

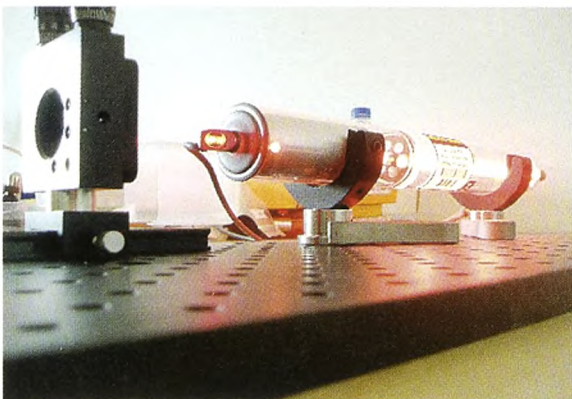
# Laserfysik gennem eksperimenter

Af Jes Henningsen, Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet

Artiklen beskriver en serie eksperimenter der kan udføres med den samme helium-neon laser, og som kan danne ryggraden i et undervisningsforløb i laserfysik hvor teori og eksperiment er fuldt integreret.

## Baggrunden

Der er enighed om at eksperimenter spiller en central rolle i fysikken, men det kommer sjældent til udtryk i undervisningen. Kernen i et kursus vil i regelen være forelæsninger og problemløsning, mens eventuelle eksperimenter finder sted i andre lokaler, på andre tidspunkter, og oftest med andre lærere – med den distance det indebærer. Det følgende er et bud på et undervisningsforløb hvor man med udgangspunkt i en række eksperimenter kommer igennem de vigtigste elementer af laserfysikken. Alle eksperimenter udføres med den samme helium-neon laser, opbygget af et udladningsrør af typen Melles Griot 05-LHB-670, med et internt spejl og et Brewster vindue, samt et eksternt spejl monteret på en skinne, så det er nemt at variere resonatorlængden (figur 1). De beskrevne eksperimenter er udvalgt fra en mere omfattende artikel, der er under udgivelse i American Journal of Physics [1]. Supplerende beskrivelser med gennemgang af den bagved liggende teori, samt alle resultater, vil blive tilgængelige fra tidsskriftets bibliotek for supplerende materiale [2] eller kan fås direkte fra forfatteren.



Figur 1. Hjertet i eksperimenterne.

## Laserlyset

Laserlyset adskiller sig fra andet lys ved sin høje grad af rumlig og tidslig kohærens. Rumlig kohærens er et udtryk for kendskab til fasen af lyset et sted i rummet hvis den er kendt et andet sted på samme tidspunkt. Tidslig kohærens er et udtryk for kendskab til fasen af lyset på et givet tidspunkt hvis den er kendt på et andet tidspunkt det samme sted i rummet. Det er disse to principielt helt uafhængige egenskaber der er baggrunden for alle laserens anvendelser.

