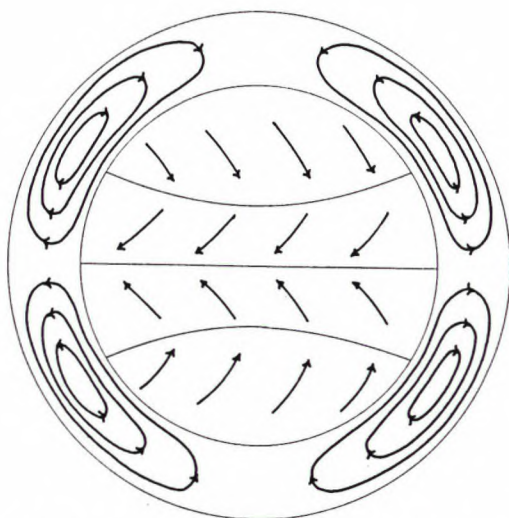


# Om atmosfærens struktur i syd-nord retningen

Aksel Wiin Nielsen, *Geofysisk Afdeling, Niels Bohr Institutet for Astronomi, Fysik og Geofysik.*

I skolen lærer vi at inddele Jordens nordlige halvkugle i et område med østlige vinde nær ved ækvator, et andet, længere mod nord, med vestlige vinde og et område nær ved Nordpolen med østlige vinde. På den sydlige halvkugle er der tilsvarende vindbælter med symmetri omkring ækvator. Denne artikel beskriver en forholdsvis enkel teori for disse vindbælters position og styrke.

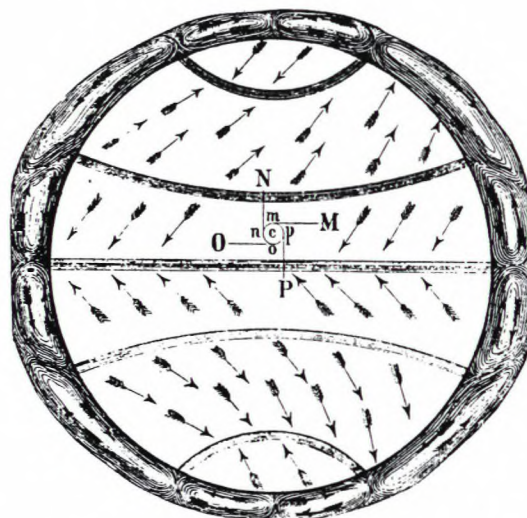
Emnet er gammelt. Det har optaget folk med interesse for atmosfæren i flere århundreder. De første spekulationer var præget af, at man ikke havde observationer, der kunne beskrive hverken den horisontale eller den vertikale variation af vinden, temperaturen og andre meteorologiske variable. En efterprøvning af en fremsat teori var derfor umulig. Den første publikation er skrevet af Hadley [1], som erkender opvarmningen på de lave og afkølingen på de høje bredder. Der vil derfor være opstigende luft på de lave bredder og synkende luft på de høje bredder, hvilket giver en direkte meridional cirkulation, en såkaldt Hadley celle. Under betragtning af indvirkningen af Corioliskraften kommer han til billedet i figur 1.



**Figur 1.** Hadley's meridionale cirkulation med kun én celle i hver hemisfære.

Ferrel [2] indskyder en indirekte celle, kaldet Ferrel cellen, mellem en polar og en tropisk Hadley celle, da han ellers ikke kan få sin spekulation til at passe, se figur 2. Mange andre forsøger sig med lignende modeller. Disse er sammenfattet af Lorenz [3], som gør opmærksom på, at billeder af denne type forekommer et stykke ind i 1900'tallet (Bjerknes [4] og Bergeron [5]). Han konkluderer, at ingen af disse modeller kan give en fyldestgørende eller rigtig forklaring på de nyere ob-

servationer, som fremkommer under og efter den anden verdenskrig.



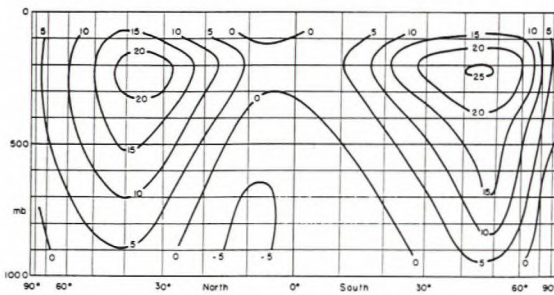
**Figur 2.** Ferrel's meridionale cirkulation med tre celler i hver hemisfære.

Et eksempel, der viser det zonale gennemsnit af den observerede vind for vintermånederne på den nordlige halvkugle er givet i figur 3a. Man ser et vindmaksimum på 200 hPa niveauet lidt nord for 30 breddegrader på den nordlige halvkugle, medens de kraftigste vinde findes på ca. samme niveau, men mellem 40 og 50 breddegrader på den sydlige halvkugle, hvor det er sommer. Østlige vinde findes på de lave bredder under 300 hPa, og der er svage østlige vinde på lave højder i nærheden af polerne. Figur 3b viser den zonale vind som funktion af bredden på den nordlige hemisfære for januar 1999, hvor  $U_0$  er den estimerede vind ved atmosfærens ydre grænse.  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  og  $U_4$  er vindene på henholdsvis, 250, 500, 750 og 1000 hPa. På disse kurver lægger man mærke til et maksimum ved ca. 30 breddegrader for  $U_1$  og  $U_2$ , medens maksimumet for  $U_3$  og  $U_4$  er noget længere nordpå. På alle kurverne er der også et langt svagere maksimum på de højere bredder. De to maksima kaldes den subtropiske jet og den polare jet.

