

Opgave-hjørnet – Træk i togvogne

Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, Roskilde Universitetscenter

Her bringes løsninger og kommentarer til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave fra RUC (nr. 22 i rækken i KVANT):

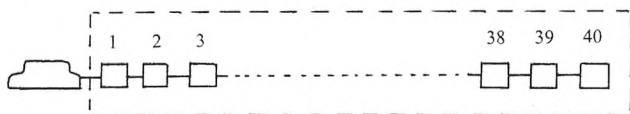
22. Træk i togvogne

Et godstog har 40 ens vogne og et lokomotiv, der vejer 5 gange så meget som en enkelt af vognene. Hvor stor er kraften, hvormed vognene nr. 30 og nr. 31 trækker i hinanden, i forhold til kraften, hvormed lokomotivet trækker i resten af toget? Begrund svaret.

Løsning

Lad os til en start tænke på den situation, at toget har holdt stille og er ved at komme op i fart.

For at finde kraften F_{lok} , hvormed lokomotivet trækker i den første vogn, må vi anvende Newtons 2. lov for et system af partikler. Og vi må vælge systemet af partikler på en måde, der gør F_{lok} til en ydre kraft. Som det er illustreret på figur 1.

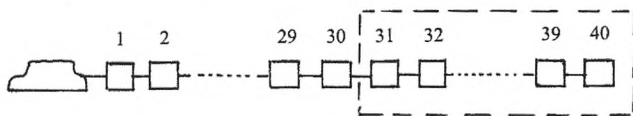


Figur 1. Systemafgrænsning til bestemmelse af lokomotivets træk i toget.

Hvis togets acceleration er a og massen af hver togvogn er m , har vi da ifølge Newtons 2. lov anvendt på systemet bestående af de 40 togvogne:

$$F_{lok} = 40m \cdot a \quad (1)$$

For at finde kraften F_{30} , hvormed vogn nr. 30 trækker i den resterende del af toget, må vi tilsvarende anvende Newtons 2. lov på et system, der er valgt på en måde, så F_{30} er en ydre kraft på systemet. Et sådant system er illustreret på figur 2.



Figur 2. Systemafgrænsning til bestemmelse af vogn nr. 30's træk i vogn nr. 31.

Da accelerationen af togets 10 bagerste vogne naturligvis er den samme som accelerationen af toget som helhed, har vi ifølge Newtons 2. lov anvendt på systemet bestående af de 10 bagerste vogne:

$$F_{30} = 10m \cdot a \quad (2)$$

Svaret på opgaven er altså:

$$F_{30}/F_{lok} = 1/4 \quad (3)$$

hvis der er tale om et først og fremmest accelererende tog.

Hvis toget kører med konstant fart op ad bakke, skal vi for at svare på opgaven benytte de samme to systemafgrænsninger igen. For hver af de to systemer gælder da, at summen af ydre kræfter på dem må være 0, hvorfor F_{30} må være lig med tyngdekraftkomponenten langs skinnerne af 10 vogne og F_{lok} må være tyngdekraftkomponenten langs skinnerne af 40 vogne. Hvorfor forholdet imellem de to træk også i denne situation er 1/4.

Hvis toget er ligeudkørende med konstant fart under overvindelse af gnidnings- og luftmodstand vil svaret på opgaven tilsvarende være 1/4, hvis gnidnings- og luftmodstanden antages ligeligt fordelt på togvognene.

Kommentarer

1. Gennem årene har jeg ved forskellige lejligheder prøvet at stille opgaven til ikke – fysikere, f.eks. tværfagligt sammensatte forsamlinger af gymnasielærere. Der har da sjældent været vanskeligheder med at få kommunikeret opgavens problem. Og det har heller ikke været svært at få de to typiske spontane bud på svarmuligheder:

- 1) Trækket fra lokomotivet i resten af toget og trækket fra vogn nr. 30 i vogn nr. 31 er lige store;
- 2) Trækket fra lokomotivet er 4 gange så stort som vogn 30's træk i vogn 31.

Men usikkerheden på, hvilken af de to svarmuligheder, der er den rigtige, har vist, at opgaven er vanskeligere end den fysikuddannede måske umiddelbart vurderer den til at være.

