

Bordtennis – breddeopgave 37 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, NSM, RUC

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

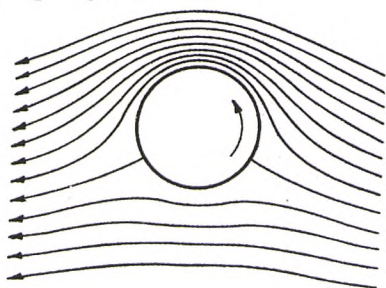
Her bringes løsning og kommentar til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave fra RUC (nr. 37 i rækken her i KVANT):

37. Bordtennis

Hvordan afhænger krumningen af banekurven for en bordtennisbold af dens spin og dens fart? Begrund svaret.

Løsning

På grund af gnidningen imellem overfladen af bordtennisbolden og luften trækker boldens rotation luften med sig rundt i en hvirvelbevægelse. Set fra et ikke roterende koordinatsystem med nulpunkt i bordtennisbolden vil luftstrømningen omkring bolden være summen af hvirvelbevægelsen og strømningen rundt om bolden, hvis den ikke roterede. Med bordtennisbolden bevægende sig imod højre i forhold til bordtennisbordet vil det sammenlagte strømningsmønster i planen vinkelret på boldens omdrejningsakse iagttaget fra en medfølgende position oven over bolden se nogenlunde ud, som vist på figur 1.



Figur 1. Potentialstrømning omkring roterende cylinder (fra H.H.J., Deformerbare Stoffers Mekanik, side 213).

Kaldes boldens fart v , dens radius r og vinkel-frekvensen i dens rotation ω , vil luftens hastighed i den skitserede stationære strømning være $v + r\omega$ på oversiden af bolden og $v - r\omega$ på undersiden. Ifølge Bernoullis ligning vil der derfor opstå undertryk på oversiden af bolden og overtryk på undersiden af bolden i forhold til lufttrykket langt borte fra bolden, og bolden vil være påvirket af en samlet hydrodynamisk tværkraft opad på figur 1. Trykforskellen, ΔP , mellem oversiden og undersiden af bolden er ifølge Bernoullis ligning:

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho(v + r\omega)^2 - \frac{1}{2}\rho(v - r\omega)^2 = 2\rho vr\omega, \quad (1)$$

idet ρ er luftens massefylde. Derfor er den hydrodynamiske tværkraft, K , størrelsesordensmæssigt givet ved:

$$K \sim r^2 \cdot \Delta P = 2\rho vr^3\omega \quad (2)$$

Ifølge Newtons 2. lov for en jævn cirkelbevægelse er krumningsradius, R , for bordtennisboldens banekurve (opadkrummet imod højre med figur 1's orientering) givet ved:

$$K = \frac{mv^2}{R}, \quad (3)$$

hvor m er boldens masse. Sammenholdes ligningerne (2) og (3) fås herefter:

$$R \sim \frac{mv}{\rho r^3\omega} \quad (4)$$

som svar på opgaven. Det ses, at en meget krum banekurve svarende til lille R fås, når v er lille og ω er stor.

Kommentar

Ifølge museet "Teknikens Hus" i Luleå i Sverige er forskerne uenige om forklaringen på den hydrodynamiske tværkraft, som jo også er den, der gør flyvning mulig: Skal den hydrodynamiske tværkraft forklares med henvisning til neddrift af luften bagved flyveren eller ved anvendelse af Bernoullis ligning? Sådant var uenigheden i alle tilfælde præsenteret, da jeg besøgte museet i 2003. Og tilsvarende problematiseringer af naiv anvendelse af Bernoullis ligning er jeg også stødt på i litteraturen.

F.eks. kritiserer Klaus Weltner (KW) i en artikel fra 1987 (K. Weltner, *Am. J. Phys.* 55, 50 (1987).) den udbredte forklaring på opdriften på fly- og fuglevinger i fysiklærebøgerne, at opdriften skyldes den større afstand luften på grund af vingernes form skal bevæge sig langs oversiden af vingerne end langs undersiden. Da luften derfor må bevæge sig hurtigere langs oversiden end langs undersiden, forklares opdriftskraften ved, at luftens tryk da ifølge Bernoullis ligning er mindre på oversiden end på undersiden af vingerne. I denne forklaring byttes der ifølge KW om på årsag og virkning. Man kan ikke konkludere, at luften bevæger sig hurtigere langs oversiden af vingen end langs undersiden, fordi afstanden her er større. Det forudsætter en ubegrundet antagelse om, at luftdele der følges hen imod vingen og bevæger sig hver sin vej rundt om den

vil mødes igen ved bagenden af vingen. Derimod kan undertrykket på oversiden af vinger forklares ud fra krumningen af strømlinierne, som vingeformen fører med sig. Strømliniernes krumning, som det også ses på figur 1, og den dertil hørende nedadrettede centripetalacceleration, må ifølge Newtons 2. lov hænge sammen med et faldende tryk oppe fra og ned imod oversiden. Det lave tryk på oversiden kan så ifølge Bernoullis ligning anvendt langs en strømlinie forklare de større strømningshastigheder langs oversiden. Det er altså ikke den større strømningshastighed, der er årsag til det lave tryk, men det lave tryk, der er årsag til den større strømningshastighed.

