

Hawkingstråling og Unruhstråling – Kvantemekanikken møder den generelle relativitetsteori

Bernhard Lind Schistad, Midtbyens Gymnasium, Mercantec

Siden Hawking's berømte teoretiske opdagelse i 1974 har det været kendt, at sorte huller udstråler sort hulrumsstråling fra begivenhedshorizonten. Denne stråling vil i sidste ende få hullet til at fordampe. Mindre kendt er det, at en accelererende observatør i et tomt rum vil observere sort hulrumsstråling fra rummet selv. Denne stråling kaldes Unruhstråling. De to fænomener er ikke identiske, men beslægtede. En interessant egenskab ved Hawkingstråling er, at den kun eksisterer for observatører, der er uden for hullet. Dette giver et paradoks, idet hullet ikke både kan forsvinde og ikke forsvinde.

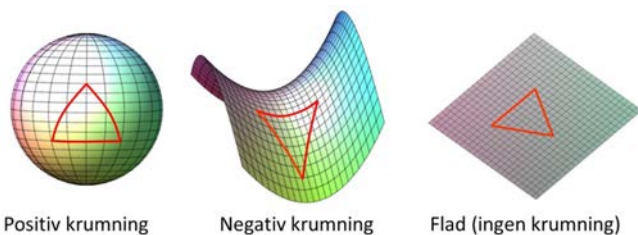
Indtil for nyligt regnede man med, at ingen af disse fænomener kunne observeres, men nu har en gruppe fysikere påpeget, at effekten måske allerede er observeret ved acceleration af elektroner.

Vi vil her gå lidt dybere ind i de to fænomener, hvor kvantemekanikken møder den generelle relativitetsteori. Samtidig vil vi knytte forbindelsen til den klassiske fysik ved at beskrive sorte hullers termodynamik og entropi.

Hawkingstråling

Det vakte stor opsigt i fysikerkredse, da Stephen Hawking i 1974 offentliggjorde en artikel, som viser, at vakuumpolarisation vil forårsage, at sorte huller udstråler fotoner og neutrinoer langs med begivenhedshorizonten [1]. Dette vil føre til, at hullet gradvis taber energi, indtil det helt forsvinder. Dette modsiger den hidtidige antagelse, at intet, heller ikke energi, kan undslippe fra et sort hul.

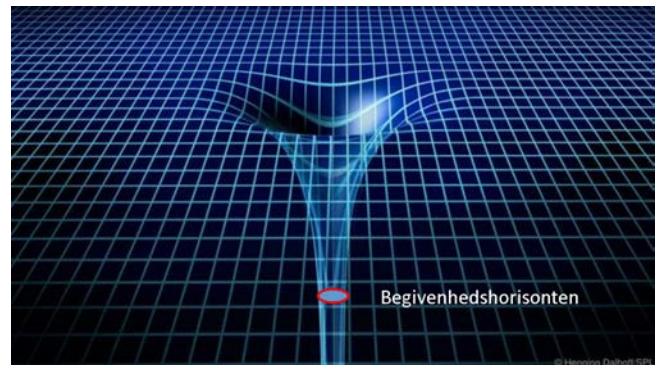
Før vi gennemgår Hawking's argumentation, vil vi først se på, hvad et sort hul er for en størrelse. I den generelle relativitetsteori påvirker masse og energi rummet, så det krummes i henhold til Einsteins feltligninger. En sådan krumning kan være positiv eller negativ som illustreret i figur 1.



Figur 1. Krumme rum.

I et fladt rum er afstanden mellem to punkter givet ved længden af den linje, som forbinder punkterne. Men i et krumt rum er afstanden lig med buelængden af den geodætiske kurve, som forbinder punkterne. Vi kan se, at siderne i den deformerede trekant i de krumme rum i figur 1 er længere end de lige sider i trekanten i det flade rum.

I 1916 kunne den tyske astronom Karl Schwarzschild offentliggøre løsningen af Einsteins feltligninger for rumtiden omkring en kugleformet masse. Denne løsning havde den mærkelige egenskab, at hvis radius af kuglen er mindre end en bestemt kritisk værdi, er alle afstande fra kuglen til omgivelserne lig med uendelig. Rumtiden omkring en sådan masse er vist på figur 2.



Figur 2. Rumtiden omkring et sort hul.

I dag kalder vi et sådant objekt for et sort hul. Det har den egenskab, at alt, der kommer indenfor den kritiske radius, kaldet begivenhedshorizonten, aldrig kan komme ud igen.