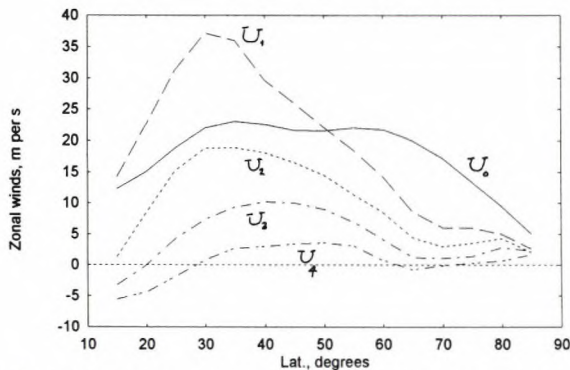
Man har også været i stand til at beregne den meridionale cirkulation fra observationer. Hadley og Ferrel cellerne findes i atmosfæren som vist af Vuorela og Tuominen [6], se figur 4, hvor de er angivet ved hjælp af strømlinier. Maksimale negative værdier viser opadgående bevægelse.

Efter udviklingen af de elektroniske regnemaskiner, som de hed dengang, blev det muligt at undersøge, om man kunne reproducere de mere væsentlige træk af den observerede atmosfære. Phillips [7] og Mintz

[8] beskriver tidlige eksperimenter af denne slags, men mange andre klimamodeller har reproduceret den nuværende klimatiske tilstand med udmærkede resultater inklusive den meridionale fordeling af de zonale gennemsnit af temperatur, vind og vertikal-hastigheder. Disse modeller er også i stand til at reproducere Hadley og Ferrel celler på de rigtige steder. Modellerne er derfor i stand til at reproducere atmosfærens gennemsnitlige tilstand i store træk, hvilket i hvert fald viser, at modellerne indeholder de væsentligste aspekter af atmosfærens dynamik og termodynamik. På den anden side er det ikke let på grundlag af disse integrationer at give en enkel beskrivelse af de mere væsentlige processer, som er ansvarlige for dette gode resultat.



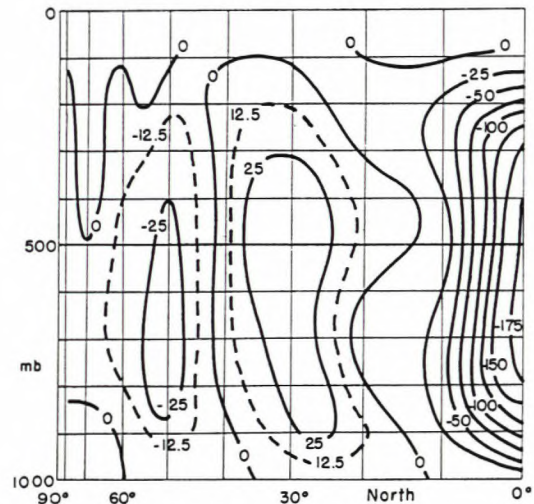
Figur 3a. De zonale vinde i begge hemisfærer, m per s.



Figur 3b. De zonale vinde i m per s som funktion af bredden for trykfladerne:  $U_0$ : 0 hPa,  $U_1$ : 250 hPa,  $U_2$ : 500 hPa,  $U_3$ : 750 hPa,  $U_4$ : 1000 hPa.

Da observationer af både troposfæren og den lavere del af stratosfæren med en rimelig, men aldrig helt tilfredsstillende dækning af den nordlige hemisfære lidt efter lidt blev tilgængelige efter anden verdenskrig, blev det muligt at udføre mange forskellige diagnostiske studier af specielle processer. Man interesserede sig specielt for den meridionale varme- og momenttransport udført af de atmosfæriske bølger, dels for deres egen skyld, men også fordi disse transportter indgår i energiomsætningerne mellem den energi, som findes i de zonale felter og energien i bølgerne. Nogle eksempler af disse transportter og den tilsvarende energiomsætning kan findes i Wiin-Nielsen og Chen [9]. Det er klart fra disse beregninger, specielt energiomsæt-

ningerne, at den zonale disponible energi taber energi til den samme energiform for bølgerne, medens den zonale kinetiske energi modtager energi fra den samme energiform i bølgerne, medens den energiomsætning, som finder sted direkte fra den zonale disponible energi til den zonale kinetiske energi, er lille sammenlignet med omsætningerne mellem det zonale middel og bølgerne. Disse betragtninger er en anden måde at udtrykke, at selv om der er en energiomsætning i de zonale felter, som må beregnes fra de tilstedeværende Hadley og Ferrel celler, så spiller denne energi-omsætning en meget lille rolle i bevarelsen af de zonalt midlede temperaturer og vinde.



Figur 4. Den meridionale cirkulation vist med strømmlinier.

Det viser sig med andre ord, at hvis man skal gøre rede for den meridionale struktur, må man tage hensyn til forskellige processer i de atmosfæriske bølger. Det er naturligvis, hvad de almindelige cirkulationsmodeller eller klimamodeller gør, idet de integrerer de tre bevægelsesligninger, den termodynamiske ligning, kontinuitetsligningen, gasligningen og en ligning for ændringer i atmosfærens indhold af vanddamp. Et væsentligt spørgsmål er – efter forfatterens mening – om det er nødvendigt at gå denne lange vej for at reproducere de mest væsentlige dele af den zonale struktur. I hvert fald er modelintegrationer at betragte som en afprøvning af, i hvilken udstrækning modellen er i stand til at reproducere den observerede atmosfære, og hvor tilfredsstillende eksperimentet end er, kan det ikke kaldes en teori for atmosfærens almindelige cirkulation. Måske er det muligt, at man kan parameterisere de mest vigtige transportter af varme og moment ved hjælp af parametre hentet fra de zonale gennemsnit.

Disse tanker er heller ikke helt nye, fordi de første idéer af denne slags blev beskrevet af Green [10] og Wiin-Nielsen [11]. Siden da har idéerne taget en mere fast form og er brugt af Green [12], White og Green [13-14] og af forfatteren i en række publikationer [15-17], hvor samspillet mellem den zonale tilstand og bølgerne efterhånden er blevet mere realistiske.

## Hovedprincippet

På den lille skala i atmosfæren har vi i mange år brugt diffusionsbetragtninger, hvor man for at beskrive diffusionsprocessen indfører et led i den termodynamiske ligning af formen givet i (1).

