

Relativistisk bordtennis og neutronabsorption

– breddeopgaver 47 og 48 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, NSM, RUC

Mit formål med artikelsekserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsninger og kommentar til opgaverne fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaverne i sidste nummer af KVANT var disse breddeopgaver fra RUC (nr. 47 og 48 i rækken her i KVANT):

Breddeopgave 47 og 48. Relativistisk bordtennis og neutronabsorption

Et bat bevæges imod en bordtennisbold kastet op til serv. Find ved en relativistisk beregning farten af bordtennisbolden umiddelbart efter at være blevet stødt til af battet. Begrund svaret.

En neutron med stor fart absorberes af en hvilende atomkerne. Med hvilken fart bevæger den nye atomkerne sig herefter? Begrund svaret.

Løsninger

47. Lad os kalde farten battet bevæges med for v . Set fra battets system, der altså bevæger sig med farten v i forhold til bordtennisbordet, bevæger bordtennisbolden sig med den samme fart v i modsat retning før sammenstødet med battet. Idet battet regnes for tungt og vi regner stødet for elastisk, således at bordtennisbolden ikke mister energi ved stødet, bevæger bordtennisbolden efter stødet sig i forhold til battet med farten v i samme retning som battets bevægelse i forhold til bordtennisbordet. Farten af bordtennisbolden efter stødet i forhold til bordtennisbordet, w , fås herefter ved hastighedsaddition af battets fart i forhold til bordet med bordtennisboldens fart i forhold til battet:

$$w = \frac{v + v}{1 + v \cdot v/c^2} = \frac{2v}{1 + v^2/c^2}, \quad (1)$$

hvor c er lysets hastighed.

48. Kaldes neutronens fart v , dens masse m , atomkernens masse før absorptionen af neutronen M , og den nye atomkernes masse og fart efter absorptionen af neutronen M^* og u , gælder på grund af henholdsvis impulsbevarelse og energibevarelse:

$$mv\gamma(v) = M^*u\gamma(u) \quad (2)$$

og

$$mc^2\gamma(v) + Mc^2 = M^*c^2\gamma(u), \quad (3)$$

hvor c er lysets hastighed og f.eks. $\gamma(v) = (\sqrt{1 - v^2/c^2})^{-1}$ som sædvanlig. Herefter fås ved indsætning af $M^*\gamma(u) = m\gamma(v) + M$ fra ligning (3) i ligning (2):

$$u = \frac{mv\gamma(v)}{m\gamma(v) + M} = \frac{mv}{m + M\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (4)$$

som svar på opgaven. Grænsetilfældet $u = mv/(m + M)$ for $v^2/c^2 \rightarrow 0$ ses at stemme overens med den klassiske mekaniske beregning alene ud fra impulsbevarelse.

Kommentar

De studerende klarede opgave 47 forholdsvis godt til eksamenen. Men det hører med til billedet, at de forud i undervisningen havde været udsat for den urelativistiske variant af opgaven: set fra battet er der tale om, at bolden før stødet bevæger sig imod det med farten v og efter stødet bort fra det med farten v . Bordtennisboldens fart i forhold til bordet efter stødet er da summen af battets fart i forhold til bordet v og boldens fart i forhold til battet efter stødet v , dvs. $2v$, der også ses som grænsetilfældet for $v/c \rightarrow 0$ i ligning (1).

Opgaven kan også løses ved regning i bordtennisbordets system: Det tunge bat med massen M og farten v støder elastisk ind i den hvilende bordtennisbold med den lille masse m . Efter stødet har henholdsvis battet og bolden de to ukendte hastigheder y og w . Impulsbevarelsen og energibevarelsen giver så de to ligninger til bestemmelsen af de to ubekendte. Klassisk fås bordtennisboldens hastighed efter stødet via få mellemregninger at være:

$$w = \frac{2v}{1 + m/M} \quad (5)$$

i overensstemmelse med $w = 2v$ i grænsen $m/M \rightarrow 0$.

Relativistisk fås bordtennisboldens hastighed efter stødet via ganske omfattende mellemregninger at være:

$$w = \frac{2v\gamma(v)(\gamma(v) + m/M)}{(\gamma(v) + m/M)^2 + \gamma(v)^2v^2/c^2} \quad (6)$$

i overensstemmelse med ligning (5) for $v/c \rightarrow 0$ og ligning (1) for $m/M \rightarrow 0$.

