Springflod – breddeopgave 31 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, NSM, RUC.

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentar til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave fra RUC (nr. 31 i rækken her i KVANT):

31. Springflod

Indtræffer springflod ved fuldmåne, nymåne eller halvmåne? Begrund svaret.

Løsning

Løsningen gives i form af en udfoldning af opgaven:

"Masserne af Solen og Månen kaldes for henholdsvis M_S og M_M. Afstanden mellem Solens centrum og Jordens centrum kaldes R_J. Afstanden mellem Jordens centrum og Månens centrum kaldes R_M. Jordens radius kaldes for R og gravitationskonstanten for G.

1. *Hvor stor er Jordens acceleration i dens tilnærmelsesvise cirkelbevægelse omkring Solens centrum?*

I det følgende anskues tingene ud fra et koordinatsystem med nulpunkt i Jordens centrum og akser, der retter sig imod de samme fiksstjerner hele tiden. Set fra dette koordinatsystem medfører Solens tilstedeværelse udover gravitationsfeltet fra den også et "fiktivt" kraftfelt på grund af accelerationen af koordinatsystemet i forhold til et system med nulpunkt i Solen og faste akser i forhold til fiksstjernerne. Summen af de to kraftfelter er det såkaldte tidevandsfelt fra Solen.

2. *Angiv tidevandsfeltet fra Solen langs den rette linie gennem Jorden og Solen.*

3. *Hvor mange gange i døgnet er der flod og ebbe forårsaget af Solen?*

Set fra jordkoordinatsystemet medfører Månens tilstedeværelse udover gravitationsfeltet fra den også et "fiktivt" kraftfelt på grund af rotationen af Jorden og Månen omkring deres fælles tyngdepunkt. Summen af de to kraftfelter er det såkaldte tidevandsfelt fra Månen.

4. *Angiv tidevandsfeltet fra Månen langs den rette linie gennem Jorden og Månen.*

5. *Hvor mange gange i døgnet er der flod og ebbe forårsaget af Månen?*

6. *Indtræffer springflod (sammenfald af flod/ebbe fra Månen og Solen) ved fuldmåne, nymåne eller halvmåne?"*

Ifølge Newtons 2. lov og Newtons gravitationslov er svaret på 1):

$$\frac{GM_S}{R_J^2}. \tag{1}$$

Svaret på 2) er så, at tidevandsfeltet regnet positivt i retningen bort fra Solen er:

$$\frac{GM_S}{R_J^2} - \frac{GM_S}{(R_J + x)^2}, \tag{2}$$

hvor stedet x på linien er regnet fra Jordens centrum som nulpunkt og positiv i retningen bort fra Solen. I Jordens centrum, dvs. for $x = 0$, ses tidevandsfeltet at være 0. For $x = -R$, dvs. i punktet på jordoverfladen rettet imod Solen, ses det at være rettet imod Solen med størrelsen:

$$\frac{GM_S}{(R_J - R)^2} - \frac{GM_S}{R_J^2}. \tag{3}$$

For $x = R$, dvs. i punktet af jordoverfladen rettet bort fra Solen, ses feltet at være rettet bort fra Solen med størrelsen:

$$\frac{GM_S}{R_J^2} - \frac{GM_S}{(R_J + R)^2}. \tag{4}$$

I begge punkterne svarende til $x = R$ og $x = -R$ har tidevandsfeltet maksimale værdier på jordoverfladen. Tilnærmelsesvis ses de ved rækkeudvikling i begge tilfælde at være:

$$\frac{GM_S}{R_J^2} \cdot \frac{2R}{R_J}. \tag{5}$$

Tidevandsfeltet fra Solen har således to pukler, en vendt imod Solen og en bort fra den, som Jorden drejer sig i en gang i døgnet.

Svaret på spørgsmål 3) er derfor, at der er flod og ebbe forårsaget af Solen to gange i døgnet.

Hvad angår tidevandsfeltet fra Månen gør det ingen forskel i forhold til tidevandsfeltet fra Solen, at det fælles tyngdepunkt ligger så forskelligt i de to situationer. Accelerationen af Jorden i dens bevægelse omkring Månen og Jordens fælles tyngdepunkt er GM_M/R_M^2. Svaret på spørgsmål 4) er derfor:

$$\frac{GM_M}{R_M^2} - \frac{GM_M}{(R_M + x)^2}, \tag{6}$$

og tilsvarende til tidevandsfeltet fra Solen.

Tidevandsfeltet fra Månen har således to pukler, tilnærmelsesvis af størrelsen:

$$\frac{GM_M}{R_M^2} \cdot \frac{2R}{R_M}, \tag{7}$$

én vendt imod Månen og én bort fra den, som Jorden drejer sig i en gang i døgnet. Svaret på spørgsmål 5) er derfor, at der er flod og ebbe forårsaget af Månen to gange i døgnet.

Tidevandsfelterne fra Solen og Månen ses at forstærke hinanden, når Solen, Månen og Jorden ligger på linie. Springflod finder derfor sted lige så vel ved fuldmåne, som ved nymåne. Men ikke ved halvmåne.