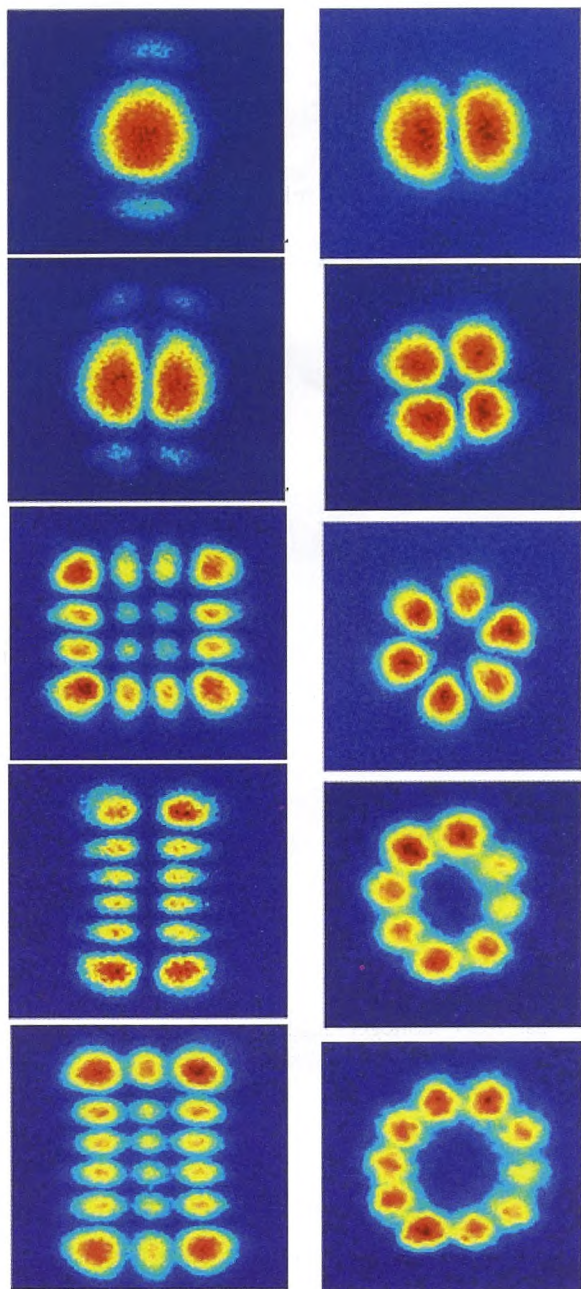
Den rumlige kohærens betyder at laserstrålen kan fokuseres til en pletstørrelse, der ultimativt er af udstrækning som lysets bølgelængde med heraf følgende mulighed for ekstremt høj effektæthed. Alternativt kan strålen kollimeres så godt at den kan benyttes til at sigte med cm præcision over afstande på mange km. Den tidslige kohærens er et mål for hvor veldefineret frevensen er. For ideelt monokromatisk lys er sammenhængen mellem fasen på to forskellige tidspunkter kendt, uanset hvor stor afstanden er i tid. I praksis vil der altid være en vis frekvensspredning, men selv den mest primitive laser er langt mere monokromatisk end en spektrallampe. Den tidslige kohærens er baggrund for en lang række anvendelser, der rækker fra spektroskopi til manipulation af atomer i atomure.

## Modestrukturen

Løsningerne til Maxwells ligninger med randbetingelser som dikteret af spejlene er en familie af funktioner, der kaldes *gaussiske bølger*. Med  $z$ -akse i laserens længderetning vil feltet være koncentreret om akse, med gaussisk transversal variation, og for enhver værdi af  $z$  er feltets rumlige karakter beskrevet ved to parametre, stråleradius  $w(z)$  der måler bredden i den transversale feltfordeling, og krumningsradius  $R(z)$  for de sfæriske fasefronter. I retvinklede koordinater er den transversale feltfordeling yderligere moduleret med et produkt af Hermite polynomier, og de individuelle familiemedlemmer betegnes Hermite-Gauss modes  $HG_{nm}$ . Vælger man i stedet at løse Maxwells ligninger i cylinderkoordinater får man en anden familie af løsninger, Laguerre-Gauss modes  $LG_{nm}$ , hvor den transversale feltfordeling er moduleret med et Laguerre polynomium [3].

Til mange formål ønsker man at laseren svinger i den fundamentale mode med  $m = n = 0$ . Her reduceres de modulerende polynomier til konstanter således at man får en ren gaussisk transversal variation. Det er samtidig den mode hvor feltet er mest koncentreret om  $z$ -aksen, og den kan realiseres ved at dimensionere udladningsrøret med så lille indre diameter at kun denne mode kan udbrede sig med tilstrækkelig små tab. Vor laser har en væsentlig større rørdiameter, hvilket tillader os at kontrollere modestrukturen med en variabel blænder der er indskudt i resonatoren. Figur 2 viser en række svingningsmønstre der kan realiseres ved gradvis åbning af blænderen, kombineret med omhyggelig justering af spejlene og indførelse af tab på strategiske steder i resonatortværsnittet. Modebillederne er med en

linse projiceret på en skærm og fotograferet med et almindeligt digitalkamera. De resulterende billeder i jpg format er derefter behandlet i Matlab der gengiver dem med en farvekode, der afspejler intensitetsfordelingen. De anvendte programmer kan findes i [2].