Det er svært at forestille sig ret mange under eksamensforhold nå frem til ligning (1) som grænsetilfælde

via ligning (6) og alle dens forudgående mellemregninger. Når de studerende klarede opgave 47 forholdsvis godt til eksamen var det derfor fordi de undlod det umiddelbart nærliggende, nemlig at regne i bordtennisbordets system. I stedet ræsonnerede de i battets system, som de i forvejen kendte fidusen ved i det klassiske tilfælde. Herved kom den relativistiske udvidelse af opgaven alene til at dreje sig om en ændret hastighedsaddition. Uden gennemgangen på kurset forud for eksamen af den klassiske version af opgaven havde de studerende formentlig haft meget svært ved opgave 47.

I modsætning til de studerende, der fik stillet opgave 47, klarede de studerende, der blev konfronteret med opgave 48 til eksamen, ikke opgaven særlig godt. Kun få af dem var klar over, at opgaven skulle løses ved at kombinere impulsbevarelse med energibevarelse uden at antage massebevarelse. Tværtimod analogiserede de fleste fejlagtigt med deres erfaringer med uelastiske klassiske stødprocesser, hvor impulsbevarelsen kombineres med massebevarelse og hvor mekanisk energibevarelse ikke kan gøres gældende. Formentlig i mangel på erfaring med at regne relativistisk på stødprocesser i den begrænsede tid, der er levnet til relativitetsteori på breddekurset (4 gange 3 timer). De studerende er blevet introduceret til masse-energi-ækvivalensen. Men de færreste har kunnet kombinere dette med deres klassiske viden om udviklingen af indre energi ved uelastiske stød.

Da min medlærer på breddekurset Poul Winther Andersen, der på det sidste har stået for relativitetsteori-delen af kurset, foreslog opgave 48 som eksamensopgave, vurderede jeg den til at være en regulær standardopgave. I modsætning til de studerende. Derimod var jeg betænkelig ved forslaget om opgave 47 som eksamensopgave, idet en overkommelig løsning af den jo som demonstreret helt hænger på, at man får ideen at analysere stødet i battets system. Men ifølge PWA ville det ikke falde de studerende svært at få den ide, da de under kurset havde gennemregnet det urelativistiske specialtilfælde. Og det fik han jo ret i.

Min pointe med at modstille de to opgaver i artiklen her er at eksemplificere, at hvad der er svært og hvad der er nemt, selvfølgelig afhænger af, hvad der er gået forud. Ved træning i løsning af en række opgaver, som alle er variationer over det samme tema, kan studerende manuduceres til at løse selv tilsyneladende meget vanskelige opgaver, hvis de er variationer tæt på det allerede indøvede. Opgave 47 er her ment som eksempel herpå. Omvendt vil studerende have svært ved selv tilsyneladende nemme opgaver, hvis det kræves, at de kombinerer viden på nye måder. Opgave 48 er her ment som et eksempel herpå.

Formålet med breddekurset er at lære de studerende "at tænke som en fysiker" i højere grad end at træne dem

i et antal standardprocedurer. Samtidig er samlingen af hidtidige eksamensopgaver det definerende for kurset. Derfor skal opgaverne for de studerende udgøre udfordringer i at udbygge deres viden ved at kombinere den på nye måder. Og derfor prøver vi bevidst at undgå udvikling af typeopgaver ved at det samme tema gentages i for mange nærliggende variationer. Set i sammenhængen synes jeg derfor, at opgave 48 er en bedre breddeopgave end opgave 47.

Breddeopgave 49. Kapillarbølger

Inden næste nummer af KVANT udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne opgave fra breddekurset på RUC (fra vintereksamen 2011, nr. 49 i rækken her i KVANT):

Breddeopgave 49. Kapillarbølger For korte bølgelængder er det overfladespændingen mere end tyngdekraften, der er bestemmende for overfladebølgers opførsel. Hvordan afhænger udbredelsesfarten af disse såkaldte kapillarbølger af deres bølgelængde? Begrund svaret.

Løsning og kommentar bringes i næste nummer.

PFEIFFER  **VACUUM**

Totalleverandør

Af kvalitetsvacuumkomponenter
fra markedets førende
producenter

PFEIFFER-adixen-TRINOS

samt vore partnere

VAT-COMVAT-GAMMA-HSR

Tlf. 4352 3800 Fax 4352 3850
Erik.Fjeldgaard@pfeiffer-vacuum.dk
www.pfeiffer-vacuum.com