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \dots \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (1)$$

I denne ligning betyder prikkerne andre led, medens det sidste led udtrykker diffusionsprocessen. En sådan fremgangsmåde skal i princippet kun anvendes på kvasi-konservative parametre såsom den potentielle temperatur i vort eksempel, men denne hovedregel er ikke altid blevet overholdt. En kvasi-konservativ parameter bevares for en partikel, når denne ikke påvirkes af energitilskud eller dissipation.

I de modeller, som anvendes i denne artikel, har man, udover den potentielle temperatur, den potentielle vorticitet som en kvasi-konservativ størrelse. Eksempler, der er valgt så enkle som muligt, vil blive vist baseret på en homogen atmosfære med en fri overflade og en kvasi-geostrofisk model med 2 niveauer. I hver af disse modeller skal man udtrykke den meridionale transport af potentiel vorticitet i bølgerne ved hjælp af en parameterisering af typen givet i ligning (1). Det første eksempel er valgt for at vise en model, som ikke i alle henseender er i overensstemmelse med den observerede atmosfære, medens det andet eksempel er den mest enkle barokline model, som kan reproducere resultater, som er nær ved atmosfærens virkelige opførsel. Det ville ikke være vanskeligt at øge antallet af niveauer i den barokline model.

Det er derfor nødvendigt at have værdierne, som skal bruges for koefficienten  $K$ . Den er blevet bestemt af en analyse af observationer i atmosfæren, Wiin-Nielsen og Sela [18]. Det blev fundet, at  $K$  for den meridionale transport af den potentielle vorticitet af bølgerne er relativt lille i den øvre del af troposfæren, men tiltager, når man nærmer sig Jordens overflade. Man fandt også, at der var en variation med hensyn til bredden på en given isobarflade, idet  $K$  er relativt lille nær ved polen og nær ved ækvator med et maksimum derimellem. Denne fordeling er forståelig, fordi  $K$  er et mål på størrelsen af den meridionale transport af potentiel vorticitet, og denne transport er stor på de breddegrader, hvor de atmosfæriske bølger dannes og vokser til deres ultimative størrelse. Disse processer foregår i et interval omkring 45 grader N, hvor man da må antage, at  $K$  er størst. Det er naturligvis rigtigt, at området med størst bølgeaktivitet skifter fra dag til dag, men det har endnu ikke været muligt at bestemme området ved at se på kun de zonale kvasi-konservative størrelser.

Det ville naturligvis være lettere at antage, at  $K$  ikke varierede med bredden. Denne antagelse har været afprøvet, men med det resultat, at alt for store vindhastigheder i nærheden af ækvator produceres af modellerne under denne antagelse. Som en første antagelse

er variationen med hensyn til bredden derfor blevet givet den form, som findes i ligning (2).

$$K = K_m \mu^2 (1 - \mu^2); \mu = \sin(\phi) \quad (2)$$

Det ses, at den maksimale værdi forekommer ved 45 grader, og at værdien er nul ved ækvator og ved polen. Medens den første værdi kan accepteres som en første tilnærmelse, er det mere usikkert om aktiviteten er så lille i nærheden af Nordpolen. Værdierne på  $K_m$  er bestemt på en sådan måde, at middelværdien over en hemisfære beregnet fra ligning (2) er i overensstemmelse med den samme middelværdi beregnet fra studiet af observationerne.

Med denne specification af  $K$  kan modelligningerne omsættes til ligninger, som kun indeholder størrelser, som er zonale gennemsnit. Når man skal beregne størrelser elimineret fra de grundlæggende ligninger så som den vertikale  $p$ -hastighed ( $\omega_z$ ) er det også nødvendigt at bruge en udvekslingskoefficient for den meridionale varme transport. Den er behandlet på samme måde som de andre udvekslingskoefficienter.

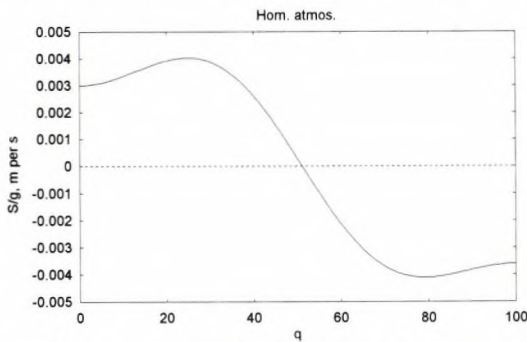
I de anvendte modeller søger vi at bestemme den stationære tilstand. Det kunne man forsøge at gøre ved at løse ligningerne, når man sætter den lokale tidsafledede til nul i ligningerne. Denne metode viser sig at være ret besværlig. En alternativ metode er at integrere de oprindelige ligninger med hensyn til tiden og håbe, at modellen efter en tilstrækkelig lang integration ender i en stationær tilstand. Det viser sig at være en god måde at løse problemet på, fordi den stationære tilstand for realistiske værdier på forceringen og dissipationen opnås efter en tidsintegration, der ikke overstiger 200 dage. De resultater, som vises i de følgende afsnit er alle beregnet fra parametrene i en stationær tilstand.

## En model baseret på et homogent medium med fri overflade

Som et første eksempel skal vi anvende en model som angivet i overskriften af denne sektion. Lad mediet have en konstant massefylde  $\rho$  og en gennemsnitlig dybde lig med  $z_0$ , hvilket giver et geopotential på  $\Phi_0 = gz_0$ . De grundlæggende ligninger for modellen er da vorticitetsligningen, som indeholder et divergensled og et friktionsled. Kontinuitetsligningen er speciel, fordi den indeholder et led,  $S(\phi)$ , som måler en væskemængde, som tilføres eller fjernes fra det homogene medium.  $S$  er defineret på en sådan måde, at der tilføres lige så meget, som der fjernes.  $S$  har i ligningen dimensionen  $m^2s^{-3}$ , fordi det har samme dimension som tidsændringen af geopotentialet.  $S/g$  får da dimensionen  $ms^{-1}$ , og  $S/g$  kan da betragtes, som den væskemængde, der tilføres eller fjernes per sekund. Modellen og dens ligninger er diskuteret i Wiin-Nielsen [17].