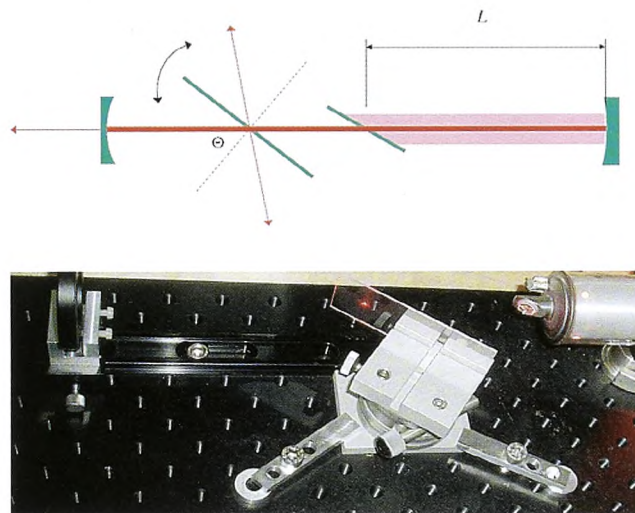


**Figur 2.** Eksempler på laser modes. Til venstre Hermite-Gauss modes  $HG_{00}$ ,  $HG_{10}$ ,  $HG_{33}$ ,  $HG_{15}$ ,  $HG_{25}$ . Til højre Laguerre-Gauss modes  $LG_{mn}$  med  $|n - m| = 1$  til 5. Mønstrene svarer til samtidig oscillation af de degenererede modes  $LG_{nm}$  og  $LG_{mn}$ .

### Model for laseren

En simpel, men yderst brugbar model for laseren får man ved at betragte den som en optisk forstærker med positiv tilbagekobling. Forstærkningen sker ved elektroniske overgange i neonatomet, men vi behøver ikke at bekymre os om detaljerne og betragter blot udladningen som en sort kasse, der er karakteriseret ved to

parametre. Den første er forstærningskoefficienten pr længdeenhed for små signaler,  $g_0$ . Hvis udladningen har længden  $L$  vil betingelsen for at laseren overhovedet går i gang være at forstærkningen for en dobbelt-passage af resonatoren,  $2Lg_0$ , overstiger de samlede tab  $t + a$ , hvor  $t$  er den brøkdelen, der transmitteres gennem udkoblingsspejlet, og  $a$  er alle øvrige tab. Hvis nettoforstærkningen  $2Lg_0 - t - a$  var konstant ville resultatet være ubegrænset vækst. Forstærkningen må derfor aftage efterhånden som intensiteten vokser, og for at beskrive det kræves yderligere en parameter, der kaldes mætningsintensiteten,  $I_s$ . Ligevægt opstår når forstærkningen er faldet til det niveau hvor den lige netop kompenserer for tabene, og det leder frem til et udtryk for laserens udgangseffekt. Modellen indeholder tre ukendte parametre  $g_0$ ,  $I_s$  og  $a$ , og for at bestemme dem indskyder vi i resonatoren en drejelig glasplade, som vist på figur 3. Vi udnytter her at en del af lyset bliver reflekteret ved overgangen fra luft til glas, og igen når det forlader glasset – en effekt der kan iagttages når man fra et oplyst rum ser ud i mørket gennem et vindue. Dette ekstra refleksionstab afhænger af glaspladens orientering, og kan beregnes ved hjælp af Fresnels formler [4]. Analysen af udgangseffekten som funktion af drejningsvinkelen  $\Theta$  giver en nøjagtig og robust bestemmelse af de tre parametre, og modellen kan herefter benyttes til at forudsige effekten af ændringer, fx af udkoblingsgraden  $t$ .