For et ikke-roterende sort hul er den kritiske radius, som også er begivenhedshorizonten, givet ved:

$$r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (1)$$

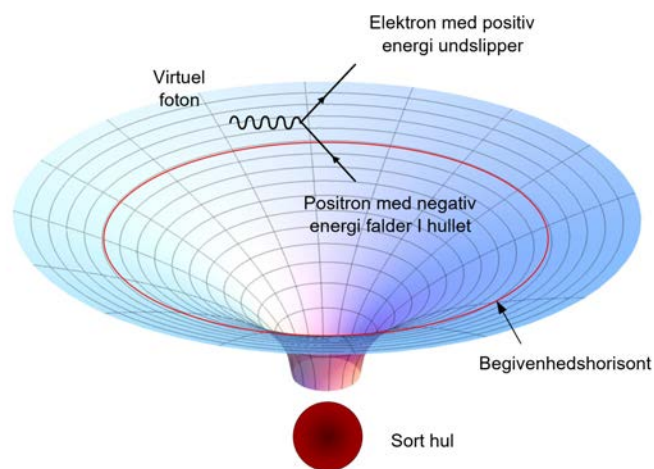
hvor G er gravitationskonstanten, og M er hullets masse.

I sin artikel undersøgte Hawking, hvad der sker med vakuumpolarisation omkring begivenhedshorizonten i et sort hul. Vakuumpolarisation er en effekt i kvantemekanikken, som udspringer fra Heisenbergs usikkerhedsrelation. I kvantefeltteori er rummet fyldt af et kvantefelt for hver type elementarpartikel. Da Heisenbergs usikkerhedsrelation skal være opfyldt, kan ikke alle disse felter være nul, når vi observerer over et kort tidsrum.

I et fladt rum vil der i hvert punkt være indkommende og udgående bølger med alle mulige frekvenser, både positive og negative, svarende til partikler og antipartikler. Men da der er lige mange indkommende og udgående bølger, sker der ikke nogen ophobning af energi. Hvis rummet er tomt, forbliver det tomt.

Men hvis vi betragter et punkt tæt på begivenhedshorisonten omkring et sort hul, vil de indgående bølger blive begrænset af, at de ikke kan have bølgelængder, der er længere end afstanden til begivenhedshorisonten. Derfor vil de indkommende bølger ikke kunne ophæve de udgående, og der vil være en overvægt af udgående bølger svarende til en stråling væk fra begivenhedshorisonten.

Vi kan også forestille os denne effekt som en produktion af partikel/antipartikel-par, hvor den ene "falder i hullet", mens den anden undslipper. Så kan partiklerne ikke annihilere, da ingen information kan komme ud af begivenhedshorisonten. Den partikel, som er udenfor, bliver så en reel partikel med positiv energi (figur 3). Denne energi kan kun komme fra hullet, det vil sige, at hullets masse aftager med præcis den masse, der svarer til energien i den undslippende partikel.



Figur 3. Partikelproduktion ved begivenhedshorisonten.

Da der vil produceres lige så mange partikler som antipartikler ved denne proces, vil de annihilere med hinanden, og resultatet bliver, at der udsendes fotoner.

Hawking kunne beregne, at spektret af de fotoner, der udsendes på denne måde, nøjagtig svarer til den varmestråling, der udsendes fra et sort legeme med temperaturen:

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi GMk_b} \quad (2)$$

hvor M er massen, og k_b er Boltzmanns konstant.

Dette er ikke nogen høj temperatur. Hvis vi tager massen af de mindste sorte huller, der kan dannes ved kollaps af en stjerne (fire solmasser), får vi en temperatur på $1,54 \cdot 10^{-8}$ K.

Sorte hullers levetid

Da strålingen fra et sort hul ligner strålingen fra et varmt legeme, kan vi bruge Stefan-Boltzmanns lov til at bestemme den udstrålede effekt:

$$P = \sigma AT^4 \quad (3)$$

hvor A er arealet af begivenhedshorisonten, og σ er Stefan-Boltzmanns konstant:

$$\sigma = \frac{\pi^2 k_b^4}{60c^2 \hbar^3} \quad (4)$$

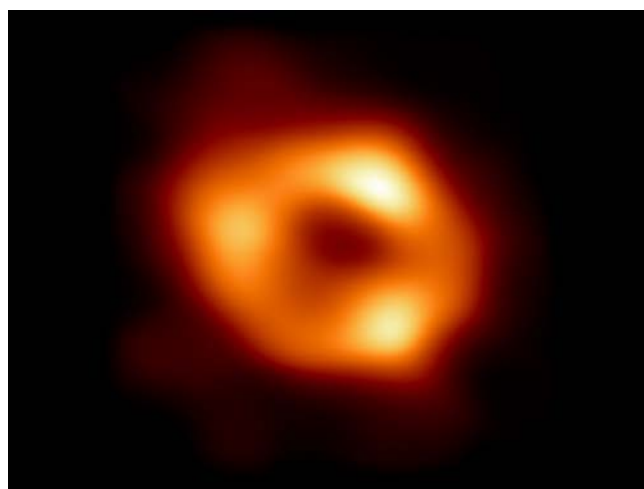
Arealet af begivenhedshorisonten er:

