

Telefonstrømme – breddeopgave 39 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, NSM, RUC

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentar til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave fra RUC (nr. 39 i rækken her i KVANT):

39. Telefonstrømme

Et harmonisk signal vil i en telefonledning forplante sig svarende til formlen:

$$I(x, t) = I_0 e^{-\beta x} \cos(\omega t - \frac{\omega}{v} x) \quad (1)$$

hvor β og v i almindelighed afhænger af signalfrekvensen ω . I telefonledninger med forsvindende lækstrømme til omgivelserne og store selvinduktionskoefficienter afhænger β og v imidlertid kun af ledningens selvinduktionskoefficient pr. længdeenhed, ledningens modstand pr. længdeenhed og ledningens kapacitet pr. længdeenhed. Hvordan afhænger β og v i denne (forvrængningsfri) grænse af de nævnte størrelser? Begrund svaret.

Løsning

Opgaven løses ved dimensionsanalyse: Elektrisk spændingsforskel, U , har dimension af energi per ladning. Det vil sige $[U] = (M \cdot L^2 \cdot T^{-2}) / (S \cdot T) = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot S^{-1}$, hvor $[]$ læses "dimensionen af", og hvor M står for massedimensionen, L for længdedimensionen, T for tidsdimensionen og S for dimensionen elektrisk strømstyrke, de fire grunddimensioner, der indgår i problemet. Heraf kan dimensionerne af henholdsvis selvinduktionskoefficient pr. længdeenhed, l , modstand pr. længdeenhed, r , og kapacitet pr. længdeenhed, c , aflæses til at være:

$$\begin{aligned} [l] &= L^{-1} [U / (dI/dt)] \\ &= L^{-1} (M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot S^{-1}) / (S \cdot T^{-1}) \\ &= M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot S^{-2} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} [r] &= L^{-1} [U / I] \\ &= L^{-1} (M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot S^{-1}) / S \\ &= M \cdot L \cdot T^{-3} \cdot S^{-2} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} [c] &= L^{-1} [Q / U] \\ &= L^{-1} (S \cdot T) / (M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot S^{-1}) \\ &= M^{-1} \cdot L^{-3} \cdot T^4 \cdot S^2. \end{aligned} \quad (4)$$

I den forvrængningsfri grænse angives β og v alene at afhænge af l , r og c . Da l , r og c ses ikke at kunne

kombineres til et dimensionsløst tal, er de eneste måder β og v kan afhænge af l , r og c produktfunktioner af potenser af l , r og c :

$$tal \times l^\alpha \cdot r^\gamma \cdot c^\delta \quad (5)$$

Da β har dimensionen L^{-1} kan α , γ og δ i tilfældet β bestemmes ved kravet om at funktionen skal have dimensionen L^{-1} . Af kravet følger: $\alpha + \gamma - \delta = 0$ (β har massedimensionen 0); $\alpha + \gamma - 3\delta = -1$ (β har længdedimensionen -1); $-2\alpha - 3\gamma + 4\delta = 0$ (β har tidsdimensionen 0) og $-2\alpha - 2\gamma + 2\delta = 0$ (β har den elektriske strømdimension 0). Da ligningssystemet entydigt har løsningen: $\alpha = -1/2$, $\gamma = 1$ og $\delta = 1/2$, er formlen for β som funktion af l , r , og c derfor af dimensionsgrunde nødvendigvis:

$$\beta = tal \times \sqrt{r^2 \cdot c / l} \quad (6)$$

Da v har dimensionen $L \cdot T^{-1}$, og α , γ og δ i tilfældet v derfor tilsvarende kan bestemmes ud fra ligningssystemet: $\alpha + \gamma - \delta = 0$, $\alpha + \gamma - 3\delta = 1$, $-2\alpha - 3\gamma + 4\delta = -1$, $-2\alpha - 2\gamma + 2\delta = 0$, med den entydige løsning: $\alpha = -1/2$, $\gamma = 0$, $\delta = -1/2$, er formlen for v på tilsvarende måde nødvendigvis:

$$v = tal \times \sqrt{1 / (l \cdot c)} \quad (7)$$

Kommentar

Opgaven er en god illustration af, at det ikke kun er i forbindelse med hydrodynamiske problemer, at dimensionsanalyse kan være et kraftfuldt redskab. Men det er langt fra at være en ideel breddeopgave.

Hovedformålet med breddeopgaverne er, at de studerende ved arbejdet med dem trænes i at kunne bringe matematik og fysik i anvendelse ved problemløsning. Og det formål understøtter opgaven ikke. Løsning af opgaven kan give anledning til en øget forankring af begreberne selvinduktion, modstand og kapacitet i forhold til spændingsforskel hos de studerende. Arbejdet med den kan også være med til at træne dimensionsanalyse som teknik. Og opgaven illustrerer på udmærket vis, at matematik og fysik har tekniske anvendelser, f.eks. beregning af telefonstrømme. Men hverken repetitionen af fysikbegreber, udviklingen af dimensionsanalysefærdigheder eller orienteringen om anvendelsessammenhænge giver umiddelbart afsæt for træning i matematisk-fysisk formaliserende problemløsning på universitetsniveau.

Når jeg trækker denne pointe frem ved valget af telefonstrømsopgaven til kommentering her i KVANT, er det, fordi der også bredere tilsyneladende er behov for at pointere den afgørende forskel imellem at undervise i matematik og fysik knyttet til anvendelser og at undervise i at kunne anvende matematik og fysik.

