Fluksreglen
– Breddeopgave 98 og 99 med didaktisk kommentar

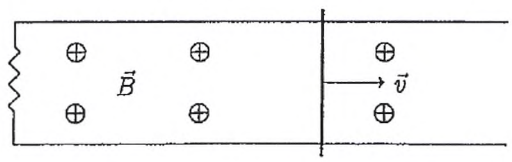
Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, INM, RUC

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsninger og kommentar til opgaverne fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaverne i sidste nummer af Kvant var disse breddeopgaver (nr. 98 og 99 i rækken her i Kvant):

Breddeopgave 98 og 99. Fluksreglen

En metalstang trækkes mod højre på et par glatte metalskinner anbragt i et magnetfelt som antydet på figuren. Hvordan ændrer dens hastighed sig med tiden, når den slippes? Begrund svaret.



Hvordan afhænger selvinduktionskoefficienten for en spole med en given størrelse af antallet af vindinger? Begrund svaret.

Løsninger

For at svare på den første af opgaverne vil vi anvende fluksreglen, at *en varierende magnetfelt-fluks gennem et elektrisk kredsløb genererer en elektromotorisk kraft i kredsløbet lig med fluksændringen per tid.* Der er en øget fluks igennem det skitserede kredsløb på figuren med det homogene og konstante magnetfelt, fordi kredsløbsarealet, magnetfeltet gennemtrænger, ændrer sig, når metalstangen bevæges mod højre. Med d for afstanden imellem skinnerne og figurens betegnelser er den herved genererede elektromotoriske kraft ε givet ved:

$$\varepsilon = dBv. \tag{1}$$

Når metalstangen slippes, bremses den af Lorenzkraftens magnetfeltsbidrag som følge af ladningsstrømmen i den. Kaldes stangens masse M, ladningstætheden af den strømmende ladning i den ρ, dens tværsnitsareal A, og ladningernes hastighed u, har vi:

$$M\frac{dv}{dt} = -\rho dAuB. \tag{2}$$

Da ladningsstrømmen I i kredsløbet er lig med ρAu, kan den højre side af ligning (2) omformuleres til $-dIB$. Og da $\varepsilon = RI$, hvor R er den på figuren antydede modstand i kredsløbet, kan højresiden yderligere omformes til $-d(\varepsilon/R)B$. Endelig får den højre side af ligning (2), når ligning (1) indsættes heri, udseendet $-(d^2B^2/R)v$. Bevægelsesligningen for opbremsningen af metalstangen, når den slippes, er altså:

$$M\frac{dv}{dt} = -\frac{d^2B^2}{R}v. \tag{3}$$

Svaret på opgaven er derfor, at metalstangens hastighed med tiden ændrer sig eksponentielt aftagende, når den slippes. Kaldes hastigheden, når den slippes, for $v(0)$, sker det således:

$$v(t) = v(0)\exp\left(-\frac{d^2B^2}{R}t\right). \tag{4}$$

For at svare på den anden opgave vil vi igen anvende fluksreglen. Spolen har et fast tværsnitsareal A. Til gengæld skabes der et varierende magnetfelt B i den, når der løber vekselstrøm i dens ledning. Og derfor en varierende fluks $A\frac{dB}{dt}$. Ifølge fluksreglen er den genererede elektromotoriske kraft i hver af spolens vindinger derfor:

$$\varepsilon = A\frac{dB}{dt}. \tag{5}$$

For at finde størrelsen af magnetfeltet i spolen vurderes linjeintegralet af B langs en lukket kurve, der går igennem spolen og er i stor afstand fra spolen uden for den. Da magnetfeltet er svagt på lang afstand fra spolen, er værdien af linjeintegralet tilnærmelsesvist lB, hvor l er længden af spolen. Ifølge Ampères lov er linjeintegralet af B langs kurven lig med den magnetiske konstant μ_0 gange ladningsstrømmen gennem arealet omsluttet af den lukkede kurve. Da strømmen I i spolens vindinger går n gange igennem fladen, hvis n er antallet af vindinger i spolen, er ladningsstrømmen gennem fladen nI. Ifølge Ampères lov har vi derfor:

$$lB = \mu_0 nI. \tag{6}$$

Den samlede elektromotoriske kraft i spolens n vindinger er n gange den elektromotoriske kraft genereret i hver vinding, jf. ligning (5). Ved indsættelse af ligning (6) differentieret fås:

$$n\varepsilon = n^2\mu_0\frac{A}{l}\frac{dI}{dt}. \tag{7}$$

Indsættes spolen i et kredsløb, vil denne samlede genererede elektromotoriske kraft fungere som en modspænding. Selvinduktionskoefficienten L i kredsløbet er da faktoren foran dI/dt i ligning (7):

$$L = n^2 \mu_0 \frac{A}{l}. \tag{8}$$

Svaret på den anden opgave er derfor, at selvinduktionskoefficienten for en spole med fastholdt A og l er proportional med spolens antal af vindinger kvadreret.

