til S34 for at se bygninger og anden infrastruktur på linjen. Lufthavnen bruger imidlertid lokale koordinater fra før revisionen. Skinner og perron passer derfor ikke sammen og det opdages først efter arbejdet påbegyndes. Den slags problemer løses vistnok i Højesteret.

Konklusion

KMS vedtog at redefinere S34 ved potensrækker af 13. grad og 210 led, som hvert ændrede retnings- og afstandskorrektionerne, så S34 ikke kan bruges over længere afstande. Referaterne fra debatten i "Rådet for Danmarks Geografiske Referencenet" viser, at mine forslag om at forbedre S34 med små korrektioner ikke blev behandlet. De kunne have sparet samfundet for meget besvær og kostbare omlægninger [6]. Der argumenteres kraftigt mod at indføre for mange systemer, men ironisk nok indfører KMS DKTM kort tid efter med centralmeridianerne 9° og 10° overlappende systemer, der gør Jylland/Fyn ret kaotisk.

Litteratur

[1] L.K. Kristensen (2004) "Retvinklede koordinaters historie", *Landinspektøren*, Nr. 1, side 34–42.

[2] O. Jacobi (2008) "Skal System 34 pensioneres?", *Landinspektøren*, Nr. 1, side 10–13.

[3] A.S. Kristensen (2006) "Historien om det digitale matrikelkort (1989-93)", *Landinspektøren*, Nr. 2, side 82–87.

[4] L.K. Kristensen (2006) "Overgangen fra S34 til EUREF89", *Landinspektøren*, Nr. 2, side 71–74.

[5] L.K. Kristensen (2021) "Hvilke kortprojektioner bruges i dag?", *Trafik & Veje*, April, side 54–56.

[6] A.S. Kristensen (2004) "Fremtidens reference systemer (debat)", *Landinspektøren*, Nr. 1, side 43–46.

Leif Kahl Kristensen er mag.scient. og lektor emeritus fra Aarhus Universitet og var i 1961 den første kandidat i teoretisk fysik fra Det fysiske Institut. Arbejdede i en årrække med almindelig relativitetsteori og bidrog til Astronmischen Rechen-Instituts (Heidelberg) forbedring af fiksstjerne positioner. Det har mange ligheder med geodæsi.

Overfladespænding – breddeopgave 112 og 113 med didaktiske kommentarer

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, INM, RUC.

Her bringes løsninger og kommentarer til opgaverne fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaverne i sidste nummer af Kvant var disse breddeopgaver (nr. 112 og 113 her i Kvant):

Figur 1. Appelsiner og citroner. Foto: Wikimedia Commons.

Breddeopgave 112 og 113. Overfladespænding

En vanddråbe svinger imellem at være appelsinformet og citronformet (figur 1). Hvordan afhænger svingningstiden af dråbens størrelse? Begrund svaret.

Ved elektrostatisk maling sprøjtes små dråber maling påført elektriske ladninger mod det jordede metalemne, der skal males. For meget påført ladning på en dråbe fører til, at den eksploderer. Hvordan afhænger den maksimale ladning, en dråbe kan eksistere med uden at eksplodere, af dråbens størrelse? Begrund svaret.

Løsninger

1. Når den svingende vanddråbe er appelsinformet, eller når den er citronformet, er dens potentielle energi øget i forhold til, når den er kugleformet. Til gengæld har den, til forskel fra, hvis den ikke svingede, kinetisk energi, når den er kugleformet. Den svingende regndråbes øgede energi svinger mellem at være potentiel energi i de to yderformer og kinetisk energi, når dråben er kugleformet. Da den potentielle energi afhænger af vandets overfladespænding γ, og den kinetiske energi afhænger af vandets densitet ρ, må svingningstiden τ derfor være en funktion af γ og ρ, udover af dråbens radius r. Idet vi regner vandet for usammentrykkeligt, er det svært at komme i tanke om andre styrende inputparametre. Formlen for τ må da findes blandt:

$$\tau = k \cdot \gamma^\alpha \cdot \rho^\beta \cdot r^\delta, \tag{5}$$

hvor k er dimensionsløs, og α, β og δ skal sikre, at begge sider af lighedstegnet har dimensionen tid (T). Da γ er en kraft per længde, har vi $[\gamma] = \mathrm{MT}^{-2}$, og tidsdimensionen kræver da $\alpha = -\frac{1}{2}$. Med $\beta = \frac{1}{2}$ elimineres massedimensionen. Endelig forsvinder længdedimensionen med $\delta = \frac{3}{2}$. Den søgte formel kan således indkredses til at have udseendet:

$$\tau = k \cdot \sqrt{r^3\rho/\gamma}. \tag{6}$$

Parameteren k kan i princippet, udover slet og ret at være et tal, være en dimensionsløs funktion af et dimensionsløst potensprodukt af r, γ og ρ, hvis et sådant findes. I det tilfælde ville opgaven ikke kunne besvares ved dimensionsanalyse. Men r, γ og ρ lader sig ikke kombinere til en dimensionsløs størrelse. Derfor er k blot et ukendt tal, og svaret på opgaven er således, at vanddråbens svingningstid afhænger af dens radius i potensen 3/2.