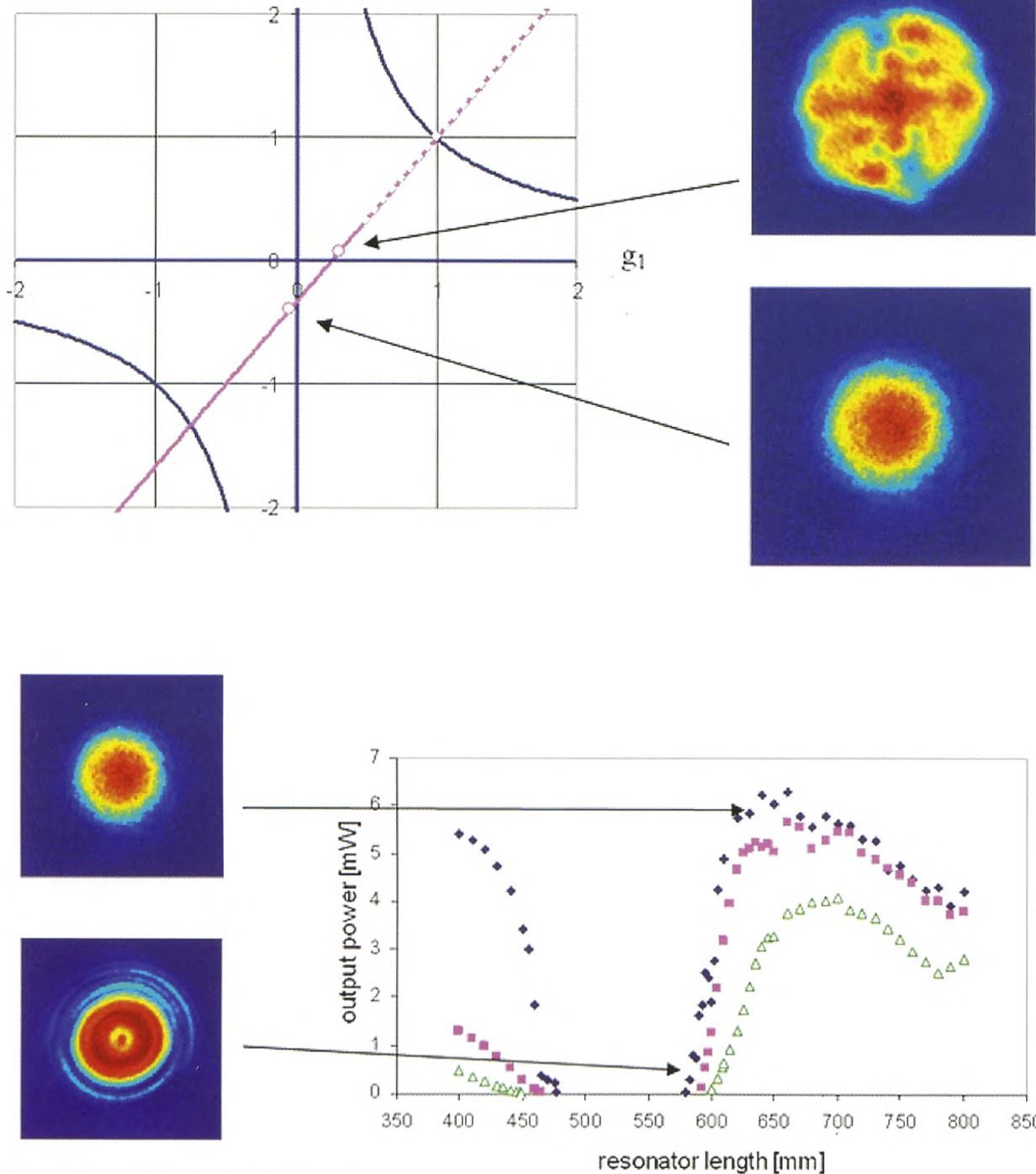
**Figur 3.** Bestemmelse af modelparametre ved indførelse af kontrollerede tab.

### Resonatoren

To sfæriske spejle med krumningsradier  $R_1$  og  $R_2$  i indbyrdes afstand  $d$  giver en brugbar laserresonator hvis konfigurationen er stabil, således at en lysstråle der udbreder sig mellem spejlene, forbliver nær akserne. Hvis man definerer to parametre  $g_1 \equiv 1 - d/R_1$  og  $g_2 \equiv 1 - d/R_2$  kan stabilitetsbetingelsen skrives  $0 \leq g_1 g_2 \leq 1$ , og i et  $g_1 g_2$  koordinatsystem giver det et stabilitetsområde der afgrænses af to hyperbelgrene og akserne, som vist på den øverste del af figur 4. I vor laser har de to spejle krumningsradier 0.45 m og 0.6 m,

og ændrer vi  $d$ , bevæger vi os langs den fuldt optrukne del af den røde linie i diagrammet. Bredden af de gaussiske løsninger for feltet i resonatoren afhænger af spejlkonfigurationen. I første kvadrant er den så lille at

mange højere ordens modes kan oscillere, og resultatet er en kompliceret multimode oscillation. I 3. kvadrant er bredden så stor at kun den fundamentale mode kan oscillere.



Figur 4. Undersøgelse af resonatorstabilitet.