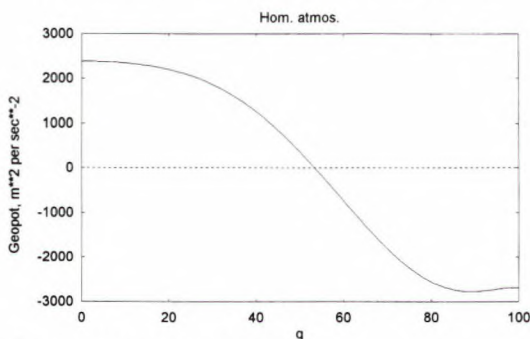
Det skal også bemærkes, at modellen anvender en kontinuitetsligning, hvor vi af energimæssige grunde har set bort fra advektionsleddet, som i øvrigt er nul, hvis man anvender den geostrofiske vind, medens koefficienten til divergensleddet er  $\Phi_0$  og ikke det vari-

able  $\Phi$ . Hvis man anvender et variabelt  $\Phi$ , bliver



Figur 5. Den ydre påvirkning i modellen baseret på den homogene væske med fri overflade (model 1).

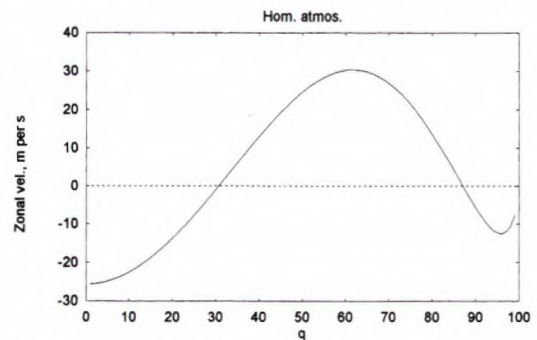
modellen inkonsistent med hensyn til energiforholdene. Divergensleddet i vorticitetsligningen elimineres gennem indsættelse fra kontinuitetsligningen, hvorved man får den eftertragtede ligning for tidsændringen af den potentielle vorticitet. Dernæst tager man det zonale gennemsnit af ligningen. I den resulterende potentielle vorticitetsligning forekommer da et led, som indeholder den meridionale transport af den potentielle vorticitet, hvorpå vi anvender vor parameterisering. Vorticiteten selv tilnærmes med en beregning baseret på den geostrofiske relation med en konstant værdi på Coriolis parameteren. Tidsintegrationen gennemføres, indtil man får en stationær tilstand, hvilket vil sige, at man nu har den stationære tilstand af vorticiteten og dermed også af geopotentialet. For at få den zonalt midlede hastighed må man af paritetsgrunde anvende balanceligningen til at opnå strømfunktionen fra geopotentialet. Da geopotentialet bliver symmetrisk med hensyn til ækvator, bliver strømfunktionen anti-symmetrisk, hvorved de zonalt midlede vinde bliver symmetriske, som de bør være. Her gøres opmærksom på, at ikke alle undersøgelser af problemet har overholdt de korrekte paritetsforhold.



Figur 6. Geopotentialet i model 1.

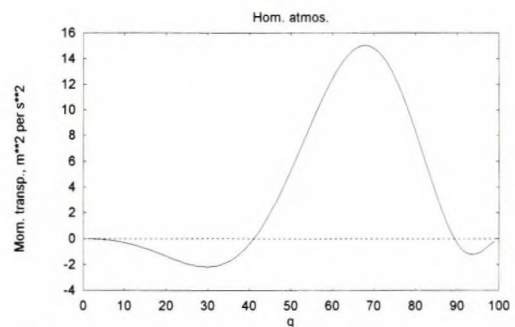
Vi skal dernæst se på et eksempel, hvor man anvender den beskrevne model. Figur 5 viser den valgte fordeling af  $S/g$  for dette eksperiment med maksimum og minimum svarende til ca. 4 mm per s.  $S$  skal selvfølgelig være en efterligning af den zonale opvarmning i atmosfæren, og der er mange andre muligheder for definitionen af denne størrelse og dens

variation med bredden. Figur 6 viser geopotentialet i den opnåede stationære tilstand. En division med tyngden,  $g$ , giver højden af den frie overflade, hvilket bliver lidt over +200 m ved ækvator og lidt mindre end -200 m ved Nordpolen. Dernæst vender vi interessen mod den zonale vind (figur 7), som er beregnet fra strømfunktionen, fundet ved løsning af balanceligningen. Der er østlige vinde i området nær ved ækvator og nær ved Nordpolen med vestenvinde mellem disse to områder. Den maksimale vind er lidt over  $30 \text{ ms}^{-1}$  ved ca. 35 grader N. Den zonale vindfordeling viser derfor en del korrekte enkeltheder, men indeholder ikke både den subtropiske og den polare jetstrøm. Endelig viser figur 8 transporten af moment af bølgerne som funktion af bredden.



Figur 7. Den zonale vind i model 1.

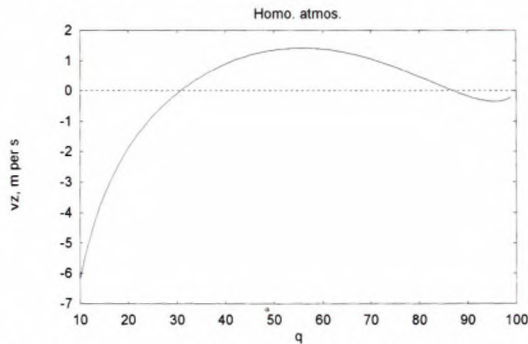
Vi kan beregne produktionen af den zonale disponible energi i eksperimentet. Den bliver  $G(A_z)=6.40 \text{ Wm}^{-2}$ . Da der ikke er noget advektionsled i kontinuitetsligningen, er der ingen omsætning af den zonale disponible energi til bølgeenergi. Vi kan da sige, at omsætningen fra den zonale disponible energi til den zonale kinetiske energi også må være  $C(A_z, K_z)=6.40 \text{ Wm}^{-2}$ , hvilket viser, at modellen er urealistisk på dette punkt. Imidlertid er der en momenttransport i modellen, og man finder efter udregning, at  $C(K_e, K_z)=-0.97 \text{ Wm}^{-2}$ , hvilket svarer til, at de kvasi-barotrope bølger modtager energi fra zonalstrømmen. Endelig er der en dissipation af den zonale kinetiske energi på  $7.37 \text{ Wm}^{-2}$ , så der er balance i energibudgettet.



