

Opgave-hjørnet – Dykkerklokke

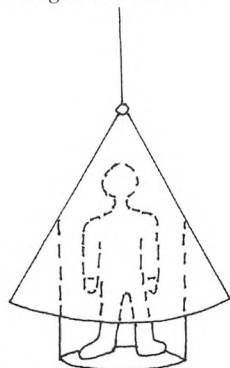
Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, Roskilde Universitetscenter

Her bringes løsning og kommentarer til opgaven fra sidste nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave fra RUC (fra sommerek-samen 1997, nr. 21 i rækken i KVANT):

21. Dykkerklokke

I 1628 kæntrede det svenske flagskib *Wasa* på sin jomfru-rejse i Stockholms havn og sank på 30 m's dybde. Inden dets nøjagtige position gik i glemmebogen i ca. 300 år lykkedes det i 1664 at bjerge 53 af skibets kostbare bronzekanoner. Ved bjergningen benyttedes dykkerklokker, der i princippet så ud som antydnet på figuren, dvs. som et omvendt kræmmerhus i et tov og med et ståbrædt under det.

Hvor højt stod vandet i klokken, når den var sænket ned ved siden af vraket? Begrund svaret.



Figur 1. Dykkerklokke.

Løsning

En vandsøjle på 10 m leverer et tryk på ca. 1 atmosfære. Trykket i 30 m's vanddybde er derfor ca. 4 atmosfærer. Mens trykket ved vandoverfladen jo er ca. 1 atmosfære, altså ca. 1/4 af trykket ved skibsvraket. Hvis vi antager, at temperaturen af luften i klokken er den samme oppe som nede, betyder det ifølge luftarternes tilstandsligning, at det rumfang luften udfylder i klokken, når den er nede ved vraket, er ca. 1/4 af klockens rumfang. Rumfanget af den indesluttede luft i klokken er proportional med afstanden fra vandoverfladen inden i klokken til klockens spids opløftet til tredje potens. Derfor er højden i klokken, hvori man kan trække vejret ved neddykningen, reduceret til 63% af højden før neddykning, idet $(1/4)^{1/3} \cong 0,63$.

Kommentarer

1. Mere realistisk end at antage isotherm sammentrykning af luften i klokken under neddykningen er det måske at gå ud fra, at sammentrykningen sker adiabatisk, altså uden varmeudveksling med omgivelserne. Så får dykkeren lidt mere plads at ånde i. Benyttes Poisson's ligning for adiabatisk ændringer af ideale luftarter med $C_p/C_v = 7/5$ (luftmolekylerne er altovervejende diatomige) fås forholdet mellem de to rumfang at være $(1/4)^{5/7}$ og højden, som dykkeren kan holde næsen oven vande i, fås følgelig til at være 72% af klokkehøjden, idet $(1/4)^{5/7 \cdot 1/3} \cong 0,72$.

Større betydning, end om sammentrykningen sker isotermt eller adiabatisk, har imidlertid klockens form. Hvis den var cylinderformet ville højden over vandoverfladen under neddykning udgøre den samme brøkdel af klokkehøjden som det indesluttede rumfang luft under neddykning udgør af cylinderens rumfang. Dvs. 25% i det isoterme tilfælde og 37% i det adiabatisk ($(1/4)^{5/7} \cong 0,37$). Dykkerne ville altså have haft afgørende mindre manøvrerum i lodret retning i en cylinderformet dykkerklokke end i en kræmmerhusformet og det er vel én af grundene til, at kræmmerhusformen har været foretrukket.

2. Navnet på mit institut på RUC er Institut for studiet af Matematik og Fysik samt deres funktioner i Undervisning, Forskning og Anvendelser (IMFUFA). Udover at instituttet således både beskæftiger sig med faginterne og faganskuende problemer, er det altså også et institut for både matematik og fysik. En ikke sjælden diskussion imellem matematikere og fysikere på instituttet drejer sig om, hvor grænsen går imellem fysikkompetencer og matematikkompetencer. Dykkerklokkeopgaven her er naturligvis klart en fysikopgave. Men hvor meget skulle der egentlig pilles af den for at den ligeså godt kunne regnes for en matematikopgave?

