

Vandstandsstigning og husopvarmning

Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, Roskilde Universitetscenter.

I sidste nummer af Kvant bragte vi opgaverne:

15. For at rense en brønd pumpes den tom for vand. Vandtilstrømningen til brønden kan ses at komme fra kilder nær ved bunden. Hvordan stiger vandstanden i brønden efter tømningen, som tiden går? Begrund svaret.

16. Ved ankomsten til et koldt hus tændes elvarmepanelerne. Hvordan ændrer temperaturen sig i huset som funktion af tiden? Begrund svaret.

For at svare på brøndopgaven skal man gøre sig klart, at det - som opgaven er stillet på - ethvert tidspunkt under vandstigningen er forskellen på trykket i bunden af brønden fra det overliggende brøndvand (plus atmosfæren) og trykket i grundvandet i samme højde uden for brønden, der driver vandtilstrømningen. Hvis højden af grundvandsspejlet over bundniveauet for brønden kaldes H og vandstandshøjden i brønden kaldes h , vil vandtilstrømningen til brønden pr. tidsenhed som mest nærliggende tilnærmelse derfor være proportional med $(H - h)$. Da ændringen af vandstandshøjden pr. tidsenhed (forudsat ens tværsnitsareal op igennem brønden) også er proportional med vandtilstrømningen pr. tidsenhed, er udviklingen af h som funktion af tiden derfor givet ved:

$$\dot{h} = k - (H - h) - h(0) = 0 \quad (1)$$

med løsningen:

$$h(t) = H(1 - e^{-kt}). \quad (2)$$

Vandstanden i brønden stiger altså efter tømningen asymptotisk imod det omgivende grundvandsniveau på samme måde som spændingen over en kondensator under opladning stiger imod opladningsspændingen. Den karakteristiske tid, $1/k$, afhænger af brøndens tværsnitsareal, tyngdeaccelerationen, vandets massefylde og vandets viskositet, som er kendte størrelser, men også af geometrien af tilløbet, som vi ikke ved noget om.

Den anden opgave drejer sig om et energiregnskab. Kaldes effekten af elvarmepanelerne i huset for W , husets varmekapacitet for C , temperaturen inde i huset for T_i og temperaturen udenfor for T_u , har vi:

$$C \frac{dT_i}{dt} = W - K(T_i - T_u); T_i(0) = T_u \quad (3)$$

som energiregnskabet: Varmen fra elpanelerne går dels til at varme huset op, dels til at erstatte den varme, der siver ud af huset. Varmeudsvivningen er som nærliggende tilnærmelse sat til $K(T_i - T_u)$, hvor K så er en karakteristisk isoleringskonstant for huset. Ligningen er matematisk set magen til (1), og har derfor også

en løsning, som ved opladningen af en kondensator:

$$T_i(t) - T_u = \frac{W}{K} \cdot (1 - e^{-(K/C)t}) \quad (4)$$

Her er den karakteristiske tid altså givet ved C/K . Det tager længere tid at opvarme et stenhus (stor C) end et træhus (lille C). Da vi kender W , kan vi ved at måle temperaturstigningen i huset som funktion af tiden bestemme C og K for huset.

Kommentar

I efterskriftet fra 1969 til sin meget refererede bog "Videnskabens Revolutioner" karakteriserer Thomas Kuhn fag ved deres såkaldte "faglige matrix" (i første omgang brugte han begrebet "paradigme" til også at karakterisere fag). En afgørende ingrediens i et fags matrix er en række "eksemplarer", konkrete problemløsninger, som fagets udøvere via deres uddannelse er fælles om, og som kan tjene som forbilleder for en større klasse af problemløsninger. "Opladningen af en kondensator" er, som jeg ser det, et sådant eksemplar i faget fysik. Og opgaverne om vandstandsstigning og husopvarmning og løsningen af dem er eksempler på den større klasse af problemløsninger eksemplaret hører sammen med. Sammen med svaret på, hvordan hastigheden af en faldende regndråbe, udsat for luftmodstand, ændrer sig med tiden. Og.... Og....