Figur 8. Momenttransporten i model 1.

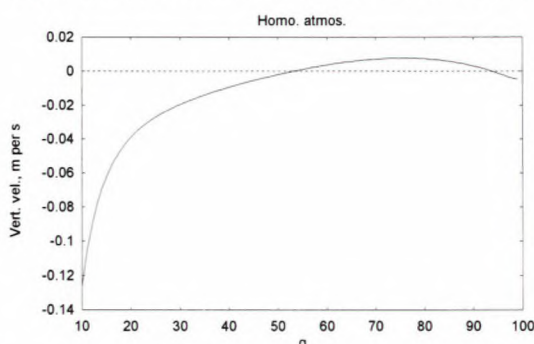
Vi har derfor i denne model en stor omsætning af energi fra  $A_z$  til  $K_z$ . Det må betyde,

at modellen har en relativt stor meridional cirkulation. Vi kan beregne det zonale gennemsnit af den meridionale vindkomponent,  $v_z$ , fra det zonale gennemsnit af den første bevægelsesligning, hvor der skal være balance mellem konvergensen af momenttransporten, Corioliskraften og friktionskraften. Ved denne beregning er der det problem, at de forskellige led går mod uendelig på ækvator og derfor er meget store i nærheden af denne diskontinuitet.



Figur 9. Gennemsnittet af den meridionale vind i model 1.

Figur 9 viser  $v_z$  fra  $q=10$ , svarende til ca. 6 breddegrader, til Nordpolen. Den meridionale cirkulation er derfor stor sammenlignet med den virkelige atmosfære. Dette ses også i Figur 10, hvor vertikalhastigheden er beregnet fra det zonale gennemsnit af kontinuitetsligningen. Man finder værdier på flere cm per s, hvilket er meget større end de resultater, som man finder både fra observationsstudier og fra den barokline model, som skal beskrives i det næste afsnit. For at afprøve de beregnede værdier af  $v_z$  og  $w_z$  blev energiomsætningen  $C(A_z, K_z)$  beregnet direkte. Resultatet var i god overensstemmelse med den beregnede værdi af  $G(A_z)$ , når man tager hensyn til, at disse størrelser er beregnet med endelige differenser og numeriske integrationer. Vi kan derfor konkludere, at modellen betragtet i dette afsnit giver rimelige resultater med hensyn til geopotentialet og de zonale vinde, men da modellen ikke har alle de transport, som findes i atmosfæren, kan den ikke betragtes som fyldestgørende. Vi skal derfor se på en mere realistisk model i det næste afsnit.



Figur 10. Gennemsnit af den vertikale hastighed i model 1.

Gennemgangen af denne model viser, at en kvasi-barotrop model som diskuteret af Rossby [19-20] ikke

kan give det endelige svar på placeringen og styrken af de atmosfæriske jetstrømme.

### Den kvasi-geostrofiske model med to niveauer

Modellen i dette afsnit er den kendte 2 niveau model, hvor vorticitetsligningen anvendes på isobarfladerne 250 og 750 hPa, medens den termodynamiske ligning anvendes på laget mellem disse to flader. Den vertikale  $p$ -hastighed ( $\omega = dp/dt$ ) elimineres ved at løse den termodynamiske ligning for denne størrelse, hvorefter resultatet indsættes i de to vorticitetsligninger. Herved opnår man to kvasi-konservative størrelse, én på niveau 1 (250 hPa) og en anden på niveau 3 (750 hPa). Niveau 2 er på 500 hPa, og det er på dette niveau, at man senere kan beregne den vertikale hastighed. Modellen er beskrevet i mange publikationer og lærebøger (se f.eks. Holton [21]). De to kvasi-konservative størrelser er de potentielle vorticiteter på niveauerne 1 og 3. De er angivet i ligning (3).

$$\xi_1 = \frac{1}{f_0} [\nabla^2 \Phi_1 - q^2 (\Phi_1 - \Phi_3) / 2]$$

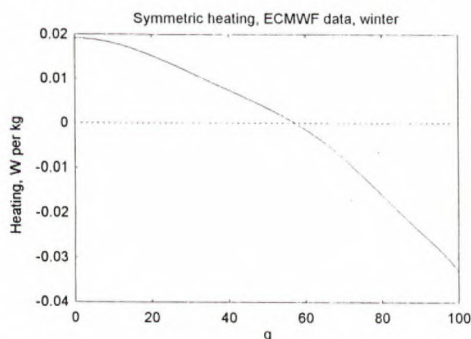
$$\xi_2 = \frac{1}{f_0} [\nabla^2 \Phi_3 + q^2 (\Phi_1 - \Phi_3) / 2]$$

$$q^2 = \frac{2f_0^2}{\sigma P^2} \quad (3)$$

I disse ligninger er vorticiteten udtrykt geostrofisk ved hjælp af geopotentialet på de to niveauer, medens  $q^2$  er en parameter med dimensionen  $m^{-2}$  indeholdende en repræsentativ værdi af Coriolis parameteren, et mål ( $\sigma$ ) for den statiske stabilitet og en trykforskel  $P=5 \times 10^4$  Pascal mellem niveauerne 1 og 3. Disse kvasi-konservative størrelser bruges i de to ligninger gældende for niveau 1 og 3 til at parameterisere den meridionale potentielle vorticitetstransport, hvorved man får et lukket system, som kan tidsintegreres til en stationær tilstand ligesom i det foregående eksempel. Koefficienter for udvekslingen mellem bølgerne og den zonale tilstand har samme form som i det første eksempel (se ligning (2)).

