Transportbånd – breddeopgave 111 med didaktisk kommentar

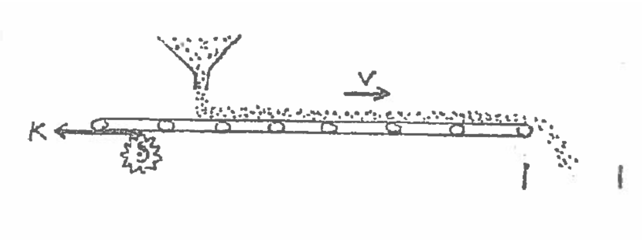
Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, INM, RUC.

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentar til opgaven fra forrige nummer samt to nye opgaver. Opgaven i sidste nummer af Kvant var denne breddeopgave (nr. 111 her i Kvant):

Breddeopgave 111. Transportbånd

Et transportbånd fungerer som vist på figuren.



Hvor stor en kraft skal båndet påvirkes med af motoren? Begrund svaret.

Løsning – (pedantisk løsning med nødvendig systemafgrænsning)

Vi vil anvende Newtons II lov på det afgrænsede system, som består af den mængde materiale, der på et tidspunkt befinder sig mellem c og e på figur 1, og en tilstødende del af transportbåndet. Tidsrummet dt senere befinder materialemængden sig mellem d og f på figuren. Systemet materiale plus stykket af transportbåndet er i vandret retning påvirket imod højre af spændingen i transportbåndet, S_h, i systemets højre kant, minus spændingen i transportbåndet, S_v, i systemets venstre kant, $S_h - S_v$. Da den samlede kraft i vandret retning på stykket af transportbåndet ved tandhjulet mellem a og b er nul, er $S_h - S_v = K$. Den resulterende ydre kraft i vandret retning på vores afgrænsede system i figur 1 har altså samme størrelse som K, den kraft, båndet påvirkes med af motoren.

Systemet kan hele tiden opdeles i tre delsystemer. Stykket af transportbåndet i vandret bevægelse med hastigheden v med den konstante masse m_t. Et delsystem af materialet med massen $m_l(t)$ i lodret fald. Og et delsystem af materialet med massen $m_v(t)$ i vandret bevægelse med hastigheden v. Da systemet hele tiden består af de samme materielle dele, er dets samlede masse, $m = m_t + m_l(t) + m_v(t)$, konstant. Per definition er tyngdepunktshastigheden af det samlede system i vandret retning $v_{CM} = (m_t \cdot v + m_l(t) \cdot 0 + m_v(t) \cdot v)/m$. Ifølge tyngdepunktssætningen anvendt på det samlede system er kraften K, som båndet skal påvirkes med af motoren, derfor:

$$K = m\frac{dv_{CM}}{dt} = v\frac{dm_v}{dt}. \tag{1}$$

Kommentar

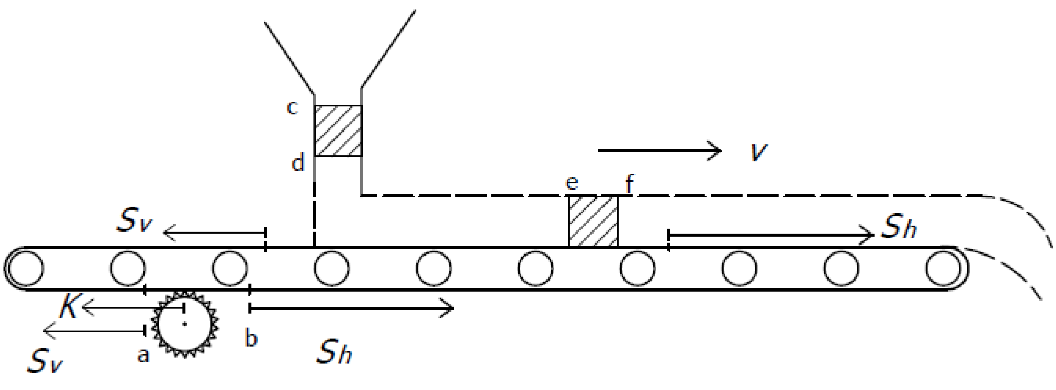
Jeg har brugt opgaven i undervisningen til at illustrere, at det er nødvendigt at definere sit system af partikler, når man anvender Newtons II lov på andet end en enkelt partikel.