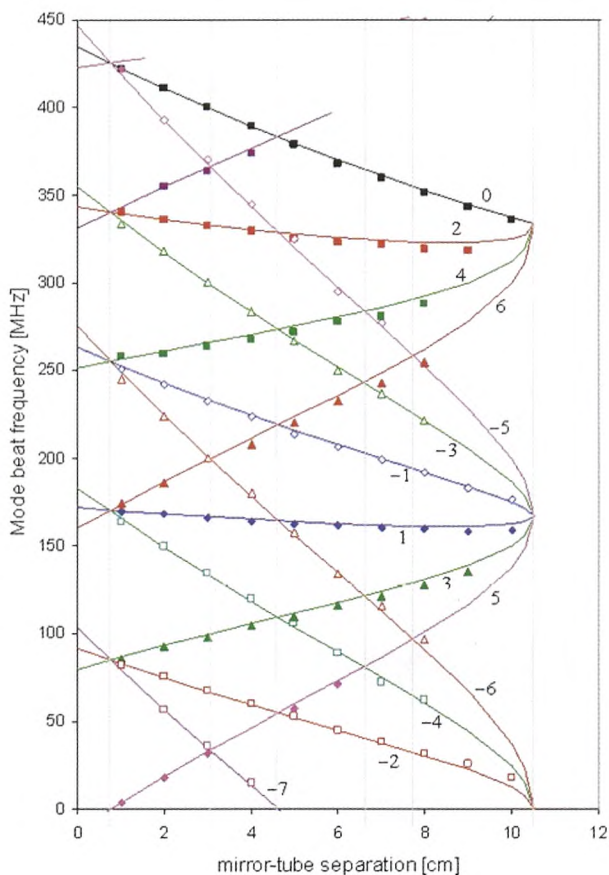
I nederste del af figur 4 følger vi laserens output mens vi ændrer  $d$ , og området mellem ca. 0.45 m og 0.6 m svarer til at vi krydser igennem 2. kvadrant hvor resonatoren er ustabil. De tre farver svarer til forskellig åbning af blænderen, der er helt åben for de blå symboler. En interessant detalje er at laserens faktisk kan oscillere lidt inde i det ustabile område, men i et ringformet intensitetsmønster, der er langt fra gaussisk. Forklaringen er at udladningsrøret her virker som en hul

dielektrisk bølgeleder således at teorien for gaussiske bølger ikke kan bruges.

### Laserfrekvensen

Mens laserlysets rumlige egenskaber kan studeres med det blotte øje, er det noget vanskeligere med dens tidslige egenskaber. De kommer til udtryk i frekvensen, der er så veldefineret at selv det bedste spektrometer ikke yder den retfærdighed. Frekvensen er bestemt af

forstærkningsprofilen for den atomare overgang, med den yderligere betingelse at faser af det optiske felt skal ændre sig med et helt multiplum af  $2\pi$  for en dobbelt passage af resonatoren. Det sker hver gang frekvensen ændrer sig med  $c/2d$  hvor  $c$  er lyshastigheden, og betingelsen kan opfyldes flere gange indenfor forstærkningsprofilen. Det betyder at laseren som regel vil oscillere samtidig på to-tre frekvenser, og hvis man sender signalet ind på en fotodetektor vil den respondere på differensfrekvensen  $c/2d$ . Hvis laserens blænder åbnes helt kan laseren svinge i et stort antal højere ordens modes (jf. figur 2). Det leder til yderligere et antal forskellige differensfrekvenser, og kortlægger man dem som funktion af  $d$ , får man et mønster som vist på figur 5, hvor de angivne tal er  $n - m$  for modes der giver den pågældende differensfrekvens relativt til den fundamentale mode med  $m = n = 0$ . De fuldt optrukne kurver er beregnet teoretisk.

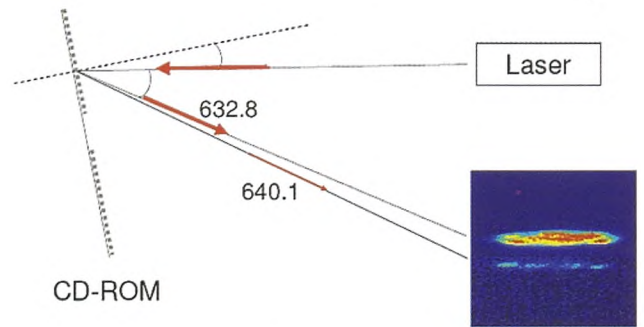


Figur 5. Målte og beregnede differensfrekvenser som funktion af resonatorlængden  $d$ .