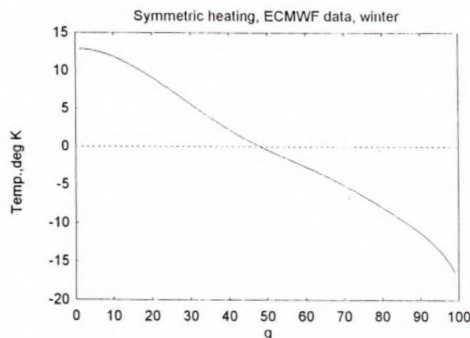
Det umiddelbare resultat af integrationen er geopotentialet og den geostrofiske vorticitet på de to niveauer. På hvert niveau anvender vi dernæst den zonale form af balanceligningen, hvorved vi beregner strømfunktionerne. Fra disse opnås derefter den zonale vind på niveau 1 og 3. Man kan også beregne den vertikale  $p$ -hastighed på niveau 2, men i dette tilfælde er det nødvendigt at bruge en koefficient  $K_h$  for udveksling af varme mellem bølgerne og det zonale gennemsnit. Også denne kan fås fra tidligere observationsstudier, og den tildeles den samme variation med bredden som de andre udvekslingskoefficienter. Modellens energiforhold kan bestemmes. Da modellen er en baroklin model, får vi i dette tilfælde også en energiomsætning mellem den disponible potentielle energi i den zonale tilstand og i bølgerne, d.v.s.  $C(A_z, A_e)$ . Da denne energiomsætning indeholder transporten af

varme, må vi i denne beregning bruge koefficienten  $K_h$ . For hver integration af modelligningerne må vi angive den zonale opvarmning. En sådan må i hvert fald vise en opvarmning på de lave bredder og en afkøling på de høje. Man kan naturligvis komme frem til opvarmningen ved at starte med den indkommende energi fra Solen og dernæst tage hensyn til albedoen og til den absorption, som finder sted af denne stråling af skyer og vanddamp. Samtidigt skal man naturligvis gøre rede for den Stefan-Boltzmann stråling, som kommer fra Jordens overflade og fra atmosfæren. I et sådant tilfælde beregnes opvarmningen fra et strålings budget. I det eksempel, som skal vises her, bruges den opvarmning, som er beregnet daglig fra den globale model, som anvendes af ECMWF (European Centre for Medium-Range Forecasts). Opvarmningen er gennemsnittet for januar 1999, men da man for sammenligningens skyld vil have en symmetrisk fordeling omkring ækvator er alle de asymmetriske Legendre komponenter udeladt.



Figur 11. Opvarmningen i to-niveau modellen (Model 2).

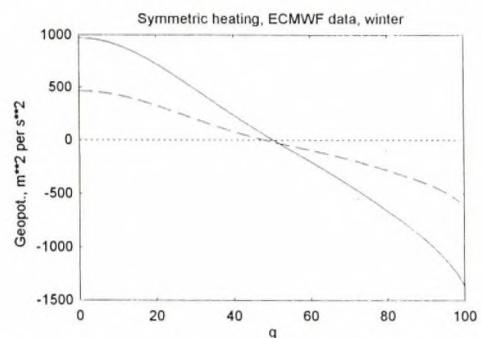
Grundligningerne for modellen er omskrevet til ligninger, der forudsiger amplituderne for de forskellige Legendre komponenter, men de resultater, som skal diskuteres i det følgende, består af syd-nord fordelinger, der er opnået ved at beregne feltfordelingerne som en sum af Legendrekomponenter. Da vi ser på den store skala, er kun de første 10 komponenter taget med i integrationen.



Figur 12. Temperaturen i model 2.

Figur 11 viser fordelingen af opvarmningen fra ækvator ( $q=0$ ) til polen ( $q=100$ ). Nettoopvarmningen fra ækvator til pol er nul. Overgangen fra opvarmning til afkøling sker ved ca. 37 grader. Man må tænke på

denne opvarmning som et vertikalt gennemsnit for hver breddegrad, eller som gældende ved 500 hPa niveauet. Opvarmningen holdes konstant under hele integrationen. Som allerede nævnt er et umiddelbart produkt af integrationen geopotentialerne for de to niveauer. Forskellen mellem disse kan ved hjælp af den hydrostatiske ligning og gasligningen omsættes til en temperatur, som man kan sige vil være anvendelig på ca. 500 hPa. Figur 12 viser denne temperatur. Man ser en overgang fra positive til negative grader omkring 30 breddegrader. Den totale temperaturforskelle mellem ækvator og pol er ca. 30 grader C, som er af samme størrelsesorden som den observerede forskel. I figur 13 findes de tilsvarende forskelle i geopotentialet for 500 hPa (fuldt optrukne kurve) og for termalfeltet. Summen af disse to kurver giver geopotentialet for 250 hPa, medens differensen giver geopotentialet for 750 hPa.

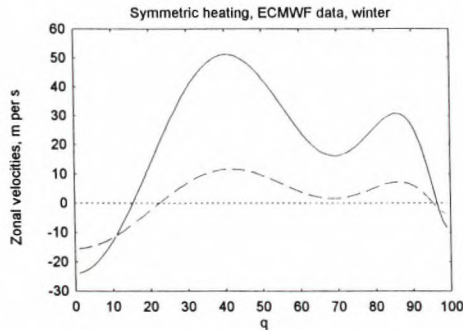


Figur 13. Geopotentialet for 500 hPa (fuldt optrukket) og termalfeltet i model 2.

