Referencer

1. A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik* **322**, 891–921 (1905).
2. J. Weber, K. Hansen, M.-W. Ruf, H. Hotop, Penning ionization of C_{60} and C_{70}. *Chemical Physics* **239**, 271–286 (1998).
3. E. Campbell, K. Hansen, K. Hoffmann, G. Korn, M. Tchaplyguine, M. Wittmann, I. Hertel, From above threshold ionization to statistical electron emission: the laser pulse-duration dependence of C 60 photoelectron spectra. *Physical Review Letters* **84**, 2128–2131 (2000).
4. K. Hansen, K. Hoffmann, E. Campbell, Thermal electron emission from the hot electronic subsystem of vibrationally cold C 60. *The Journal of Chemical Physics* **119**, 2513–2522 (2003).
5. K. Hansen, R. Richter, M. Alagia, S. Stranges, L. Schio, P. Salén, V. Yatsyna, R. Feifel, V. Zhaunerchyk, The title of the work. *Physical Review Letters* **118**, 103001–103005 (2017).

Rutsjende dug
- breddeopgave 73 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, INM, RUC.

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er - udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse - dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentar til opgaven fra forrige nummer samt to nye opgaver. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave (nr. 73 i rækken her i KVANT):

Breddeopgave 73: Rutsjende dug

Hvornår rutsjer en dug, et tov eller lignende ned af bordet, som dugen m.m. ligger på tværs af med ulige lange nedhæng til to modstående sider? Begrund svaret.

Løsning

Hvis dugen hænger stykket x mere ned til den ene side end til den anden side, er der et ekstra træk i dugen til denne side i forhold til trækket fra den anden side på $\rho x g$, hvor ρ er massen af dugen per længde dug, og g er tyngdefeltstyrken. Så længe dugen ikke rutsjer, modvirkes dette ekstra træk af den statiske gnidningskraft G imellem bordet og dugen, $G \leq \mu N$, hvor μ er den statiske gnidningskoefficient imellem dug og bord, og N er normalreaktionen imellem bord og dug. Da dugen ikke bevæger sig i lodret retning må N være lig med $\rho b g$, hvor b er bredden af bordet. Når $\rho x g$ bliver større end $\mu N = \mu \rho b g$, kan gnidningskraften ikke længere holde dugen på plads. Dugen rutsjer altså, når

$$x > \mu b. \tag{2}$$

Kommentar

Opgaven var tænkt brugt som eksamensopgave, idet vi forestillede os opgaven løst mere eller mindre sådan. Men opgaven blev opgivet som eksamensopgave, fordi denne måde at besvare opgaven på er forkert.

Den afgørende fejl er, at det underforstået er antaget, at strækspændingen i dugen forplantes uændret rundt om kanterne på bordet, svarende til den måde snorkraften for et tov rundt om en trisse forplantes. Men sådan er situationen ikke ved runding med statisk gnidning. Lad os regne på, hvordan snorkraften i et belastet tov varierer, når det er viklet omkring en pæl, i grænsen hvor tovet netop ikke skrider om pælen.

Der regnes differentielt: Snorkraftens størrelse ved vinklen φ kaldes $S(\varphi)$, og størrelsen ved vinklen $\varphi + d\varphi$ tilsvarende $S(\varphi + d\varphi)$. De to snorkræfter, som trækker i tovstykket mellem φ og $\varphi + d\varphi$, er ikke modsatrettede. Langs midtnormalen til tovstykket har de tilsammen en komposant rettet imod pælens midterakse af omtrentlig størrelse $S(\varphi)d\varphi/2 + S(\varphi + d\varphi)d\varphi/2 \approx S(\varphi)d\varphi$, som i ligevægt må være lig med normalreaktionen fra pælen på tovstykket. Vi sætter φ lig 0, hvor snorkraften er størst, og regner φ positiv i den retning, hvor $S(\varphi)$ aftager. Den tangentielle ligevægtsbetingelse i grænsen for maksimalt opnåelig statisk gnidning er da $S(\varphi + d\varphi) - S(\varphi) \approx -\mu S(\varphi)d\varphi$ eller $dS(\varphi)/d\varphi = -\mu S(\varphi)$ med løsningen

$$S(\varphi) = S(0)\exp(-\mu\varphi). \tag{3}$$

(På side 19 i Eivind Hiis Hauge og Jon Andreas Støvneng: Grundlæggende fysik, Tapir Akademisk Forlag, Tronheim 2010, findes en mere udførlig udledning.)

Ligning (3) forklarer, hvorfor en matros ved hjælp af en fortøjningspæl kan holde et krydstogtsskib på plads.