Overvejelser over adiabatisk kontra isotherm processer hører selvfølgelig ikke matematik til. Ved den oprindelige breddemoduleksamen var der i øvrigt heller ikke nogen af de fysikstuderende, der gjorde sig sådanne overvejelser. De regnede alle isotermt. Hvis vi på linie med de fysikstuderende ubegrundet antager, at temperaturen af luften i dykkerklokken er konstant ved neddykningen, kræver løsning af opgaven kombination af følgende tre indsigter: 1) Trykket under en vandsøjle på 10 m er ca. 1 atmosfære. 2) Tryk og rumfang for en indespærret luftmængde varierer omvendt proportionalt, hvis luftens temperatur holdes konstant (Boyles lov). 3) Forholdet mellem rumfangene af to ligedannede tredimensionale legemer er lig med forholdet mellem to tilsvarende lineære udstrækninger i legemerne i tredje potens. Her vil matematikerne så typisk hævde, at kendskab til 1) og 2) og evne til at fremdrage dem til lejligheden forudsætter erhvervet fysikkompetence på universitetsniveau. Der er derfor ikke grund til at forvente, at f.eks. universitetsmatematikstuderende, der ikke har fysik som deres andet fag, skulle kunne løse opgaven. Mens f.eks. jeg typisk vil hævde, at 1) og 2) kan forudsættes som almen viden hos studenter med en matematisk studentereksamen. Og at den store vanskelighed i opgaven nærmere er af anvendt matematisk art. Idet den består i at bevare overblikket ved fremdragelsen og den formelle kombination af 1), 2) og 3) til et svar på opgaven.

Det er oplagt, at kompetencen til at anvende matematik til formaliserende problemløsning er en del af den kompetence, som fysikundervisning tilstræber at udvikle. De fleste af matematikerne på mit institut mener fornuftigvis, at også matematikundervisningen blandt andet bør udvikle formaliserende problemløsningskompetence. Men er realiteten ikke dén, at de udviklede kompetencer fra matematikundervisningen først og fremmest er af ren og ikke anvendt matematisk art, hvis løsningen af dykkerklokkeopgaven er forbeholdt

fysikstuderende? Spørger jeg mine matematikkolleger om.

Inden næste nummer af KVANT udkommer kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne breddeopgave (nr. 22 i rækken her i KVANT):

22. Træk i togvogne

Et godstog har 40 ens vogne og et lokomotiv, der vejer 5 gange så meget som en enkelt af vognene. Hvor stor er kraften, hvormed vognene nr. 30 og nr. 31 trækker i hinanden, i forhold til kraften, hvormed lokomotivet trækker i resten af toget? Begrund svaret.

Løsning og kommentar bringes i næste nummer.

Foreningsnyt – foredrag i efteråret

Astronomisk Selskab

Efterårets foredragsserie har temaet: **Einsteins univers.**

I 1905 havde Albert Einstein sit såkaldte "mirakuløse år", hvor han blandt flere store bedrifter lagde grunden til relativitetsteorien. I den anledning er 2005 udråbt til internationalt fysikår (World Year of Physics), hvor der i mange sammenhænge sættes fokus på Einstein og hans arbejde. I denne foredragsrække vil danske forskere fortælle om Einsteins betydning for udforskningen af universet – fra det allermindste til det allerstørste.

Foredragene – angivet i foredragskalenderen nedenfor (markeret med 'AS') – afholdes i samarbejde mellem As-

tronomisk Selskab, Tycho Brahe Planetarium og Folkeuniversitetet i Århus. De er tilrettelagt af Michael Lindenvørnlé, Kristian Pedersen, Michael Quaade og Bjarne Thomsen.

