specialeopgave i studiet. Reiz' kursus var baseret på en helt ny lærebog af Martin Schwarzschild "Structure and Evolution of the Stars" [13]. Den er letlæst og er velegnet som kagebog til modelberegninger. Reiz havde erfaring med stjernemodeller fra

håndregninger, og ville gerne fortsætte med stjerneudvikling, dvs. beregning af en serie af stjernemodeller, som følger tidsudviklingen af en stjerne. Da jeg allerede havde en vis erfaring med numerisk analyse og gerne ville fortsætte med anvendelse af de dengang helt nye datamater (computere), passede det mig udmærket. I Danmark var der én maskine, DASK, og jeg gik på programmeringskursus og begyndte at skrive programmer i forbindelse med astronomistudiet.

Efter eksamen i 1960 blev jeg ansat på Astro-nomisk Observatorium, hvor vi så i 1962 fik rådighed over vores egen maskine af typen GIER. Det var helt usædvanligt for et lille universitetsinstitut på den tid og skyldtes Reiz' forudseenhed og gode kontakter. Vi startede straks opbygning af et program til stjerneudvikling. Fordelen ved at anvende en elektronregnemaskine i stedet for håndregninger er, at det så bliver praktisk muligt at beregne modeller med en realistisk fysik. Det store problem er her igen opaciteten, som kræver så omfattende beregninger, at ingen vil udføre dem direkte fra basisfysikken. Man er tvunget til at udnytte forudberegnete tabeller for den grundstofsammensætning, man vil studere. I mange år blev de bedste beregninger udført ved Los Alamos Laboratorierne i USA, som rådede over de kraftigste computere (mange størrelsesordener kraftigere end GIER). Her blev kontakterne til Strömngren afgørende, idet han formidlede kontakten til Los Alamos. I 1960'erne og 1970'erne udførte en lille gruppe omfattende stjerneudviklingsberegninger i København. Da vi i de første år brugte GIER til beregningerne tog de sin tid. Til beregning af hver model i en udviklingssekvens brugte vi tæt ved 1 time (for nogle detaljer se [14]).

Da jeg kom til Østervold i 1957, vidste jeg næsten intet om dansk astronomi. Jeg kendte intet til Elis og Bengt Strömngren, bortset fra at de havde skrevet en elementær lærebog, som jeg brugte til et astronomikursus. Til afsluttende eksamen i 1960 skrev jeg speciale om stjerneudvikling; men opdagede ikke Strömngrens arbejder fra 1932 og 1933. Det var måske ikke så mærkeligt, fordi de ikke var med i pensum og heller ikke spillede nogen rolle i den aktuelle forskningssituation. Schwarzschilds bog var alt, vi behøvede.

### Afslutning og konklusion

Strömngrens to publikationer fra 1932 og 1933 giver et klart brud med mange af de "gamle" ideer og usikre teorier om stjerneopbygning og stjerneudvikling før 1930. Mest drastisk var nok erkendelsen af, at brint udgør en væsentlig brøkdel af massen i stjernerne. Den ødelagde Eddingtons yndlingside om balancen mellem gastræk og strålingstryk i hovedparten af stjernerne; kun i de allertungeste er strålingstrykket afgørende. Det er ikke altid, at det skønne også er sandt. Det er bemærkelsesværdigt, at Eddington allerede i 1926 havde indset, at hans opacitetsproblem kunne løses ved at antage et væsentlig hydrogenindhold i stjerner. Men han måtte foretrække det skønne. Eddington kunne i 1926 have draget de samme konklusioner, som Strömngren nåede til i 1933; men det ville have krævet for drastiske brud med de dengang velkendte og accepterede forestillinger om stjerners fysiske egenskaber

Strömngrens diskussion af HR-diagrammet gav for

første gang et godt, konkret argument for, at energiproduktionen i hovedseriestjerner sker ved omdannelsen af hydrogen til helium og tungere grundstoffer, idet de følger linjer med konstant masse i HR-diagrammet. Og i artiklen på dansk fra 1934 skriver han som nævnt direkte, at stjerner i hovedseriefasen opbygger brint til helium og tungere grundstoffer i den intermediære tidsskala – det moderne billede. Han gør dog også opmærksom på mange usikkerhedsmomenter i de senere faser af stjerneudvikling.

### Litteratur

- [1] Bengt Strömngren (1932), The opacity of stellar matter and the hydrogen content of the stars, *Zeitschrift für Astrophysik*, Bind 4, side 118, <http://adsabs.harvard.edu/abs/1932ZA.....4..118S>.
- [2] Bengt Strömngren (1933), On the Interpretation of the Hertzsprung-Russell-Diagram, *Zeitschrift für Astrophysik*, Bind 7, side 222, <http://adsabs.harvard.edu/abs/1933ZA.....7..222S>.
- [3] Helle og Henrik Stub, Det levende Univers, PRAXIS – Nyt Teknisk Forlag (2015). Denne bog er på gymnasie-niveau.
- [4] A.S. Eddington (1927), dansk udgave (1934), *Stjerner og Atomer*, Nordisk Forlag.
- [5] J. Jeans (1930), *The Universe around us*, Cambridge University Press.
- [6] S.O. Rebsdorf (2005), *The Father, the Son and the Stars*, Aarhus Universitet.
- [7] Simon Olling Rebsdorf, Bengt Strömngrens liv blandt stjerner; <http://www.nbi.ku.dk/hhh/bengt/stromgren/>.
- [8] A.S. Eddington (1926), Dover ed. (1959), *The Internal Constitution of the Stars*, Dover publ.
- [9] B. Strömngren (1934), Teorier for Stjernernes Udvikling, *Nordisk Astronomisk Tidsskrift*, bind 15, side 1.
- [10] B. Strömngren (1983), Scientists I have known and some astronomical problems I have met, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, bind 21, side 1.
- [11] B. Strömngren (1937), Die Theorie des Sterninnern und die Entwicklung der Sterne, *Ergebnisse d. exakten Naturw.* bind 16, side 465.
- [12] B. Strömngren (1938), On the helium and hydrogen content of the interior of the stars, *Astrophysical Journal*, bind 87, side 520.
- [13] M. Schwarzschild (1958), Dover ed. (1965), *Structure and Evolution of the Stars*, Dover Publ.
- [14] J.O. Petersen (2015), Observatoriet på Østervold i vækstperioden 1958-1975, DASK og GIER – dengang og nu, *KVANT*, maj 2015.



Jørgen Otzen Petersen er dr.scient. i astrofysik og arbejdede med de første danske computere DASK og GIER. Forskningsområdet har været stjerneudvikling og stjernepulsation. Studier af Cepheidevariable stjerner, som svinger med to perioder samtidigt, var en forløber for den moderne asteroseismologi.