$$A = 4\pi r_s^2 = 4\pi \left(\frac{2GM}{c^2} \right)^2 = \frac{16\pi G^2 M^2}{c^4} \quad (5)$$

Dette giver:

$$P = \sigma A \left(\frac{\hbar c^3}{8\pi GMk_b} \right)^4 = \frac{\hbar c^6}{15360\pi G^2 M^2} \quad (6)$$

Vi kan nu udregne den udstrålede effekt fra det sorte hul i centrum af Mælkevejen (figur 4). Det har en masse på $8,26 \cdot 10^{36}$ kg. Effekten bliver $5,2 \cdot 10^{-42}$ W. Det er ikke meget, men effekten aftager med hullets masse i 2. potens. Hvis vi skulle lave et sort hul, der udstråler en effekt på 1W, ville massen være ca. $2 \cdot 10^{16}$ kg.



Figur 4. Det sorte hul i Sagittarius A*.

Bevæbnet med disse formler kunne Hawking beregne et sorte hulls levetid:

$$t = \frac{5120\pi G^2 M^3}{\hbar c^4} \quad (7)$$

For supermassive sorte huller, som det i centrum af Mælkevejen, vil dette give en meget lang levetid på 10^{86} år, men for et hul på størrelse med 4 solmasser, bliver levetiden 10^{69} år.

Vi ser, at små sorte huller fordamper hurtigere end store. Det medfører, at eventuelle sorte huller, der dannes ved partikelkollisioner (som man var bange for, da LHC startede), har en ekstremt kort levetid. Hvis for eksempel et protonsammenstød ved LHC skulle skabe et sort hul, ville det fordampe i løbet af 10^{-89} s.

Hvis vi ser på hvilke strålingstyper, et sort hul kan udsende, vil det kun være fotoner, indtil hullets temperatur når op på ca. $4 \cdot 10^9$ K.

Hvis vi prøver at forstille os, om vi kunne observere Hawkingstråling, ser vi, at det virker totalt urealistisk for astronomiske sorte huller.

Informationstab-paradokset

I 2007 publicerede fysikere ved universitetet i Cleveland en artikel, som påpegede et paradoks ved Hawkingstråling [2]. Det viser sig nemlig, at en observatør, som falder ind i hullet og passerer begivenhedshorisonten,

hverken observerer horisonten eller nogen Hawkingstråling. Han vil derfor konkludere, at hullet ikke vil fordampe. Desværre kan han aldrig komme ud og fortælle omverdenen, at de tager fejl.

Selv om Hawkingstrålingen fra et astronomisk sort hul er forsvindende lille og ikke kan observeres, er det alligevel ubehageligt for fysikken, at to observatører er uenige om, hvorvidt hullet fordampes eller ej. Det har været forsøgt at løse paradokset ved at antage, at den indfaldende observatør ikke kan observere strålingen fordi den relativistiske dopplereffekt forårsaget af hans acceleration væk fra begivenhedshorisonten, hvor strålingen dannes, medfører, at strålingens bølgelængde strækkes, så bølgelængden bliver længere end det apparatur, observatøren medbringer.

Dette paradoks er kun et specialtilfælde af et mere generelt paradoks, hvor al information, der passerer begivenhedshorisonten, er tabt fra det observerbare univers i modstrid med kvantemekanikkens princip om, at al information i et lukket system altid bevares.

Sorte hullers entropi

Da sorte huller på den store skala er simple termodynamiske systemer, kan vi udregne deres entropi på en simpel måde. Entropi er et udtryk for den samlede uorden eller tilfældighed i et system. Hvis entropi er et mål for graden af uorden i et system, må den være lig med antal bits af information, som systemet kan rumme.