Selskabet for Naturlærens Udbredelse

Dette efterårs mødeprogram har temaet "Vand – fremtidens ressource". Foredragene (markeret med 'SNU') er beskrevet på www.naturvidenskab.net.

Dansk Geofysisk Forening

Geofysikdagen kommer til at ligge fredag den 11. november. Der vil komme mere information, herunder program og tilmelding, på hjemmesiden: dgf.gfy.ku.dk. Her vil efterårets program også blive annonceret. Har du spørgsmål til foreningen eller vil du gerne meldes ind, kan vi kontaktes via e-mail på dgf@gfy.ku.dk eller kontaktadresserne på hjemmesiden.

Dansk Geofysisk Forenings Rejselegat

Næste ansøgningsfrist er den 1. oktober 2005.

Målgruppe: 2.-dels geofysikstuderende ved KU og AU, som ønsker dækning af registreringsgebyr og rejseudgifter ved deltagelse i konferencer, møder, feltarbejde, udlandsophold eller lignende.

Støtte: Op til 10.000 kr. årligt, der deles ud i flere portioner.

Ansøgning: Skal indeholde beskrivelse af formål, forventet budget, en kopi af bachelorbevis/karakterudskrift samt udtalelse fra vejleder eller lignende. Der skal efterfølgende afleveres en kort redegørelse.

Sendes til: Dansk Geofysisk Forening, Geofysisk Afdeling, Juliane Maries Vej 30, 2100 København Ø.

Foredragskalender				
Dato	Tid	Foredragstitel	Foredragsholder	Forening
Sept.				
5/9	19.15	"Einstein and Black Holes"	Igor Novikov	AS (Kbh)
12/9	19.15	"Einstein and Black Holes"	Igor Novikov	AS (Årh)
19/9	19.30	"Udvikling af bølgeenergianlæg"	Peter Frigaard	SNU
20/9	19.45	"H.C. Andersen og Naturvidenskaben"	Helge Kragh	VHS
26/9	19.15	"Einstein og Gauss"	Jan Teuber	AS (Kbh)
Okt.				
3/10	19.15	"Einstein og Gauss"	Jan Teuber	AS (Årh)
10/10	19.30	"Tsunami-katastrofen i Sydøstasien 2. Juledag 2004"	Erik Schou Jensen	SNU
24/10	19.15	"Mod det uendelige univers – Einstein og den moderne kosmologi"	Steen Hannestad	AS (Kbh)
25/10	19.45	"Fra Grenå til Stockholm: August Kroghs liv og virke"	Anita Kildebæk Nielsen	VHS
31/10	19.15	"Mod det uendelige univers – Einstein og den moderne kosmologi"	Steen Hannestad	AS (Årh)
31/10	19.30	"Jordens vand og drikkevand"	Walter Brüsch	SNU
Nov.				
14/11	19.15	"Relativitetsteorien - fra Galilei til GPS"	Ulrik I. Uggerhøj	AS (Kbh)
21/11	19.15	"Relativitetsteorien - fra Galilei til GPS"	Ulrik I. Uggerhøj	AS (Årh)
21/11	19.30	"Vand: Livets matrice"	Peter Westh	SNU
Dec.				
5/12	19.15	"Albert Einstein – Fysiker, Naturfilosof og Menneske"	Helge Kragh	AS (Kbh)
12/12	19.15	"Albert Einstein – Fysiker, Naturfilosof og Menneske"	Helge Kragh	AS (Årh)
12/12	19.30	"Danmarks drikkevand"	Walter Brüsch	SNU

AS (KBH) = Auditoriet, Juliane Maries Vej 30, 2100 Kbh. Ø; AS (Årh) = Matematisk Inst., Aarhus Universitet, Ny Munkegade, Bygn. 530, 8000 Århus C; SNU = Geologisk Museum, Øster Voldgade 5-7, Kbh. K; VHS = Videnskabshistorisk Selskab, HCØ, aud. 10, Universitetsparken 5, 2100 Kbh Ø (www.math.ku.dk/videnskabshistorie/).