Uden at have gjort det kan man forledes til at opskrive loven som:

$$K = \frac{d(mv)}{dt}, \tag{2}$$

tolke m som massen på transportbåndet, og, da v er konstant, nå frem til:

$$K = v\frac{dm}{dt}. \tag{3}$$



Figur 1. Systemafgrænsning.

Så har jeg i min undervisning sagt, at resultatet er rigtigt, men begrundelsen forkert. Newtons II lov for et system af partikler fremkommer ved addition af loven for de enkelte partikler og Newtons III lov for den indbyrdes vekselvirkning mellem partiklerne. Ved additionen ophæver de indre kræfter parvis hinanden på grund af Newtons III lov. Resultatet af additionen er derfor, at summen af de ydre kræfter på systemet er lig med ændringen per tidsenhed af summen af de enkelte partiklers masser gange deres hastigheder. Når ligning (2) umiddelbart tolkes som en udgave af Newtons II lov med m som den varierende masse på transportbåndet, er systemafgrænsningen i modstrid med den generelle udledning af loven for et system af partikler. Ved den generelle udledning er massen af systemet forudsat konstant.

I stedet for opgavens spørgsmål om, hvor stor en kraft båndet skal påvirkes af, kunne der være spurgt efter, hvor stor en effekt, P, motoren skal levere. I forlængelse af ligning (1) er svaret:

$$P = Kv = v^2 \frac{dm_v}{dt}. \tag{4}$$

Halvdelen af effekten omsættes til øget kinetisk energi, E_{kin}, på transportbåndet, idet:

$$\frac{dE_{\text{kin}}}{dt} = \frac{d(m_v v^2/2)}{dt} = \frac{v^2}{2}\frac{dm_v}{dt}. \tag{5}$$

Hvad blev der af den anden halvdel? Den går til varmeudvikling på grund af de stød, der accelererer massedelenes vandrette hastighed fra nul til v, når de rammer båndet. Herudover udvikles der varme ved opbremsningen af massedelenes lodrette fald, men den leveres af tyngdefeltet og ikke af motoren.

Efter min vurdering illustrerer behandlingen af transportbåndsproblemerne på en god måde, hvordan en ikke opskriftbunden forståelse af klassisk mekanik rækker ud over den klassiske mekanik som basis for anden fysikforståelse. Selvvalgt systemafgrænsning er en generelt anvendelig erfaring i det meste fysik. Det gælder også erfaring med vektorkarakteren af impulsbevarelse og Newtons II lov for ændringer af impuls. Og det gælder erfaring med brud på mekanisk energibevarelse eller arbejde-mekanisk energi-sætningen.

Breddeopgave 112 og 113. Overfladespænding

Inden næste nummer af Kvant udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningerne til disse to opgaver fra breddekurset på RUC (fra eksamen januar 2012 og februar 2017, nr. 112 og 113 i rækken her i Kvant):

Figur 2. Appelsiner og citroner. Foto: Wikimedia Commons.

112. *En vanddråbe svinger mellem at være appelsinformet og citronformet (figur 2). Hvordan afhænger svingningstiden af dråbens størrelse? Begrund svaret.*

113. *Ved elektrostatisk maling sprøjtes små dråber maling påført elektriske ladninger mod det jordede metalemne, der skal males. For megen påført ladning på en dråbe fører til, at den eksploderer. Hvordan afhænger den maksimale ladning, en dråbe kan eksistere med uden at eksplodere, af dråbens størrelse? Begrund svaret.*

Løsninger og kommentar bringes i næste nummer af Kvant.

Er det skuddag den 24. eller 29. februar?

Af Leif Kahl Kristensen

Forskellige medier angiver enten den 24. eller 29. februar som skuddag i skudår. Vi skal se, at det skyldes en sammenblanding af tre forskellige kalendere. Forskellen har betydning for ugedagene beregnet af Søndagsbogstaverne.

Skuddagen

I republikkens tid søgte Roms kalender at holde trit både med Månens faser og årstiden ved hvert andet år at indskyde 22–23 skuddage. På 8 Solår indskydes således 3 måneder, som kombineres med 8 Måneår på 354 (= 12 × 29,5) dage. Systemet blev administreret af ypperstepræsten ("Pontifex maximus"), men misligholdt. Fra sin tid i Ægypten vidste Julius Cæsar, at Solåret er på 365 plus ¼ dag. Han fordelte skuddagene på månederne, så de fik den længde, vi bruger i dag, og indførte sin skuddag hvert fjerde år i februar. Han beholdt dog den komplicerede måde at datere på ved at angive antal dage