Den mindste energimængde vi ifølge kvantemekanikken kan tilføre et sort hul, er en foton med bølgelængde λ lig med hullets diameter. Da diameteren er to gange Schwarzschildradien r_s , får vi, at energien i denne foton er:

$$E_{\text{foton}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{2r_s} \quad (8)$$

Energien i hullet er givet med Einsteins formel

$$E_H = Mc^2 = \frac{r_s c^4}{2G} \quad (9)$$

Da er antal bits og dermed entropien i et sort hul givet ved:

$$N = S_H = \frac{E_H}{E_{\text{foton}}} = \frac{r_s^2 c^3}{hG} \quad (10)$$

Vi kan i stedet udtrykke den ved arealet $A = 4\pi r_s^2$:

$$S_H = \frac{Ac^3}{4\pi G h} \quad (11)$$

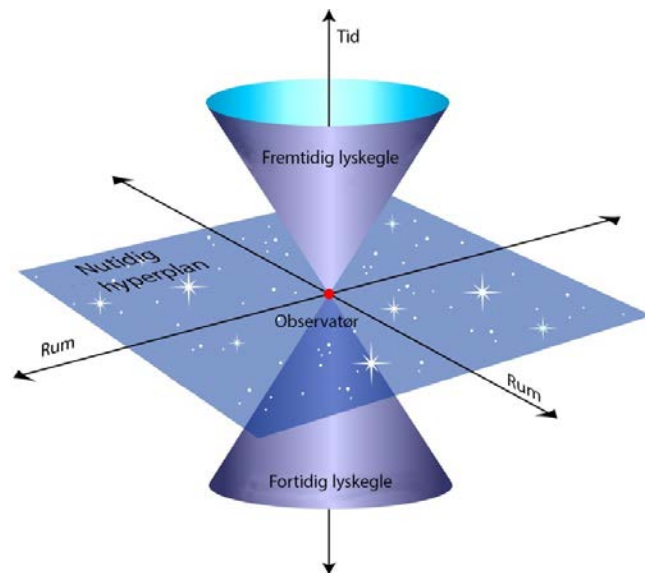
Det vil sige, at entropien af et sort hul er proportional med arealet af begivenhedshorisonten!

Unruhstråling

Kort tid efter, at Hawking beskrev stråling fra sorte huller, offentliggjorde tre fysikere, uafhængigt af hinanden, artikler, som beskrev et lignende fænomen omkring en accelererende observatør [3–5]. Denne stråling har fået navnet Unruhstråling efter den ene af fysikerne. Selv om det ikke er helt den samme mekanisme, som

danner Unruhstråling, er der flere paralleller. Det er ikke så overraskende, idet gravitation og acceleration ifølge Einsteins ækvivalensprincip er to sider af samme sag.

For at forstå, hvorledes strålingen opstår, vil vi betragte et forenklet rumtidsdiagram, hvor vi kun medtager to af de tre rumdimensioner i xy-planet og afbilder tiden på z-aksen. Ved tiden $t = 0$ befinder observatøren sig i origo, se figur 5.



Figur 5. Forenklet rumtidsdiagram

Her repræsenterer xy-planet alle begivenheder, der finder sted ved $t = 0$, altså i nutiden, mens alle begivenheder over planet er fremtid, og alle begivenheder under planet er fortid.

En lysstråle, som udgår fra origo, vil bevæge sig på en kegle (kaldet lyskegle). Keglen bestemmes af lyshastigheden. Hvis vi måler i passende enheder, fx bruger lysår som længdeenhed, vil keglen danne en vinkel på 45° med planet.

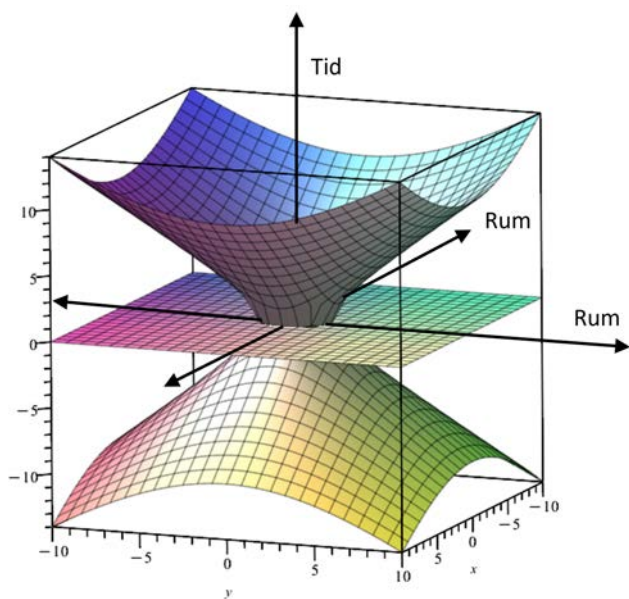
Alle lysstråler, der er udsendt i fortiden, og som kan ramme origo ved $t = 0$, vil ligge på keglen under planet. Alle punkter, der ligger indenfor den øvre lyskegle, kan nås af objekter, der befinder sig i origo, hvis de bevæger sig med passende hastighed. Tilsvarende kan et objekt i origo komme fra et hvilket som helst punkt på den nedre lyskegle.