2. Det er overfladespændingen γ, der holder en dråbe maling sammen, før den eksploderer. Påføres dråben ladningen q, vil det ifølge Coulombs lov få dens dele til at frastøde hinanden proportionalt med q^2/ε_0, hvor ε_0 er dielektricitetskonstanten i vakuum. Grænsen q_{maks}, hvor frastødningen får overfladen til at briste, er derfor, udover af dråbens størrelse r, bestemt af γ og ε_0. Vi søger derfor en ukendt formel blandt:

$$q_{maks} = k \cdot \gamma^\alpha \cdot \varepsilon_0^\beta \cdot r^\delta. \tag{7}$$

Vi vil benytte længde L, tid T, masse M og ladning Q som indbyrdes uafhængige basisdimensioner. Af Coulombs lov ses $\mathrm{M\ L\ T}^{-2}[\varepsilon_0] = \mathrm{Q}^2\ \mathrm{L}^{-2}$ og heraf $[\varepsilon_0] = \mathrm{M}^{-1}\ \mathrm{L}^{-3}\ \mathrm{T}^2\ \mathrm{Q}^2$. Da $[\gamma] = \mathrm{M\ T}^{-2}$ fås heraf $[\gamma\varepsilon_0] = \mathrm{L}^{-3}\ \mathrm{Q}^2$ og $[\gamma\varepsilon_0 r^3] = \mathrm{Q}^2$. Da ε_0, γ og r ikke kan kombineres til en dimensionsløs størrelse, ses derfor, at den ukendte søgte formel for q_{maks}, bortset fra den ukendte talværdi for k, af dimensionsgrunde må være:

$$q_{maks} = k \cdot \sqrt{\varepsilon_0\gamma r^3}. \tag{8}$$

Som svar på opgaven afhænger q_{maks} for dråben af maling, ligesom τ for vanddråben, af dråbens radius i potensen 3/2.

Kommentarer

1. Det oprindelige Breddekursus i fysik på RUC går nu under navnet Problem Solving in Physics. Dels fordi undervisningen er skiftet til at foregå på engelsk. Dels for at betone det kompetencerettede formål med kurset, som vi lidt flot annoncerer som at lære de studerende at tænke som fysikere. Derfor er samlingen af tidligere eksamensopgaver det primære fokus, medens lærebog og noter fungerer supplerende. Men det er stadig, udover at lære de studerende at tænke som fysikere, også et formål at lære dem fysik i bredden. Vi har således tidligere inkluderet lidt om overfladespænding i pensum af hensyn til emnets betydning for nanofysik og biofysik.

2. Dimensionsanalyse kan bruges til kontrol af matematisk, analytisk udledte fysiske formler. Eller som metaanalyse af, hvilket udfaldsrum ukendte formler er begrænset til at falde i, hvis/når de lader sig udlede matematisk, analytisk.

For at vælge de inputvariable, som outputvariablen i en formel må afhænge af, fx γ, ρ og r som bestemmende for τ, og fx γ, ε_0 og r som bestemmende for q_{maks}, er det udover fysisk intuition vigtigt at kunne skelne imellem variable og parametre i de matematiske analytiske udregninger, hvis udfaldsrum, man vil finde ved dimensionsanalyse. Ved de normale matematisk-fysiske udregninger afhænger facit kun af de indgående parametre, ikke af benyttede variable undervejs. For at foretage metaanalysen, må vi derfor forestille os hvilke parametre, der er i spil i de ukendte matematisk-fysiske udregninger, som metaanalysen er meta i forhold til. Blandt parametrene skal medtages de naturkonstanter, der indgår i problemet, jf. ε_0. Dimensionerne af de indgående fysiske størrelser og hvilke naturkonstanter, der skal indgå, afhænger af, hvilket system af basisstørrelser, der vælges som grundlag for de matematisk-fysiske udregninger.

3. Jeg kender ikke til matematisk-analytiske løsninger til de to opgaver og er umiddelbart kun i stand til at løse dem dimensionsanalytisk som anført.

Jeg går ud fra, at der i litteraturen findes matematisk-analytiske udregninger af vanddråbers egen-svingninger med forskellige svingningstider svarende til forskellige talværdier af k i ligning (2). Dimensionsanalysen kan ikke levere værdien af k. Men den fortæller, at svingningstiderne for de forskellige egen-svingninger, med varierende værdier af k, alle må afhænge af r, ρ og γ som angivet i ligning (2).

Måske er problemet med den eksploderende dråbe maling, som skyldes Poul Winter Andersen, også behandlet matematisk-fysisk i litteraturen? For mig ser problemet umiddelbart svært ud at løse matematisk-fysisk. Kvalitativt er der mikroskopisk tale om, at overfladespænding skyldes, at molekylerne i overfladen trækkes indad i dråben på grund af de asymmetrisk fordelte Coulombkræfter på overflademolekylerne fra de omgivende molekyler. Eksplosionen sker så, når frastødningen på overflademolekylerne fra den tilførte overskudsladning på alle dråbens molekyler overstiger denne tiltrækning. Ved løsningen vil dielektricitetskonstanten ε i maling skulle indgå i stedet for ε_0, dielektricitetskonstanten i vakuum. Så længe vi kan regne de to dielectricitetskonstanter for proportionale, spiller det ikke nogen rolle for udseendet af ligning (4), da det blot vil føre til en justeret værdi af k.

Breddeopgave 114. Minigolf

Inden næste nummer af Kvant udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne opgave fra breddekurset på RUC (fra eksamen august 2013, nr. 114 i rækken her i Kvant):

Hvor stor en fart skal en minigolfkugle, der ruller hen imod et lodret loop, mindst have for at rulle rundt i loopet uden at falde ned? Begrund svaret.

Løsning og kommentar bringes i næste nummer af Kvant.