Tovet behøver ikke blive viklet særlig mange gange rundt om fortøjningspælen, før matrosens træk i tovet, $S(\varphi)$, er radikalt mindre end tovets træk i skibet, $S(0)$. For den rutsjende dug betyder ligning (3), at der ikke kan ses bort fra gnidningen imod bordkanterne, som vi umiddelbart gjorde.

For at løse opgaven må vi analysere fem dele af dugen hver for sig. Vi kalder dugens længde l, bordets bredde b, nedhænget modsat rutsjesiden y, og nedhænget i rutsjesiden $y + x$ og har så:

1. For den del, der hænger ned i rutsjesiden, gælder: tyngden af delen medfører, at "dugkraften" ved bordkanten er $S_1 = \rho g(y + x)$.

2. For delen omkring bordkanten i rutsjesiden gælder ifølge ligning (3): $S_1^* = S_1 \exp(-\mu\pi/2)$, hvor S_1^* er den vandrette "dugkraft", der fra rutsjesiden trækker i den del af dugen, der er på bordet.

3. For den del, der hænger ned modsat rutsjesiden gælder: $S_2 = \rho g y$ for dugkraften ved bordkanten som følge af tyngden af nedhænget.

4. For delen omkring bordkanten modsat rutsjesiden gælder ifølge ligning (3): $S_2^* = S_2 \exp(\mu\pi/2)$, hvor S_2^* er den vandrette dugkraft, der fra ikke-rutsjesiden trækker i den del af dugen, der er på bordet. S_2^* er større end S_2, fordi de statiske gnidningskræfter er rettet modsat den potentielle rutsjeretning

5. For delen af dugen på bordet gælder i grænsen for maksimal statisk gnidning: $S_1^* - S_2^* = \mu\rho g b$.

Ved indsætning heri fås: $\rho g(x + y)\exp(-\mu\pi/2) - \rho g y \exp(\mu\pi/2) = \mu\rho g b$. Da $l = y + b + (y + x)$, og derfor $y = (l - b - x)/2$ og $y + x = (l - b + x)/2$, kan x af denne ligning findes til at være:

$$x = \frac{2\mu b + (l - b)(\exp(\mu\pi/2) - \exp(-\mu\pi/2))}{\exp(\mu\pi/2) + \exp(-\mu\pi/2)}, \quad (4)$$

og det er jo et ganske andet svar på opgaven end det givet ved ligning (2). I grænsen $\mu\pi/2 \ll 1$ har vi $x = \mu(b + (l - b)\pi/2)$. Hvis vi samtidig også er i grænsen $l - b \ll b$, når vi frem til ligning (2).

Ved besvarelsen er det benyttet, at grænsen for maksimal statisk gnidning nås samtidigt for delene 2, 4 og 5. Hvis den statiske gnidningskraft lokalt har nået grænsen for sin ydeevne vil, dugen stadig ligge fast, hvis det ikke er tilfældet på andre lokaliteter. Først når der ikke er nogen steder, hvor gnidningskraften ikke har nået maksimal ydeevne, rutsjer dugen.

Alt i alt er opgaven - i modsætning til, hvad vi tænkte i udgangspunktet - for vanskelig til at kunne bruges som breddeopgave til eksamen. I almindelighed kan det være svært at ramme niveauet ved fabrikation af eksamensopgaver. De kan både være for lette og for svære i forhold til den aktuelle eksamen. Med de åbent formulerede breddeopgaver er der en særlig risiko for at ramme et forkert niveau, eller måske direkte ramme forbi med et forkert stillet problem, fordi problemerne netop ikke, via formalisering, er placeret i et velkendt løsningsterræn. Breddeopgavegenren stiller derfor krav til opgavestillernes faglige overblik. Og krav til deres villighed til at risikere at begå faglige fejl, selvom fejl selvfølgelig forsøges undgået.

Breddeopgave 74 og 75. Usikkerhedsrelationen og Bohr radius

Inden næste nummer af KVANT udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til disse to opgaver fra breddekurset på RUC (fra den indledende opgavesamling i 1976, nr. 74 i rækken her i KVANT, og fra eksamen august 1983, nr. 75 i rækken her i KVANT):

74. *Synes det ræsonnabelt at forestille sig neutronen som opbygget af en elektron og en proton holdt sammen af elektrostatiske kræfter? Begrund svaret.*

75. *Efter Rutherfords opdagelse af, at atomer ikke er kompakte, men består af tomt rum med en positiv ladet kerne af meget ringe udstrækning og derom kredsende elektroner med endnu mindre udstrækning (må man forestille sig), fremstår det som en gåde, at stof ikke kollaberer ved, at elektronerne trækkes ind til deres kerner, således at atomerne skrumper ind. Hvorfor sker det ikke? Begrund svaret.*

Løsninger og kommentar bringes i næste nummer af KVANT.