Punkter, der befinder sig mellem de to lyskegler, kan ikke nås af et objekt i origo. De vil ikke kunne påvirkes af begivenheder, der sker i origo.

For to punkter, som ligger inden for lyskeglen, vil afstanden s være større end nul. Et sådant interval kaldes timelike. Ligger et eller begge punkter uden for lyskeglen, vil afstanden s være negativ, og intervallet kaldes spacelike.

Hvis vi laver den samme analyse, som Hawking gjorde for vakuumpolarisationen ved sorte huller, finder vi, at for en observatør, der bevæger sig med konstant hastighed, vil der i alle punkter langs banen være lige mange udgående og indkommende bølger ved alle frekvenser, og summen vil blive nul, så der ikke sker nogen ophobning af energi.

Men hvis derimod observatøren accelererer, ændres situationen. Da bliver lyskeglen til en hyperboloide (figur 6), fordi hastigheden vil øges asymptotisk mod lyshastigheden.



Figur 6. Rumtidsdiagram for en accelereret observatør.

For at se hvad der sker, vil vi betragte et Rindlerdiagram (figur 7). Her er rumkoordinaterne forenklet til en dimension som per konvention kaldes z . Tiden for en stationær observatør er givet af t -aksen (y -aksen). I diagrammet er afbildet rumtidskurven (blå) for forskellige observatører med konstant acceleration langs rumaksen ζ . Sand tid for hver observatør er angivet ved de stiplede linjer, som angiver samme tidspunkt for hver kurve. Dette er den tid, som observatøren selv oplever. Jo tættere den blå kurve ligger på t -aksen, desto højere er accelerationen. Den røde linje betegner grænsen svarende til uendelig acceleration. Intet objekt eller signal afsendt fra en position til venstre for den røde linje vil nogensinde kunne nå observatøren og dermed påvirke ham. Dette medfører, at den røde linje er en begivenhedshorisont ligesom den, der omgiver et sort hul. Forskellen er, at observatøren selv ikke kan krydse begivenhedshorisonten, men hvis accelerationen øges, vil han komme tættere på den.

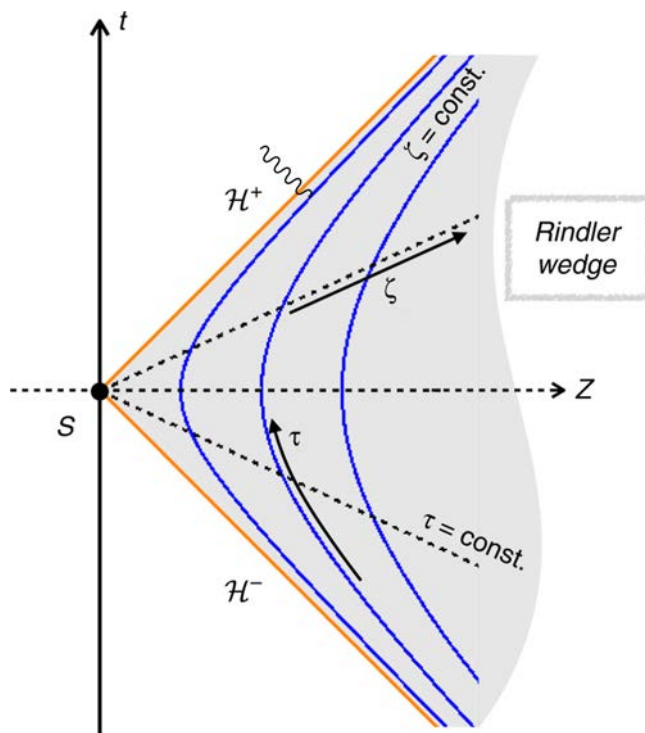
Men selv om vores accelererede observatør ikke kan krydse begivenhedshorisonten, vil virtuelle fotoner fra vakuumpolarisation kunne gøre det. Derfor vil fotoner med bølgelængder længere end afstanden til den røde linje kunne forsvinde bag horisonten. De vil derfor mangle i de indkommende bølger, og vi får et netto overskud af udgående bølger. Dette vil give en stråling, som svarer til Hawkingstrålingen fra et sort hul. Vi kan også se, at effekten bliver større, når accelerationen øges, og vi kommer tættere på den røde linje.