Kommentar

1. I KVANT nr. 3, oktober 2000, og i KVANT nr. 1, april 2001 blev løsningerne til to breddeopgaver som her givet i form af udfoldninger af opgaverne. De tre udfoldede og formaliserede opgaver tilhører et sæt på 12, der modsvarer 12 breddeopgaver. Sættet har jeg lavet som et af midlerne til for de fysikstuderende på RUC at tydeliggøre, hvad det er for en slags bolde, der gås efter i en undervisning byggende på de åbent formulerede breddeopgaver. Og kontrasten mellem de åbent formulerede breddeopgaver og deres udfoldede modstykker virker umiddelbart befordrende for forståelsen hos de studerende af plottet for breddekurset. De studerende oplever oftere udfoldning og formalisering end den efterfølgende opgaveløsning som flaskehalsen ved løsningen af breddeopgaver. Men det er også evnen til at takle åbent stillede problemer ved hjælp af fysik, der er flaskehalsen for at opleve fysik som et aktivt og udadrettet tænkeapparat. Derfor ligger der selvfølgelig også en indirekte kritik af fremherskende opgavetyper i fysikundervisningstraditionen gemt i modstillingen, selvom de udfoldede opgaver er på grænsen til at være karikaturer.

2. Indsættes talværdier for G, M_J, M_M og R_M i Newtons gravitationslov findes Jordens træk i Månen at være $1,99 \cdot 10^{20}$ N. Tilsvarende findes Solens træk i Månen ud fra gravitationsloven at være $4,34 \cdot 10^{20}$ N. Solens træk i Månen er altså mere end dobbelt så stort som Jordens træk i Månen. Hvordan kunne det da lade sig gøre for Newton at demonstrere sammenhængen imellem æblets fald fra træet og Månens omløbstid om Jorden ved at regne på Månen og Jorden som et isoleret system uden Solens tilstedeværelse? Jo, det er, fordi konsekvensen af Solens tilstedeværelse udover gravitationstrækket fra den også er det "fiktive" kraftfelt i jord-måne systemet, når Solen svinger det omkring sig. Og at det således resulterende tidevandsfelt på Månen inden for en nøjagtighed på 1 % kan negligeres i forhold til Jordens træk, da dets størrelse er ca. $\frac{2R_M}{R_J}$ gange Solens træk i Månen og $\frac{2R_M}{R_J} = 0,005$.

Denne historie er for mig et godt eksempel på, hvad jeg i andre sammenhænge (se f.eks. artiklerne fra min hånd i Naturkampen nr. 18, december 1980, og GAMMA 72 fra 1988, begge med overskriften "Matematiske modeller – vejledning eller vildledning?") har kaldt "teoretisk kontrol" af en matematisk model.

Berettigelsen af modelberegningen af Månens omløbstid om Jorden, hvor Jorden og Månen ved beregningen regnes for et isoleret system, kan, som gjort, kontrolleres til at være i orden til andet betydende ciffer ved hjælp af den udvidede model, hvor Solen medtænkes og et koordinatsystem med Solens centrum som nulpunkt og akser, der retter sig imod de samme fiksstjerner hele tiden, regnes for et inertialsystem. Fejlen på fejlvurderingen, der herved begås ved ikke at tage højde for gravitationen fra mælkevejen og at sol-koordinatsystemet er accelereret i forhold til mælkevejens centrum, kan vurderes på tilsvarende måde. Osv. Og dette kinesiske æskesystem, hvor de mere omfattende modeller kan bruges til at kontrollere de mindre omfattende modeller med, kan administreres gennemsigtigt, fordi hele spillet er underlagt Newtonsk mekanik som fælles universel ramme. Teoriafledte matematiske modeller, som der her er tale om, kan gøres til genstand for teoretisk kontrol. Det er det, jeg synes vurderingen af den korrigerende indflydelse fra de forskellige tidevandsfelter er et godt eksempel på.

Teoriafledte matematiske modeller kan selvfølgelig udover teoretisk kontrol også underlægges empirisk kontrol ved direkte konfrontation med måledata. I modsætning hertil kan ad hoc matematiske modeller, hvor der tages udgangspunkt – ikke i en teori og tillempningen af den til sammenhængen – men direkte i en foreliggende kontekst for at sammenfatte den i kompakt matematisk sprog, alene underlægges empirisk kontrol. Betydningen af forskellen ligger ikke i, at teoriafledte matematiske modeller nødvendigvis er mere troværdige end ad hoc matematiske modeller. Troværdigheden afhænger jo af de gjorte idealiseringer. Men det, at idealiseringerne kan kontrolleres teoretisk, gør teoriafledte matematiske modeller tilgængelige for offentlig kritik og kontrol (fra uafhængige eksperter). Hvorimod kritik af ad hoc modeller kræver adgang til data. Og denne forskel er det vigtigt at have blik for i betragtning af den omfattende samfundsmæssige brug af matematiske modelberegninger, hvor ensartet form (matematik) fejlagtigt tages til indtægt for ensartet slags erkendelsesindhold.

Breddeopgave 32. Ohms lov

Inden næste nummer af KVANT udkommer, kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne eksamensopgave fra breddekurset på RUC (fra sommereksamen 2000, nr. 32 i rækken her i KVANT):

Hvad er modstanden for en elektrisk strøm fra indersiden til ydersiden af en hul metalkugle? Begrund svaret.

Løsning og kommentar bringes i næste nummer.