Fælles for eksemplerne er, at en størrelse (kondensatorens ladning eller spænding, brøndvandstanden, temperaturforskellen mellem inde og ude, dråbens faldhastighed), fra i udgangspunktet at være 0, ændrer sig imod en konstant (kendt eller ukendt) slutværdi. Denne konstante slutværdi er givet ved en eller anden ligevægtsbetingelse, hvor en ændring ikke mere kan finde sted (kondensatorspænding = opladningsspænding, brøndvandstanden på højde med grundvandsspejlet, varmeudsivning fra huset = varmelevering fra el-panelerne, gnidningskraft = tyngdekraft). Endelig er tempoet, hvormed størrelsen ændrer sig, proportional med størrelsens afvigelse fra den konstante slutværdi. Eksemplerne lader sig altså alle matematisk sammenfatte på formen:

$$\frac{dS}{dt} = k \cdot (S_k - S); S(0) = 0 \quad (5)$$

med løsningen:

$$S(t) = S_k(1 - e^{-kt}) \quad (6)$$

I Kuhns tankegang til forklaring af "videnskabelige samfund" og "videnskabens revolutioner" er tilegnelsen af det videnskabelige samfunds fælles række af eksemplarer afgørende i uddannelsen til at blive et af samfundsmedlemmerne. Og tilegnelsen drejer sig eksempelvis i tilfældet "opladningen af en kondensator" om mere end at kunne reproducere lærebogsstof i elektricitetslære og om mere end at kunne finde løsningen til (5). En færdiguddannet fysiker er nærmere karakteriseret ved, at eksemplaret er tilegnet til et niveau, så

vandstandsstigningen og husopvarmningen kan identificeres som analoge til kondensatoropladningen.

Hvor mange eksemplarer skal der så tilegnes i løbet af en fysikuddannelse ifølge Kuhn? 8? Eller 3500? Det er hans begreb ikke skarpt nok til – eller ment til –, at svare på. Det afgørende for ham er at tydeliggøre, at et videnskabeligt samfund er bærere af en faglig matrix (eller paradigme), som også udgør den kultur, der holder det videnskabelige samfund sammen. Og at den faglige matrix, paradigmet, kulturen ikke alene kan aflæses ud af lærebøgerne og forskningsartiklerne eller emnerne og teorierne, men i høj grad også drejer sig om tillærte anskuelsesmåder.

Jeg ved ikke, hvor rimeligt det er at anvende Kuhns tankegang på videnskabsfag i almindelighed. Kuhn er selv uddannet fysiker. Og næsten alle hans eksempler er fra fysik og kemi. Men i forhold til fysik, synes jeg, at han i høj grad rammer plet. Og blandt andet derfor har jeg også bidraget til udviklingen af "Breddekurset" i fysik på RUC i en retning, hvor eksemplariske opgaver som de to i artiklen her skydes foran pensum. Opgaver er eksemplariske, når arbejdet med dem inviterer til tilegnelsen af et eksemplar, et mønstereksempel, der viser vej til noget alment i faget. I stedet for at tilrettelægge undervisningen som først og fremmest teori-gennemgang, hvor tilegnelsen af de Kuhnske eksemplarer sker som en sidevirkning, sigter undervisningen på Breddekurset via opgaverne mere direkte på denne tilegnelse.

Varmeudvikling i stik

Inden næste nummer af Kvant udkommer, kan læserne overveje løsningen til denne opgave (nr. 17, fra sommereksamen 2003):

I en stikkontakt, hvortil der er tilsluttet en vandvarmer, sker der en varmeudvikling på grund af en løslig forbindelse i stikkontakten. Hvor stor varmeudvikling kan komme på tale? Begrund svaret.

Løsning og kommentar til opgaven bringes i næste nummer af bladet.

Dansk Geofysisk Forenings Rejselegat

2.-dels geofysikstuderende ved KU og AU kan søge DGF om støtte til registreringsgebyr og rejseudgifter ved deltagelse i konferencer, møder, feltarbejde og lign. Der uddeles årligt op til 10.000 kr. i flere portioner.

Ansøgningen skal indeholde formål, budget, kopi af bachelorbevis og karakterudskrift, samt udtalelse fra vejleder eller lign. Der skal efterfølgende afleveres en kort redegørelse. Ansøgning skal indsendes senest den **1. april 2004** til Dansk Geofysisk Forening, Geofysisk Afd., Juliane Maries Vej 30, 2100 København Ø.