Kommentar

De to opgaveløsninger forekommer verden rundt som gennemregnede eksempler i lærebøger beregnet for indledende universitetsundervisning i fysik. Her er de svar på eksamensspørgsmål stillet ved kursus nummer to i fysisk problemløsning sent i fysikuddannelsen på RUC forud for specialet. Hvordan hænger det sammen?

For det første kan der ikke skrives af efter lærebogen til eksamen. Hjælpemidler er ikke tilladt ved den skriftlige 4 timers prøve, bortset fra et på begge sider beskrevet A4-ark efter den studerendes eget valg. Og pensum ved prøven i Fysisk problemløsning II er stort. Det dækker som en afrunding både det, der har været på programmet ved Fysisk problemløsning I på bachelorniveauet og Fysisk problemløsning II på kandidatforløbet. Tilsammen dækker de to kurser fysik i bredden, så længe fysikken ikke bliver for matematisk kompliceret. Så der er kun plads til de få helt centrale formler på A4-arket.

For det andet – og vigtigere – er udfordringen for de studerende anderledes end ved en eksamen i et af fysikkens delemner i forlængelse af undervisning i delemnet. De skal have fået nogle grundforståelser under huden for at kunne aktivere dem senere i situationer, der kræver nytænkning af dem. Udenadslære er utilstrækkeligt som eksamensforberedelse, det store pensum taget i betragtning. Eksamenerne i Fysisk problemløsning I og Fysisk problemløsning II anses af de studerende for svære, men relevante.

Vi undervisere er glade, når vi finder på opgaver, formuleret i dagligdags sprog, hvis løsning kræver kombination af fysikforståelser fra forskellige af fysiks delemner. Det udfordrer de studerendes evner til at bevæge sig ud over reproduktion af lærebogen. Men de to opgaver her er formuleret i fagsprog og hører tydeligvis til delemnet elektrodynamik. Det sker oftere for os i sammenhæng med elektrodynamik og for eksempel relativitetsteori end i tilknytning til fx mekanik, hydrodynamik og termodynamik, hvis indhold ligger tættere på dagligdagsoplevelser. Men eksamensformen og det brede pensum hjælper til, at vi også i sammenhæng med elektrodynamik og relativitetsteori udfordrer de studerendes evner til at bevæge sig ud over reproduktion af lærebogen.

Ved løsningen af de to opgaver har jeg begge gange benyttet fluksreglen. Det ses i ligning (1) for den første opgaves vedkommende og i ligning (5) for den anden opgaves vedkommende. Ved det første problem skyldes fluksændringen, at noget af kredsløbet bevæger sig. Ved det andet problem er kredsløbets position i rummet fast, medens magnetfeltet ændrer sig. Fluksreglen vil også kunne anvendes, når både kredsløb og magnetfelt ændrer sig på én gang. Ikke desto mindre sammenfatter reglen to af hinanden uafhængige lovmæssigheder. Ligning (1) skyldes magnetfeltets påvirkning af metalstangens ladninger via Lorentzkraftens magnetfeltsbidrag som følge af stangens bevægelse. Hvorimod ligning (5) skyldes påvirkningen fra det elektriske felt, der, ifølge den af Maxwells ligninger, der også går under navnet Faradays lov, dannes langs en fast lukket kurve i rummet i sammenhæng med magnetiske fluksændringer gennem den flade, kurven indhegner.

Feynman opsummerer situationen vedrørende fluksreglen således [1]:

> We know of no other place in physics where such a simple and accurate general principle requires for its real understanding an analysis in terms of two different phenomena. Usually such a beautiful generalization is found to stem from a single deep underlying principle. Nevertheless, in this case there does not appear to be any such profound implication. We have to understand the "rule" as the combined effects of two quite separate phenomena.

Breddeopgave 100. Vindmøller sommer og vinter

Inden næste nummer af Kvant udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne opgave fra breddekurset på RUC (fra eksamen juni 2020, nr. 100 i rækken her i Kvant):

Vindmøllers strømproduktion afhænger ikke kun af, hvor meget det blæser, men også af, hvor koldt det er. Hvor stor er den procentvise forskel mellem produktionen en kold vinterdag og en varm sommerdag i Danmark med samme vindstyrke? Begrund svaret.

Løsning og kommentar bringes i næste nummer af Kvant.

Litteratur

[1] R.P. Feynmann, R B. Leighton og M. Sands (1964) "The Feynmann Lectures on Physics", Addison-Wesley, Reading, Bind **II**, side 17-2.