### Andre farver

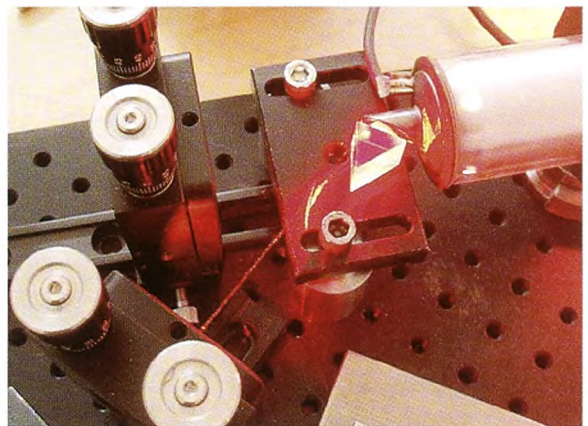
Vi er vant til at en helium-neon laser oscillerer på 632.8 nm. Det skyldes at det er den stærkeste af en familie af mulige laserovergange i Ne atomet, og at den derfor bliver vinder i en "survival of the fittest". Den nærmeste konkurrent har bølgelængden 640.1 nm, og for at få den til at oscillere reducerer vi udkoblingstabene ved at benytte et næsten totalreflekterende udkoblingsspejl. Farveforskellen fra 632.8 nm er for lille til at 640.1 nm kan observeres direkte, men

tager man en CD til hjælp som diffraktionsgitter er den relativt let at finde, som vist på figur 6.



Figur 6. Observation af 640.1 nm med CD som reflektionsgitter.

Næste mulighed er den endnu svagere orange linie på 611.8 nm. Den er for svag til at klare sig i konkurrencen med 632.8 nm, som derfor må undertrykkes. For at opnå det indskyder vi et prisme i resonatoren, således at den kun kan være justeret korrekt for en bølgelængde ad gangen. Konfigurationen er vist i figur 7, hvor laseren dog er justeret til 632.8 nm da den orange linie er for svag til at give synlig lysspredning fra strålegangen i resonatoren.

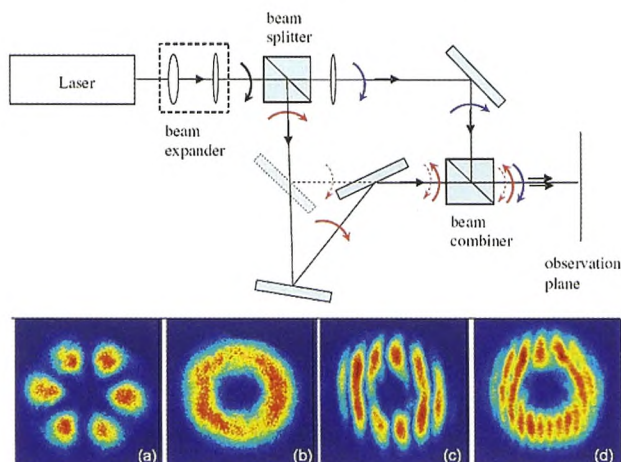


Figur 7. Bølgelængdeselektion med prisme i resonatoren.