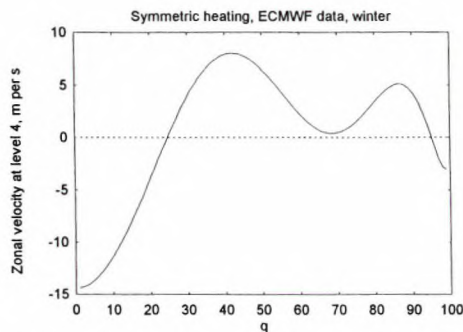
I figur 14 ses de beregnede zonale vinde for det øvre niveau (fuldt optrukket kurve) og for det nedre niveau. Den maksimale vind er på 250 hPa ved ca. 25 breddegrader med en værdi på ca.  $50 \text{ ms}^{-1}$ . På samme niveau finder vi et sekundært maksimum ved ca. 58 grader nord på ca.  $30 \text{ ms}^{-1}$ . Der er østlige vinde nær ved ækvator og nær ved polen. Fordelingen på 750 hPa fladen kan beskrives på næsten samme måde med den bemærkning, at vindene her er betydeligt mindre. En væsentlig forskel mellem den barokline model og den kvasi-geostrofiske model i det foregående afsnit er de to vind maxima, som svarer til henholdsvis den subtropiske jet og den polare jet, som også findes i observationerne. Figur 15, der viser den estimerede zonale vind ved Jordens overflade, beregnet ved lineær ekstrapolation af de to kurver i figur 14, har også de to maksima og østervindene på de lave bredder og de meget høje bredder. Vi må konkludere, at den barokline model passer meget bedre med observationerne af vinden end modellen i det foregående afsnit. Det bemærkes dog, at den polare jet har for store vindhastigheder.

Vi vender os dernæst til beregningen af den meridionale transport af varme fra modellen. Den ses i figur 16, hvor de beregnede værdier er divideret med  $10^7$  for at skabe en bedre figur. Denne figur kan sammenlignes med varmestransporten for december, januar og februar, der kan findes (på side 66)

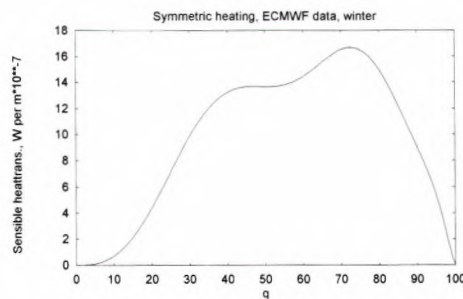
i Wiin-Nielsen og Chen [9]. Kurven i figur 6 er  $H_T = c_p p_o (T v)_z / g$ , medens kurven baseret på observationer er  $(T v)_z$ , men  $c_p$  er ca.  $10^3 m^2 s^{-2} D^{-1}$ ,  $p_o$  er ca.  $10^5$  Pascal, og  $g$  er ca.  $10 m s^{-2}$ , hvilket giver en værdi på for  $c_p p_o / g$  på ca.  $10^7$ , således at de to kurver er sammenlignelige. Modelresultatet er derfor af den rigtige størrelsesorden, fordi observationskurven har en maksimal værdi på 15.6 enheder.



Figur 14. De zonale vinde på 250 hPa (fuldt optrukket) og 750 hPa i model 2.



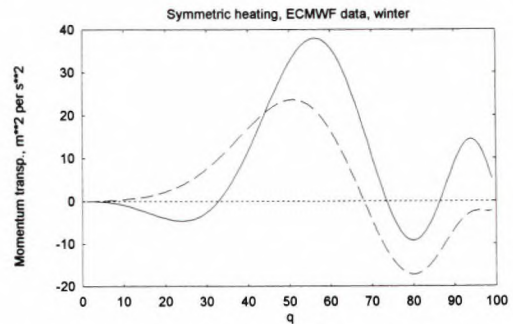
Figur 15. De zonale vinde ved 1000 hPa i model 2.



Figur 16. Varmetransporten i model 2.

Figur 17 viser momenttransporten på 250 hPa (fuldt optrukket kurve) og på 750 hPa. Den maksimale transport mod nord findes en smule nord for 30 breddegrader, medens den maksimale transport mod syd er på ca. 55 breddegrader. De maksimale transport er sammenlignet med observationsstudier for vintermånederne også for denne transport af den korrekte størrelsesorden (se f.eks. Wiin-Nielsen og Chen [9], side 68).

Som den sidste figur skal vi se på beregningen af den vertikale  $p$ -hastighed, som findes i figur 18. På denne figur, hvor man skal huske, at negative værdier svarer til en opadgående bevægelse og positive værdier til synkende bevægelse, ser man tydeligt Hadley cirkulationen mellem ækvator og ca. 20 grader nord efterfulgt af en bred Ferrel celle og med en svag Hadley celle nær ved Nordpolen. Modellen kan derfor også fremstille disse ganske svage meridionale celler. Hastighederne er imidlertid under 1 mm per s, når  $p$ -hastigheden omsættes til den normale hastighedsdimension.



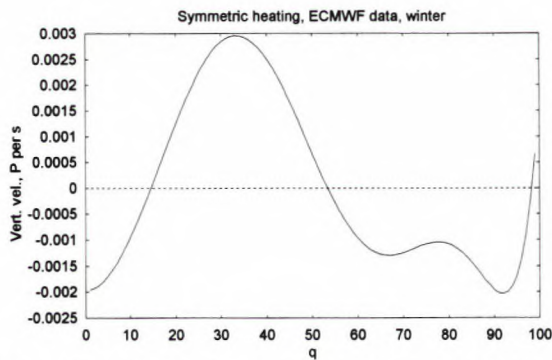
Figur 17. Moment-transporten på 250 hPa (fuldt optrukket) og på 750 hPa i model 2.

Det eksempel, som er beskrevet i dette afsnit, har også energiforhold af den korrekte størrelsesorden. For den disponible energi finder vi  $A_z = 5452$  kJ per  $m^2$  og  $K_z = 3700$  kJ per  $m^2$ . Energiomsætningerne, alle givet i W per  $m^2$ , er  $G(A_z) = 4.81$ ,  $C(A_z, A_e) = 5.12$ ,  $C(A_z, K_z) = -0.31$ ,  $C(K_e, K_z) = 1.90$  og  $D(K_z) = 1.59$ . Sammenlignet med eksemplet i det forudgående afsnit har vi nu med den barokline model fået resultater, som både med hensyn til fortegn og størrelsesorden, er blevet forbedret. Man bør specielt bemærke, at overgangen fra  $A_z$  til  $K_z$  nu er en ganske lille størrelse.