Men hvori ligger da det vanskelige i opgaven? I forståelsen af Newtons 2. lov? Faktisk ikke. Det er ikke de kendte tilegnelsesvanskeligheder ved at forstå det kontraintuitive begrebsindhold i Newtons bevægelsesligning til forskel fra Aristoteles opfattelse af kraft som forudsætning for opretholdelse af bevægelse, der her er tale om. Tværtimod lader opgaven sig besvare korrekt og nemt ved brug af Aristoteles bevægelseskema: **kraft = masse × hastighed**, idet hastigheden af den bagerste del af toget jo er den samme som hastigheden af toget i sin helhed, hvorfor forholdet imellem de to kræfter må være som forholdet imellem de to masser, dvs. 1/4.

Vanskeligheden i opgaven ligger tilsyneladende i selv at skulle tænke i de nødvendige systemafgrænsninger. At opdele og afgrænse systemer for at kunne analysere dem er ikke en selvindlysende kunsten. Træning heri indgår derfor også som et vigtigt element i mange ingeniøruddannelser. Og besvarelsen af opgaven her består i andet og mere end at anvende Newtons 2. lov. Eller rettere sagt: Anvendelse af Newtons 2. lov kræver mere end at kunne loven.

2. I den traditionelle lærebogsudledning af tyngdepunktsætningen ud fra Newtons 2. lov for en enkelt partikel, altså udledningen af Newtons 2. lov for et system af partikler, foretages der selvsagt en systemafgrænsning. Ved udledningen:

$$\begin{aligned}
m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} &= \sum_j F_{ij, j \neq i} + F_{iy} \quad \text{for alle } i \Rightarrow \\
\left(\sum_i m_i \right) \frac{d^2 x_{cm}}{dt^2} &= \sum_i m_i \left(\frac{d^2 x_{cm}}{dt^2} \right) \\
&= \sum_i \sum_j F_{ij, j \neq i} + \sum_i F_{iy} \\
&= \sum_i F_{iy} \quad (4)
\end{aligned}$$

ligger systemafgrænsningen i, hvad der summeres over i summationerne, og hvilke kræfter, der tilsvarende regnes for henholdsvis systeminterne (F_{ij}) og systemeksterne (F_{iy}). Imidlertid er det langt fra sikkert, at fysikstuderende indforståede med rigtigheden af udledningen (4) er bevidste om, at den til grundliggende systemafgrænsning ikke er der fra naturens hånd. Og det er langt fra sikkert, at de kan besvare topgaven her, fordi de finder udledningen (4) rigtig.

Derimod er det min erfaring, at arbejde med topgaven (og tilsvarende opgaver) kan få de studerende til at interessere sig for og forstå (4) mere dybtgående end før. I det hele taget er læring jo for de fleste en udpræget induktiv proces, hvor abstrakte og generelle afklaringer fremkommer som ordninger af mængder af konkrete og mere håndfaste erfaringer. Hvorimod fysiklærebøgernes oftest deduktive fremstillinger er måden stoffet er present på for den, der har lært det. Derfor er – modsat fysikundervisningstraditionen på universiteterne – opgaverne i breddekurset på RUC forsøgt skudt foran lærebogen i profileringen af kurset.

3. Max Hansen, Sønderborg, har i et brev til KVANT leveret sin besvarelse af opgave 22. Udover at give det simple svar på opgaven, at trækkes mellem vogn 30 og 31 er en fjerdedel af trækkes mellem lokomotivet og første vogn, overvejer MH en længere række eventuelt komplicerende forhold. MH skriver blandt andet:

“Luftmodstanden vil ikke være ens for alle vogne. De første vogne vil have større luftmodstand end de sidste vogne på grund af, at luften rives med af toget, således at hastigheden og mængden af den medfølgende luft vil forøges langs toget. De sidste vogne vil være i læ af de første. Den sidste vogn vil derudover have et større tryk på bagsiden, da den medfølgende luft nu bremses op, og trykket ifølge Bernoulli forøges. Det sidste er en ikke ringe effekt, under gunstige forhold kan denne effekt være så stor at den sidste vogn ville følge med toget, selvom den ikke var fastgjort. Er der lang tid mellem, at der kommer tog, vil skinnerne være forurenet af rust og lignende. Det vil betyde, at de første vogne vil have større modstand end de sidste, da snavset vil blive mast væk af de første og efterlade helt blanke skinner til de sidste. Hjulenes rullemodstand og hastighed afgiver en effekt til skinnerne der opvarmer skinnerne efterhånden som toget passerer. Temperaturændringen ændrer skinnernes komplekse E-modul og tabene vil være forskellige foran og bagerst i toget. Det samme vil i nogen grad være tilfældet for hjulene, hvor de forreste kører på koldere skinner end de bagerste og dermed bliver koldere end de bageste. Da togvognene for en stor del er lavet af magnetisk materiale og der er tale om en lang kæde af magnetisk materiale, vil jordens magnetfelt koncentreres i vognene på en sådan måde at vognene vil tiltrække hinanden. Herved bliver trækkes i trækkrogen mellem de midterste vogne mindre end det ellers ville have været. Denne virkning vil være størst, når toget kører retning nord syd.”

For en jernbaneingeniør må det være afgørende på samme måde som MH så omfattende som muligt at kunne komme i tanke om eventuelt komplicerende forhold. Men vel også at kunne skelne små og store effekter fra hinanden. Umiddelbart vil jeg på linie med MH tro, at virkningerne af de aerodynamiske forskelle ned langs toget, faktisk kan være betydelige. Hvorimod jeg har svært ved at tro, at magnetiseringerne af togvognene skulle have nogen virkning af betydning i opgavesammenhængen. Men jeg vil i øvrigt ikke kommentere indlægget i detaljen. Derimod giver MHs opgavebesvarelse mig anledning til en almen bemærkning om breddeopgavegenren.

Når breddeopgaverne som led i en fysikkuddannelse ofte vedrører virkelige, ikke tænkte, problemstillinger hentet uden for fysikken, skyldes det ikke en opfattelse af, at man kan tackle alle mulige problemer alene ved hjælp af fysik, og at ingeniørvidenskab kan reduceres til anvendt fysik. Valget af de ofte tilsyneladende ingeniørordrede problemer skyldes dels et motiveringshensyn til de studerende, dels at det ønskes illustreret, at fysikkens karakter af teoretisk, forklarende videnskab netop gør den brugbar til at overskue dele af virkeligheden med, og at fysikken ikke er det skolastiske, selvbestemmende system, som den ofte på grund af sit stærkt teoretiske præg ofte forveksles med. Men forståelsen i bund af opgavernes problemstillinger er ikke målet med undervisningen. Opgaverne er et middel til at lære at tænke som fysiker.

23. Darcys lov.

Inden næste nummer af KVANT udkommer kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne breddeopgave (fra sygeeksamen september 1987, nr. 23 i rækken her i KVANT):

I hydrologien beskrives vands strømning i undergrunden ved den såkaldte Darcys lov. Den udsiger, at strømningshastigheden et givet sted er proportional med trykfaldet pr. længdeenhed det pågældende sted. Proportionalitetskonstanten afhænger af, om det f.eks. er ler, sand eller grus, der gennemstrømmes, og den kaldes det pågældende materiales permeabilitet for vand. Permeabiliteten må antages at afhænge af både størrelse, form og sammenpakning af de korn, materialet består af. Hvordan afhænger permeabiliteten af kornstørrelserne i materialer, hvis kornformer og sammenpakningsmåder antages ens? Begrund svaret.

Løsning og kommentar bringes i næste nummer.

Fysikbasen.dk – over 100 fysikforsøg.

FYSIKBASEN.DK er en database med pædagogiske fysikforsøg til lærere på alle trin i undervisningssektoren. Database er delvist baseret på forsøg, der er udviklet og afprøvet af Fysikshowet ved Institut for Fysik og Astronomi på Aarhus Universitet.

I databasen findes over 110 demonstrationsforsøg. Man kan søge efter forsøg ved hjælp af faglige nøgleord og se forslag til korte undervisningsoplæg, der kæder forsøgene sammen. Til forsøgene findes referencer, figurer, billeder, lister over nødvendigt udstyr samt spørgsmål-og-svar sektioner. Flere forsøg vil løbende blive lagt i databasen.

Find f.eks. forsøg med balloner, bowlingkugler, magneter, mikrobølgeovne og meget mere.