Når vi beregner spektret af de fotoner, der udsendes, får vi igen det samme spektrum som varmestråling fra et sort legeme med temperaturen [6]:

$$T = \frac{\hbar a}{2\pi c k_b} \quad (12)$$

hvor a er accelerationen.

Vi skal ikke undre os over, at vi ikke har observeret denne effekt i dagligdagen. For eksempel er Unruhtemperaturen forårsaget af tyngdens acceleration lig med $4 \cdot 10^{-20}$ K. Bølgelængden for denne stråling ville være af størrelsesorden 10 lysår.



Figur 7. Rindlerdiagram for en accelereret observatør.

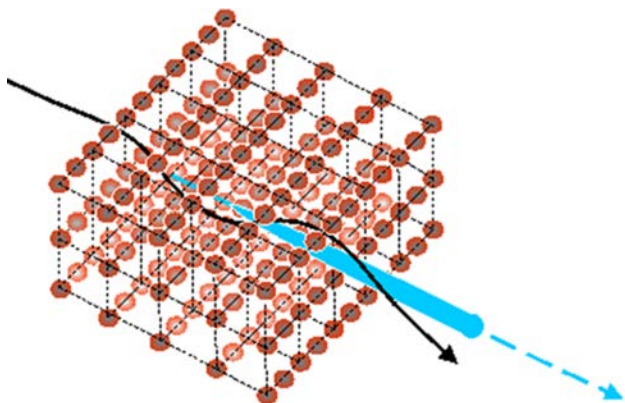
Observation af Unruhstråling

I første omgang ser det ud til, at Unruhstrålingen ville være helt umulig at observere, men i de seneste år er der fremkommet nogle interessante muligheder baseret på de høje accelerationer, der kan opnås i partikelacceleratorer. Et af forslagene kommer fra tre canadiske fysikere [7]. De foreslår at anvende Jaynes–Cummings-effekten til at påvise Unruhstråling. Denne effekt går ud på, at hvis et atom har to tilladte energiniveauer (for eksempel fordi det er lukket inde i en optisk kavitet), vil oscillationen mellem disse to niveauer påvirkes af ekstern elektromagnetisk stråling. Så længe atomet befinder sig i et inertialsystem, vil det kun påvirkes af stråling, hvor der er resonans med frekvenserne til de to energiniveauer, men ved stærk acceleration vil Unruhstrålingen kunne påvirke oscillationen. I deres artikel påviser de canadiske fysikere, at denne effekt kan blive så stor, at den rent faktisk kan observeres.

De opdagede, at ved at belyse accelererede atomer fra en molekylær partikelstråle med højintensitets lasere, kan Unruheffekten forstærkes så meget, at den bliver målbar. De opdagede også til deres store overraskelse, at en omhyggeligt balanceret acceleration efterfulgt af opbremsning kan gøre atomerne fuldstændig transparente over for elektromagnetisk stråling.

En anden gruppe af israelske fysikere mener, at man faktisk allerede har påvist Unruhstråling fra højenergetiske positroner i en siliciumkristal [8-9].

Når en elektrisk ladning passerer gennem et materiale, vil den tabe energi ved at udsende et kontinuert spektrum af bremsestråling. Denne proces vil foregå ved spredning mod individuelle atomer, som har en tilfældig fordeling, som fx i amorfe krystaller i faste stoffer eller i væsker. Hvis vi derimod har en periodisk krystallisk struktur, kan vi betragte bevægelse langs med symmetriaksen som en "kanaliseret" bevægelse gennem en effektiv hul bølgeleder eller som bevægelse i et todimensionalt plan mellem atomare lag dannet af denne struktur. Da befinder den ladede partikel sig i en potentialbrønd og kan oscillere frem og tilbage i en retning på tværs af bevægelsesretningen. Denne oscillation vil medføre, at partiklen udsender en stråling kaldet channelingstråling (figur 8).



Figur 8. Channelingstråling.

Denne channelingstråling har været observeret ved meget høje energier i et forsøg ved CERN [10]. Her bestråles en siliciumkrystal med højenergetiske positroner fra CERNs SPS-accelerator. Positronerne har en energi på 178,2 GeV. Forsøgsopstillingen er vist på figur 9.

En indkommende stråle af kolliderede positroner passerer først tre scintillationsdetektorer, som udløser en trigger for indkommende partikler. Derefter passerer de to positionsdetektorer M1 og M2, som bruges til at bestemme den indkommende partikels bane. Positronen rammer derefter en siliciumkrystal, hvor channelingstrå-

lingen dannes. Denne er efterfulgt af en kraftig magnet, som afbøjer positronen, mens fotonerne ikke afbøjes. De rammer så en konverteringsfolie, hvor de giver ophav til elektroner og positroner via pardannelse. Deres impuls bestemmes ved hjælp af to par af positionsdetektorer M3, M4 og M5, M6 med en magnet imellem. Ved at måle afbøjningen i magnetfeltet, kan energien i de sekundære elektroner og positroner bestemmes og dermed energien i fotonerne i channelingstrålingen.