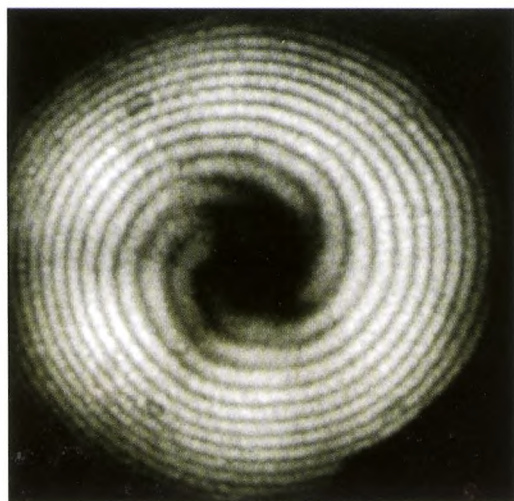
### Lys med skrue

Materielle partikler kan have to væsensforskellige typer af impulsmoment, knyttet til henholdsvis spin og banebevægelse. For fotoner er det almindelig kendt at en cirkulært polariseret foton har et impulsmoment på  $\pm\hbar$  for henholdsvis venstre- og højre polarisering, i analogi til en partikels spin. Mindre kendt er det at fotoner også kan have et impulsmoment der er analogt til et baneimpulsmoment. I cylinderkoordinater har feltet for en Laguerre-Gauss mode  $LG_{nm}$  en fasefaktor  $\exp[-i\ell\phi]$ , der giver fotonen et impulsmoment på  $\ell\hbar$ , hvor  $\ell \equiv n - m$ . Feltet er lineært polariseret, men intensiteten følger en skruelinie i udbredelsesretningen. Til visualisering af denne fasefaktor benytter vi et Mach-Zehnder interferometer som vist i figur 8, hvor strålen er ekspanderet så fasefronterne er næsten plane. Først må vi sikre at kun en enkelt LG mode oscillerer,

og det er ikke så simpelt idet modes med  $\pm\ell$  er degenererede og har en tendens til at oscillere samtidig som i (a) hvor  $\ell = \pm 3$ . Med lidt finjustering kan den ene mode undertrykkes, og man får det ringformede mønster (b) fra en enkelt LG mode. I den normale konfiguration af interferometeret, der er vist punkteret på figur 8, vil de to interfererende signaler have samme helicitet. Når det er tilfældet forsvinder effekten af  $\ell$  og interferensen giver et sæt af parallelle striber (c). Ved hver refleksion i et spejl vendes heliciteten, og hvis vi derfor indfører et ekstra spejl i den ene gren, opnår vi at de to interfererende signaler får forskellig helicitet. Herved ændres interferensmønsteret til (d), hvor faserne fra  $\exp[-i\ell\phi]$  adderes til referencefasen foruden, og subtraheres foroven. Ud fra forskellen i antallet af striber kan man bestemme  $\ell$ , i det aktuelle tilfælde som  $\ell = 0.5(11 - 5) = 3$ . Alternativt kan man med en linse gøre fasefronterne i den ene gren sfæriske. I det normale Mach-Zehnder giver det et interferensmønster af koncentriske cirkler hvor igen effekten af  $\ell$  er fraværende. Men indskyder vi det ekstra spejl viser  $\ell$  sig gennem et mønster af  $2\ell$  sammenflettede spiraler, som det ses i figur 9.



Figur 8. Mach-Zehnder interferometer til visualisering af LG modes med resultater for LG<sub>30</sub>.



Figur 9. Spiralformet interferensmønster fra LG<sub>30</sub>.

## Kommentar

Ideelt forudsætter det skitserede forløb et miljø hvor de studerende kan arbejde parallelt i grupper på 3-4 på hver sin arbejdsplads, og hvor indretning og AV udstyr tillader momentane skift mellem eksperimentelt arbejde og gennemgang af den bagved liggende teori, uden at de studerende behøver at flytte sig. Den nuværende opsplitning af teoretiske og eksperimentelle elementer i undervisningen er i stor udstrækning dikteret af undervisningsformerne som de var for et halvt århundrede siden. Det nye Niels Bohr Institut der tegner sig i horisonten, giver en oplagt mulighed for nytænkning. Og set i forhold til de sidste mange års investeringer i forskningsfaciliteter vil omkostningerne være minimale.

Sluttelig vil jeg gerne kreditere Monika Kovacic og Morten A. Medici, der i et førsteårs projekt afprøvede nogle af eksperimenterne, og Bjørn Friis Johannsen for værdifuldt input fra didaktikken.

## Litteratur

- [1] Jes Henningsen, Teaching laser physics by experiments, *Am. J. Phys.* **78** (11), November 2010 (planlagt).
- [2] <http://dx.doi.org/10.1119/1.3488984>
- [3] Murray R. Spiegel and John Liu, Mathematical handbook of formulas and tables, Schaum's outlines, McGraw-Hill.
- [4] E. Hecht, *Optics*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1987.

Jes Henningsen har arbejdet med forskning og undervisning i fysik siden 1963, fra 1972-1990 ved daværende Fysisk Laboratorium I ved HCØ, hvor han blev dr.scient. i 1984. Fra 1990-2006 arbejdede han med optisk metrologi ved Dansk Fundamental Metrologi på DTU, og siden 2006 har han igen været tilknyttet KU, nu NBI hvor han bl.a. har varetaget undervisningen i atomfysik. Email: jes.henningsen@get2net.dk.