## Afsluttende bemærkninger

I denne artikel har det været formålet at beskrive de nyere teorier for atmosfærens zonale tilstand. Disse teorier tager hensyn til udvekslingen mellem de atmosfæriske bølger og zonaltilstanden ved at modellere denne udveksling ved hjælp af udvekslingskoefficienter for kvasi-konservative størrelser, nemlig den potentielle vorticitet og den potentielle temperatur. Værdierne og fordelingen med hensyn til bredden af udvekslingskoefficienterne på de forskellige trykflader er baseret på observationsstudier.

Med en opvarmning, som er symmetrisk med hensyn til ækvator, er der lagt vægt på at gennemføre beregningerne på den sfæriske Jord på en sådan måde, at de zonale gennemsnit af geopotentialet, temperaturen og vinden også bliver symmetriske omkring ækvator, medens strømfunktionerne bliver asymmetriske.



Figur 18. Det zonale gennemsnit af den vertikale  $p$ -hastighed i model 2.

Teorien giver resultater, som er i rimelig god overensstemmelse med den observerede tilstand i atmosfæren mellem ækvator og pol, når man betragter den zonale tilstand i gennemsnit med hensyn til den geografiske længde og med hensyn til tiden. Den kvasi-geostrofiske model med to niveauer viser ikke kun gode resultater for geopotentialet, temperaturen og vinden, men er også i stand til at reproducere de i de klassiske teorier så meget omtalte Hadley og Ferrel celler. Beregningen af energiomsætningen i modellen viser tydeligt, at den rolle, som Hadley og Ferrel cellerne spiller i energiomsætningen, er minimal, således at modellen også er i god overensstemmelse med observationsstudier med hensyn til energiudvekslingen mellem den zonale tilstand og bølgerne. Modellen har i den disponible energi en overgang fra det zonale middel til bølgerne, medens det er de atmosfæriske bølger, som leverer den kinetiske energi til det zonale gennemsnit.

#### Referencer:

- [1] G. Hadley (1735) "Concerning the cause of the general trade-winds, Phil. Trans., bind 26, side 58–62.
- [2] W. Ferrel (1856) "An essay on the winds and the currents of the ocean", Nashville Jour. of Medicine and Surgery, bind 11, side 287–301, genoptrykt (1882) i "Popular essays on the movements of the atmosphere", Prof. Pap. Signal Service, Nr. 12, Washington D.C., side 300–307.
- [3] E. N. Lorenz (1967) "The nature and theory of the general circulation of the atmosphere", World Meteorological Organization.
- [4] V. Bjerknes (1921) "On the dynamics of the circular vortex with applications to the atmosphere and atmospheric vortex and wave motion", Geofys. Publ., bind 2, Nr. 4.
- [5] T. Bergeron (1928) "Über die dreidimensional verknüpfende wetteranalyse, Geofys. Publ., 5, Nr. 6.
- [6] L. A. Vuorela og I. Tuominen (1964) "On the mean zonal and meridional circulations and the flux of moisture in the northern hemisphere during the summer season", Pure and Appl. Geophysics, bind 57, side 167–180.
- [7] N. A. Phillips (1956) "The general circulation of the atmosphere: A numerical experiment", Q.J. of the Roy. Met. Soc., bind 82, side 123–164.

- [8] Y. Mintz (1964) "Very long-term global integrations of the primitive equations of atmospheric motion", WMO-IUGG Symp. on res. and dev. aspects of long-range forecasts, Tech. Note, Nr. 66, side 141–155.
- [9] A. Wiin-Nielsen og T. C. Chen (1993) "Fundamentals of atmospheric energetics", Oxf. Univ. Press.
- [10] J. S. A. Green (1968) "Transfer of heat and momentum by cyclone scale eddies in the general circulation", Proc. of Symp. on Num. Wea. Pred., Tokyo, Japan, IV, side 17–20.
- [11] A. Wiin-Nielsen (1968) "On atmospheric response to large-scale seasonal forcing", Proc. of Symp. on Num. Wea. Pred. Tokyo, Japan, IV, side 21–27.
- [12] J. S. A. Green (1970) "Transfer properties of the large-scale eddies and the general circulation of the atmosphere", Q.J. of the Roy. Met. Soc., bind 96, side 157–185.
- [13] A. A. White og J. S. A. Green (1982) "A nonlinear atmospheric long wave model incorporating parameterizations of transient baroclinic eddies", Q. J. of the Roy. Met. Soc., bind 108, side 55–85.
- [14] A. A. White og J. S. A. Green (1984) "Transfer coefficients eddy flux parameterizations in a simple model of the zonal average of atmospheric circulations, Q. J. of the Roy. Met. Soc., bind 110, 1035–1052.
- [15] A. Wiin-Nielsen (1988) "A heuristic theory of the zonally-averaged state of the atmosphere", Mat. Fys. Medd, bind 42:2, Roy. Danish Aca. of Sci. and Letters.
- [16] A. Wiin-Nielsen (1994) "The zonal atmospheric structure", Atmosfera, bind 7, side 185–210.
- [17] A. Wiin-Nielsen (1999) "The zonal atmospheric structure: A heuristic theory, Part 2", udkommer i Atmosfera.
- [18] A. Wiin-Nielsen og J. Sela (1971) "On the transport of quasi-geostrophic potential vorticity", Mo. Wea. Rev., bind 99, side 457–459.
- [19] C.–G. Rossby (1938) "On the maintenance of the westerlies south of the polar front. Fluid mechanics applied to the study of atmospheric circulations", Pap. Phys. Oceanog. Meteor., bind 7, Nr. 1, side 9–17.
- [20] C.–G. Rossby (1937) "On the distribution of angular velocity in gaseous envelopes under the influence of large-scale horizontal mixing processes", Bull. of the A.M.S., bind 28, side 53–68.
- [21] J. R. Holton (1979) "An introduction to dynamic meteorology", Acad. Press.



Aksel Wiin-Nielsen er professor emeritus, Geofysisk Afdeling, Niels Bohr Institutet for Astronomi, Fysik og Geofysik.