På grund af deres lave masse på 0,51 MeV/c udsættes positronerne for ekstremt høje accelerationer, når de vekselvirker med krystalgitteret. Den er faktisk så stor, at den almindelige kvantemekanik ikke gælder, da den ikke opfylder den generelle relativitetsteori. Dette har medført, at der har været problemer med at give en fuldstændig teoretisk forklaring på det observerede spektrum. Vi kan få en idé om accelerationen ved at anvende den teori for Unruhstråling, som vi allerede har gennemgået. Hvis en positron oscillerer med en vinkelhastighed ω_0 , vil den opleve en sand acceleration (efter Einsteins teori) på:

$$a' = \frac{\omega_0^2}{\pi m} \quad (13)$$

hvor m er dens masse. Dette vil give ophav til en rekyltemperatur (Unruh-temperatur) på:

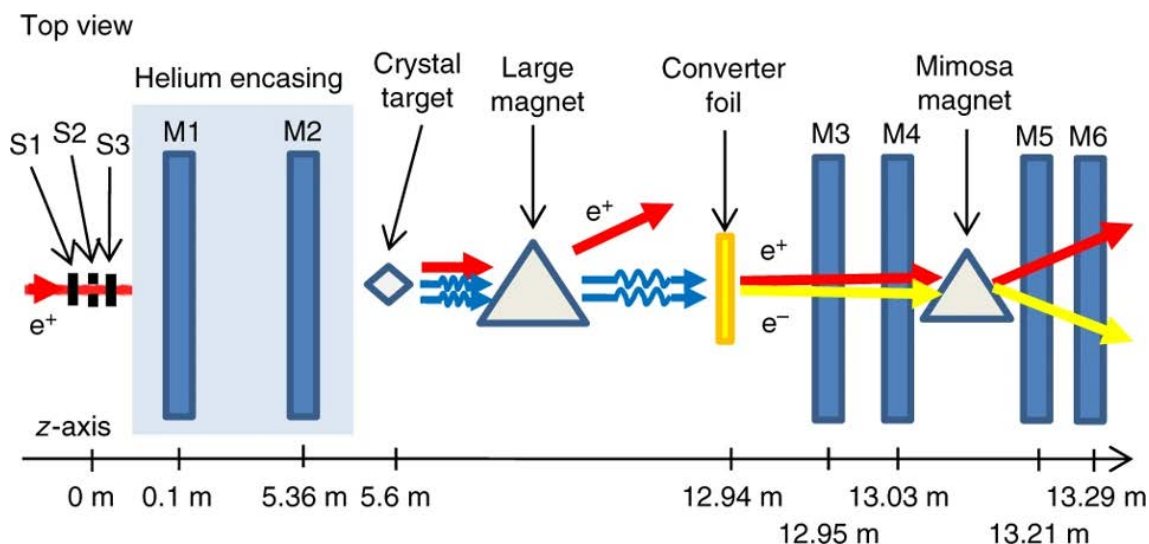
$$T_{RR} = \frac{\omega_0^2 \gamma^2}{2m\pi^2} \quad (14)$$

hvor γ er Lorentzfaktoren.

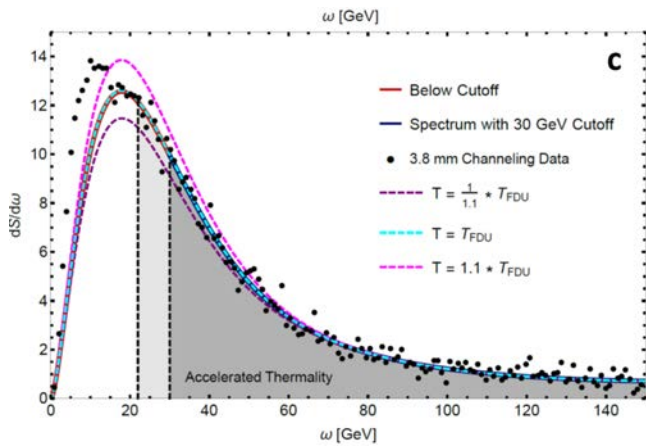
Ved de frekvenser, der blev observeret i forsøget, svarer dette til en temperatur på $1,8 \cdot 10^{19}$ K.

Det målte spektrum fra forsøget er sammenlignet med den teoretiske beregning (blå kurve) i figur 10.