I stedet for at benytte Bernoullis ligning til at beregne opdriften på en vinge er det ifølge KW både mere pædagogisk og rigtigere at knytte an til den grundlæggende fysik ved at forklare opdriften som reaktion på, at vingen presser luften nedad bag sig. Impulstilførslen til luften per tidsenhed i nedadgående retning er ifølge Newtons 2. lov lig med vingens kraftpåvirkning af luften nedad og derfor ifølge Newtons 3. lov også lig med størrelsen af opdriftskraften fra luften på vingen. Under antagelse af glat afstrømning fra vingens bagkant lader både opdriftskraftens sammenhæng med graden af skråstilling af vingen og opdriftskraftens proportionalitet med kvadratet på flyets fart sig forstå herved.

Hvad så med den hydrodynamiske tværkraft på den roterende bordtennisbold? Er forskerne også her uenige om, hvordan sagen skal gribes an? Kan Bernoullis ligning anvendes som gjort ved ovenstående løsning af opgaven, eller er det bedre mere grundlæggende at ræsonnere over impulsoverførslen til den forbistrømmende luft?

Den forbistrømmende luft opbremses som følge af bordtennisboldens rotation mere på den ene side af bolden end på den anden. Det fører til en drejning af luftstrømmen og en impulsoverførsel til luften på tværs af boldens bevægelsesretning. Og det forklarer den hydrodynamiske tværkraft kvalitativt. Men det er svært at udbygge dette ræsonnement kvantitativt uden yderligere antagelser.

I min far, Henning Højgaard Jensens bog "Deformerbare Stoffers Mekanik" side 82-85 beregnes den hydrodynamiske tværkraft på en langstrakt roterende cylinder ud fra impulsoverførslen til luften per tidsenhed ved strømmingen vist på figur 1. Strømmingen er som ved opgaveløsningen summen af hvirvelbevægelsen, der ville være, hvis cylinderen alene roterede, og strømmingen omkring cylinderen, der ville være, hvis den alene bevægede sig i forhold til luften uden at rotere. Og det er forudsat, at der er tale om stationære strømminger uden lokale hvirvler (potentialstrømning) bortset fra i et tyndt grænselag ved cylinderens overflade. Disse forudsætninger er de samme, som de der skal til for at retfærdiggøre brugen af Bernoullis ligning som gjort ved opgaveløsningen.

Men forudsætningerne kan anfægtes og bliver det. Og undertiden afvises brugen af Bernoullis ligning, så vidt jeg kan se, med lige så forhastede argumenter som der undertiden har været tale om ved anvendelsen af den. (Se f.eks. A.B. Murphy, *Am.J.Phys.* **57**, 181 (1989)). Efter at have læst noget op på lektien tror jeg, at det største brud på forudsætningerne for ligning (1) i opgaveløsningen hænger sammen med, at bordtennisbolde hverken er langstrakte eller strømlinieformede og det kølvand, der følger af det. Men jeg er ikke ekspert. Så... bum... bum...? Måske findes der blandt KVANTs læsere nogen, der kan kommentere, hvor uenige forskerne er?

I den næste artikel i KVANT vil jeg reflektere over pædagogiske fordele og ulemper ved breddeopgaver på henholdsvis sikker grund og usikker grund, som her.

Breddeopgave 38. Sandflugt

Inden næste nummer af KVANT udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne opgave fra breddekurset på RUC (fra vintereksamen 2008 nr. 38 i rækken her i KVANT):

Afhængig af kornstørrelsen skal der en vis vindhastighed til at hvirvle støv op i luften. Hvordan er sammenhængen?

Løsning og kommentar bringes i næste nummer.

KVANT udgives af:

Astronomisk Selskab (AS)
www.astronomisk.dk

Michael Quaade (formand)
Hviddingvej 48
2610 Rødovre
Tlf. 36723634 (privat)
43386947 (arbejde)
mq@spacecenter.dk

Inge Frederiksen
(kasserer og medlemmer)
Tlf. 46756676
inge.frederiksen@mail.dk

Dansk Fysisk Selskab (DFS)
dfs.nbi.dk

Jørgen Schou (formand)
DTU Fotonik, Risø Campus
Danmarks Tekniske Universitet
4000 Roskilde
Tlf. 46774755
josch@fotonik.dtu.dk

Helge Knudsen (kasserer)
hk@phys.au.dk

Dansk Geofysisk Forening (DGF)
www.geofysiskforening.dk

Andreas Lemark (formand)
Is og klima, Niels Bohr Inst.
Tlf. 35320571
alemark@gfy.ku.dk

Henvendelser til:
Bo Vinther (kasserer)
Tlf. 35320518
bo@gfy.ku.dk

Lars Stenseng (web)
Tlf. 35325792
stenseng@space.dtu.dk

Selskabet for Naturlærens Udbredelse (SNU)
www.naturvidenskab.net

Dorte Olesen (formand)
UNI-C, Vermundsgade 5
2100 København Ø
Tlf. 29926300
Dorte.Olesen@uni-c.dk

Bente Egaa (sekretær)
Tlf. 35878804
bente.egaa@uni-c.dk

Lene Körner (bogholder)
Tlf. 35320762
koerner@math.ku.dk