Ved foredrag for STX gymnasieelever har jeg spurgt dem om, hvad de mente om påstanden: "Man kan ikke blive til noget uden matematik". Den har de umiddelbart været uenige i indtil jeg gjorde dem opmærksom på, hvor stor en del af dem, der valgte matematik på højt niveau. Så, OK, det var der måske noget om. Derefter har jeg spurgt dem om, hvad de mente om påstanden: "Man kan ikke bruge matematik til noget." Den var de også i første omgang uenige i indtil jeg bad dem om at give et eksempel på, at de havde brugt matematik til noget. For det kunne de ikke. Det ser således ud til, at eleverne er sat i et uforløst paradoks: på samfundsplanet og for karrieren er matematik åbenbart en vigtig sag samtidigt med at matematik ikke opleves at kunne bruges til noget.

Jeg går ud fra, at det er denne og tilsvarende paradokstilstande, der forsøges forløst, når der slås på tromme for anvendelsesorientering af fysik- og matematikundervisning ved uddannelsesreformer, f.eks. ved den sidste gymnasiereform. Min pointe er så, at man i forhold hertil serverer stene for brød, når anvendelsesorienteringen forstås således, som det udbredt er tilfældet, at det ved undervisningstilrettelæggelsen drejer sig om at de internt matematiske og fysiske øveproblemer skal søges i tilknytning til anvendelser. Som det er tilfældet med breddeopgaven her.

Anvendelsesorienteringen kommer så alene til at tjene det – i øvrigt ok – formål at illustrere, at den abstrakte og tilsyneladende skolastiske matematik og fysik har praktiske anvendelser. Hvorimod en egentlig forløsning af paradokstilstandene først opnås, når elever og studerende oplever selv at kunne bringe matematik/fysik i anvendelse ved problemløsning. Sådan som ambitionen er i sammenhæng med den typiske breddeopgave.

Breddeopgave 40. Elektrostatisk vægt

Inden næste nummer af KVANT udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne opgave fra breddekurset på RUC (fra sommereksamen 1997, nr. 40 i rækken her i KVANT):

Figuren viser en principskitse af en såkaldt elektrostatisk vægt:



Hvordan er sammenhængen mellem massen på vægtskålen og ladningerne på kondensatorpladerne, når vægten er i balance? Begrund svaret.

Løsning og kommentar bringes i et kommende nummer.

KVANT udgives af:

Astronomisk Selskab (AS)
www.astronomisk.dk

Michael Quaade (formand)
Hviddingvej 48
2610 Rødovre
Tlf. 36723634 (privat)
43386947 (arbejde)
mq@spacecenter.dk

Inge Frederiksen
(kasserer og medlemmer)
Tlf. 21294354
inge.frederiksen@mail.dk

Dansk Geofysisk Forening (DGF)
www.geofysiskforening.dk

Andreas Lemark (formand)
Is og klima, Niels Bohr Inst.
Tlf. 35320571
alemark@gfy.ku.dk

Henvendelser til:
Bo Vinther (kasserer)
Tlf. 35320518
bo@gfy.ku.dk

Lars Stenseng (web)
Tlf. 35325792
stenseng@space.dtu.dk

Dansk Fysisk Selskab (DFS)
dfs.nbi.dk

Ian Bearden (formand)
Niels Bohr Institutet
Københavns Universitet
Blegdamsvej 17
2100 København Ø
Tlf. 35325323
bearden@nbi.dk

Helge Knudsen (kasserer)
hk@phys.au.dk

Selskabet for Naturlærens Udbredelse (SNU)
www.naturvidenskab.net

Dorte Olesen (formand)
UNI-C, Vermundsgade 5
2100 København Ø
Tlf. 29926300
Dorte.Olesen@uni-c.dk

Bente Egaa (sekretær)
Tlf. 35878804
bente.egaa@uni-c.dk

Lene Körner (bogholder)
Tlf. 35320762
koerner@math.ku.dk

Nordiske Fysikmøde i Helsinki 29-31 marts 2100

Mødet arrangeret af de Nordiske Fysiske selskaber, er det andet i en række, der blev startet med det Nordiske møde i juni 2009 på DTU.

Dette møde organiseres af Det Finske Fysiske Selskab i et conferencecenter i Helsinki. Mødet vil i lighed med det forrige møde have en række fremragende, internationale foredragsholdere, sessioner med foredrag og posters. Af foredragsholderne kan specielt nævnes CERN's generaldirektør Rolf Heuer, Alain Aspect fra Paris om kvanteteori og Ewine van Dishoek i astrofysik. Mere om arrangementet kan læses på DSF's hjemmeside www.dfs.nbi.dk.

Til dækning af rejseudgifter og conferenceafgift for kandidatstuderende har Dansk Fysisk Selskab afsat omkring 10 stipendier á 3000 kr. Disse stipendier kan søges med en motiveret ansøgning inden den 15. nov. af alle studerende, der ikke har påbegyndt et ph.d. stipendium. Ansøgningen skal inkludere et abstrakt til det nordiske møde (deadline 14. jan. 2011) og man skal være medlem af Dansk Fysisk Selskab.

Nærmere oplysninger kan fås hos formanden Ian Bearden, (e-mail: bearden@nbi.dk) eller Jørgen Schou (e-mail: josc@fotonik.dtu.dk)