Som vi ser, er der meget god overensstemmelse. Det er ikke muligt at få en tilsvarende god overensstemmelse med teoretiske beregninger baseret på klassisk elektrodynamik eller almindelig kvantefeltteori. Dette skyldes nok, at ingen af disse teorier gælder for accelerationer af størrelsesorden 10^{20} m/s².



Figur 9. Forsøgsopstilling ved NA7-eksperimentet.



Figur 10. Observeret spektrum af Unruhstråling.

Konklusion

Hawkingstråling og Unruhstråling er fænomener som opstår, når kvantemekanikken møder den generelle relativitetsteori. Indtil for nyligt troede fysikerne, at det var umuligt at observere disse fænomener, men de nyeste beregninger antyder, at vi allerede har observeret Unruhstråling. Dette ville være et bevis på, at Hawkingstråling fra sorte huller også eksisterer, da acceleration og tyngdekraft er intimt forbundet via Einsteins ækvivalensprincip. Den fulde teoretiske forståelse af disse fænomener må vente til vi har fundet teorien, der forener kvantemekanikken med den generelle relativitetsteori.

Litteratur

- [1] S. Hawking (1974) “Black hole explosions?”, *Nature*, bind 248, side 30–31.
- [2] T. Vachaspati, D. Stojkovic og L. Krauss (2007) “Observation of incipient black holes and the information loss problem”, *Physical Review D*, bind 76, side 024005.

- [3] S. A. Fulling (1973) “Nonuniqueness of Canonical Field Quantization in Riemannian Space-Time”, *Physical Review D*, bind 7, side 2850–2862.
- [4] P. C. W. Davies (1975) “Scalar production in Schwarzschild and Rindler metrics”, *Journal of Physics A*, bind 8, side 609–616.
- [5] W. G. Unruh (1976) “Notes on black-hole evaporation”, *Physical Review D*, bind 14, side 870–892.
- [6] P. M. Alsing og P. W. Milonni (2004) “Simplified derivation of the Hawking-Unruh temperature for an accelerated observer in vacuum”, *American Journal of Physics*, bind 72, side 1524.
- [7] B. Šoda, V. Sudhir og A. Kempf (2002) “Acceleration-Induced Effects in Stimulated Light-Matter Interactions”, *Phys. Rev. Lett.*, bind 128, side 163603.
- [8] M. H. Lynch, E. Cohen, Y. Hadad og I. Kaminer (2021) “Experimental Observation of Acceleration-Induced Thermality”, *Physical Review D*, bind 104, side 025015.
- [9] M. H. Lynch (2022) “Notes on the experimental observation of the Unruh effect”. Et essay, som er skrevet for “Gravity Research Foundations”.
- [10] T. N. Wistisen, A. Di Piazza, H. V. Knudsen og U. I. Uggerhøj (2018) “Experimental evidence of quantum radiation reaction in aligned crystals”, *Nature Communications*, bind 9, side 785.



Bernhard Lind Schistad er cand.real. fra Universitetet i Oslo. Han har været forsker i partikelfysik ved Niels Bohr Institutet og CERN og senere arbejdet med udvikling af grafiske systemer og radar. Han underviser i fysik og matematik på Midtbyens Gymnasium, Mercantec, i Viborg.

Laserstråle – breddeopgave 104 og 105

Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, INM, RUC.

Her bringes løsninger og kommentar til opgaverne fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaverne i sidste nummer af Kvant var disse to breddeopgaver (nr. 104 og 105 her i Kvant):

Breddeopgave 104 og 105. Laserstråle

Ved hjælp af to forskellige samlelinser kan man ændre diameteren på en laserstråle. Hvordan skal de to linser placeres i forhold til hinanden? Begrund svaret.

I et laserekperiment kan det være ønskeligt at øge beamdiameteren. Dette kan gøres ved hjælp af en sprede- og samlelinse. Hvordan skal de to linser placeres i forhold til hinanden? Begrund svaret.

Løsninger

Løsningen til de to opgaver, der skyldes Tina Hecksher og er inspireret af en eksperimentopstilling, er i begge tilfælde, at linserne skal placeres i forhold til hinanden, så de får fælles brændpunkter. De to figurer leverer begrundelserne.

Kommentar

Selvom vi annoncerer “at lære at tænke som fysiker” som hovedformålet med breddekurset i fysik på RUC, har det også det sekundære formål at lære de studerende fysik i bredden. Til bredden hører geometrisk optik. Men stoftrængslen har kun tilladt os at berøre det ved en enkelt kursusgang på små to timer med tilhørende ca.