

# Nedbremsning af neutroner – breddeopgave 27 med didaktisk kommentar

Af Jens Højgaard Jensen, IMFUFA, RUC.

Mit formål med artikelserien om breddeopgaver er – udover at gøre opmærksom på RUCs fysikuddannelse – dobbelt: Dels udvælger jeg opgaverne, så de kan have interesse som fysikproblemer i egen ret. Dels udvælger jeg dem med henblik på at kunne knytte didaktiske overvejelser til dem af interesse for fysikundervisere. I første omgang i forhold til universitetsundervisning. Men i anden omgang kunne der måske også trækkes paralleller til andre undervisningsniveauer.

Her bringes løsning og kommentarer til opgaven fra forrige nummer samt en ny opgave. Opgaven i sidste nummer af KVANT var denne breddeopgave fra RUC (nr. 27 i rækken her i KVANT):

## 27. Nedbremsning af neutroner

*Lette kerner er bedre til nedbremsning af neutroner i reaktorer end tunge kerner. Hvordan afhænger det maksimale forholdsmæssige energitab af en neutron ved et elastisk sammenstød med en kerne af dennes masse? Begrund svaret.*

### Løsning

Det forholdsmæssige energitab for en neutron ved et sammenstød med en kerne med en given masse er størst ved et centralt sammenstød. Vi vil derfor nøjes med at regne i én dimension svarende til figuren:



Da der både er energibevarelse og impulsbevarelse under stødet, gælder der med figurens betegnelser, og idet vi regner klassisk:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Mw^2 + \frac{1}{2}mu^2 \quad (1)$$

$$mv = Mw - mu \quad (2)$$

Ligning (1) kan omformes til  $(v+u) \cdot (v-u) = (M/m) \cdot w^2$ . Sammenholdes det med  $v+u = (M/m) \cdot w$  fra (2) fås  $v-u = w$ . Lægges disse to sidste ligninger sammen fås  $2v = (1 + M/m) \cdot w$ , hvoraf vi får:

$$\Delta E/E = \frac{\frac{1}{2}Mw^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{4mM}{(m+M)^2} \quad (3)$$

for det forholdsmæssige energitab  $\Delta E/E$ .

Resultatet stemmer overens med, at  $\Delta E/E$  skal gå imod 0 for  $m$  gående imod 0 og for  $M$  gående imod 0, og at  $\Delta E/E$  skal være 1 for  $m = M$ .

### Kommentarer

1. Umiddelbart skulle vi forvente, at  $\Delta E/E$  afhang af de tre inputvariable  $m$ ,  $M$  og  $v$  til problemet. Men det ses overraskende nok, at  $\Delta E/E$  kun afhænger af forholdet imellem  $m$  og  $M$ , og ikke af  $v$ . Havde vi tænkt dimensionsanalytisk ville overraskelsen imidlertid have været til at forudse: det er ikke muligt at danne en dimensionsløs størrelse af  $m$ ,  $M$  og  $v$ , der inddrager  $v$ .

Konklusionen ud fra dimensionsovervejelser, at det relative energitab ved nedbremsningen af neutroner ikke kan afhænge af deres fart, er bundet til, at fænomenet kan beskrives klassisk. Det kan det også i det væsentlige. Men sætter vi os for at udregne en relativistisk formel for det relative energitab, kan vi ikke forvente uafhængigheden af  $v$ .

I det tilfælde må vi nemlig regne med lysets hastighed  $c$  som en ekstra inputvariabel for problemet. Af dimensionsgrunde må vi derfor forvente, at  $\Delta E/E$  bliver en funktion af  $v/c$  udover af  $M/m$ .

Med forkortelsen  $\gamma_v$  for  $1/\sqrt{1-(v/c)^2}$  og tilsvarende for  $\gamma_u$  og  $\gamma_w$  kan energibevarelsen og impulsbevarelsen for vores centralstød relativistisk skrives:

$$m\gamma_v c^2 + Mc^2 = m\gamma_u c^2 + M\gamma_w c^2 \quad (4)$$

og

$$m\gamma_v v = M\gamma_w w - m\gamma_u u \quad (5)$$

Ved at udtrykke  $\gamma_v v$  ved  $\gamma_v$  og tilsvarende for  $u$  og  $w$ , herefter eliminere  $\gamma_u$ , således at  $\gamma_w$  findes som funktion af  $\gamma_v$ , finder jeg efter en del mellemregninger resultatet:

$$\Delta E/E_{\text{kin}} = \frac{Mc^2(\gamma_w - 1)}{mc^2(\gamma_v - 1)} = \frac{2\alpha(\gamma_v + 1)}{\alpha^2 + 2\alpha\gamma_v + 1} \quad (6)$$

hvor  $\alpha$  er en forkortelse for  $M/m$ . Altså som forventet en funktion af  $M/m$  ( $= \alpha$ ) og  $v/c$  (via  $\gamma_v$ ).

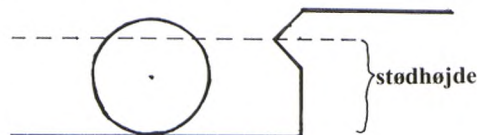
Jeg har valgt at sammenholde  $\Delta E$  med neutronens kinetiske energi fremfor dens totalenergi for at kunne jævnføre med (3). Ligning (6) ses at stemme overens med (3) for  $\gamma_v = 1$ , som den skal. Resultatet stemmer – som det klassiske også gjorde – overens med, at  $\Delta E/E_{\text{kin}}$  skal gå imod 0 for  $\alpha$  gående imod 0 og for  $\alpha$  gående imod  $\infty$ , og at  $\Delta E/E_{\text{kin}}$  skal være 1 for  $\alpha = 1$ .

2. Den opmærksomme læser tænker måske, at jeg finder dimensionsbetragtninger vigtige i undervisningen på breddekurset, siden jeg i 4 af de sidste 5 artikler i rækken her har været inde på emnet. Det har den opmærksomme læser i givet fald ret i. Jeg regner dimensionsbetragtninger for en vigtig del af det at kunne tænke som en fysiker.

### Breddeopgave 28. Billard

Inden næste nummer af KVANT udkommer kan læserne eventuelt overveje løsningen til denne eksamensopgave fra breddekurset på RUC (fra sommereksamen 1997, nr. 28 i rækken her i KVANT):

*Banderne på et billardbord er konstrueret med en stød højde (jvf. figur) for stød mellem baller og bander, således at en rent rullende bevægelse vinkelret mod banden reflekteres i en rent rullende bevægelse bort fra banden. Hvor stor er stød højden? Begrund svaret.*



Løsning og kommentar bringes i næste nummer.