

## Undervisning af små hold

Jacob Stordal Christiansen

Institut for Matematiske Fag, SCIENCE, Københavns Universitet

### Introduktion

Projektet her er bygget op omkring min undervisning i kurset ‘Spektral Teori’, som blev afholdt på overbygningen i matematik i blok 3. Som det ofte er tilfældet for sådanne kurser, lå antallet af tilmeldte studerende på omkring 5. Så både de studerende og jeg som underviser befandt os i en meget privilegeret situation med gode betingelser for læring.

Målet med projektet er på forskellig vis at undersøge hvordan man ved at ændre lidt på den klassiske undervisningsform bestående af forelæsninger og øvelser kan optimere læringsudbyttet for små hold. Mere specifikt: *Hvordan kan man bringe de studerende på banen, også til forelæsningerne?* Med få studerende på holdet skulle der være rig mulighed for tovejskommunikation.

Min planlægning gik dels på hvordan man som underviser kan stille spørgsmål eller opgaver undervejs i forelæsningerne og dels på hvordan man kan lade de studerende fremlægge dele af stoffet undervejs således at de i højere grad tager ansvar for kurset. Hvis de studerende er involveret og føler et medejerskab af kurset, så lærer de også mere – det er den bagvedliggende filosofi.

Der er en stor mængde litteratur om ‘teaching small classes’ til rådighed. Se f.eks. Teaching Small Classes i referencelisten for en oversigt over fordele, udfordringer og strategier i forbindelse med undervisning af små hold. Nærværende projekt beror i høj grad på egne erfaringer i kombination med diskussioner med kolleger og – i særdeleshed – samtaler med fag-

lig/pædagogisk vejleder. Desuden har Biggs & Tang (2007) gennemgående været inspirerende læsning.

Som guide til undervisningen på Swinburne University of Technology indeholder Devlin (2003) en 10-punkts plan over hvordan man kan forøge chancerne for at få aktive studerende. Jeg vil afslutningsvis kommentere hvordan indeværende kursus har forholdt sig til denne plan.

## Kursets opbygning

Lad mig starte med kort at beskrive hvordan kurset var opbygget. Helt overordnet drejede det sig om at se på en klasse af 'objekter' med tilhørende sæt af 'data'. Målet var at finde frem til hvilke slags objekter der svarer til bestemte typer af data og vice versa; hvis data ser ud på den og den måde, hvilke objekter kommer de så fra? Tænk f.eks. på objektet som overfladen af en tromme og på data som de lyde trommen kan fremstille. Kan vi så høre hvilken form trommen har eller hvor stor den er? Og hvis der måtte være brug for en bestemt dyb eller høj tone, hvordan skal vi så designe vores tromme? Det giver et meget godt billede af hvad spektralteori er.

Allerede ved første forelæsning gjorde jeg det klart hvad kursets ILO'er (=intended learning outcomes) var. Jeg beskrev hvilke matematiske objekter vi skulle se nærmere på og hvilke typer af resultater vi ville være interesserede i – simpelthen for at give en ydre motivation og for at have en referenceramme hele vejen igennem kurset. Dernæst fortalte jeg at vi ville få brug for et større 'maskineri' for at kunne bevise resultaterne og håbede på at kunne pirre de studerendes nysgerrighed til hvordan dette maskineri mon virker. Kernen i kurset var nemlig at opstille et apparat som ville kunne hjælpe os med at svare på de spørgsmål vi ønsker at stille.

Samtidig gjorde jeg det klart hvordan vi ville gøre brug af undervisningstiden, med andre ord hvilke TLA'er (=teaching learning activities) der ville komme i spil. Til forelæsningerne ville vi se på teorien og jeg ville stille opgaver og spørgsmål undervejs. Til øvelserne ville vi samle op på baggrundsviden og fra tid til anden tage en afstikker fra hovedvejen, hvis det måtte se interessant ud. Øvelserne ville bestå af opgaver som skulle gennemgås i fællesskab. Endelig fortalte jeg at eksamen ville bestå af tre obligatoriske opgavesæt, som både ville samle op på det gennemgåede stof samt checke at man på egen hånd kunne bruge de nye redskaber.

## Forelæsninger med spørgsmål og opgaver

Jeg så ingen grund til at slette forelæsningerne helt. For vi skulle have bragt en masse spillere på banen og specielt indledningsvis var der brug for deklarativ viden. I første del af kurset var målet nemlig at få et grundigt kendskab til vores 'objekter'. Dernæst skulle maskineriet opbygges, så vi kunne opnå resultater. Min egen erfaring som studerende er også at fremfor alene at læse på egen hånd er det fornuftigt at se og høre tingene blive forklaret. Desuden følte jeg at forelæsningerne ville være ideelle til at give de studerende et ekstra perspektiv med på vejen. Men det stod også klart for mig at jeg ikke skulle snakke med tavlen i to gange 45 minutter.

Ofte ville jeg starte timerne med spørgsmålet: "Hvor kom vi til sidst?" eller: "I dag skal vi snakke om sammenhængen mellem en række ting. Hvilke ting kender vi allerede til?" Den umiddelbare reaktion på sådanne spørgsmål ville måske være om han ikke engang kan huske det selv, ham forelæseren. Og første gang jeg stillede spørgsmålet var der også tavshed og undrende blikke. Men de studerende fandt hurtigt ind i rytmen og var klar til start fra førend forelæsningen startede. Vi kunne således starte med at minde hinanden om hvilke bolde vi havde i spil og hvor vi var på vej hen. Dels en måde at aktivere de studerende på men også en måde at give dem medansvar på.

Nuvel, det var ikke altid at der blev svaret lige med det samme. Det kunne kræve lidt tålmodighed og et par ledende spørgsmål førend de studerende kom på banen. Men egentlig virkede det bare som en nyttig feedback. Jeg fik allerede førend forelæsningen var i gang en idé om hvorvidt de studerende var med på vognen eller ej. Selv en ganske kort samtale kan give underviseren et godt billede af om forståelsen er der. Om nødvendigt kan man så samle op på nogle ting eller springe let hen over noget man egentlig troede havde voldt problemer.

Jeg har tidligere tit startet en forelæsning med at sige: "Sidste gang så vi nærmere på dette resultat. I dag skal vi så bruge det til at vise..." Simpelthen for at binde tingene sammen og gøre det klart, hvad vi bygger videre på. Når holdet er lille, kan man med fordel og meget direkte inddrage de studerende på dette punkt.

Hvad angik spørgsmål generelt under forelæsningerne havde jeg ikke noget fast mønster. De enkelte delemner i kurset var forskellige i natur og fremfor alt skulle spørgsmålene passe ind i sammenhængen. Både planlægning og øjenkontakt spillede en rolle for mine spørgsmål, som faldt i forskellige kategorier.

Hvis et resultat var nemt at indse, kunne jeg finde på at spørge hvordan vi let kunne nå frem til det. Når der så blev svaret og folk nikkede samtykkende, kunne vi gå hurtigt videre. Jeg tror også det gav de studerende en oplevelse af succes. Der var noget her de sagtens kunne finde ud af på egen hånd. Men mange ting i kurset var selvfølgelig mere kringledede og mindre åbenlyse. Her ville jeg prøve at stille spørgsmål som kunne få de studerende til at indse hvad problemets kerne var. De ville nok ikke kunne gætte løsningen, som senere ville blive formidlet. Men ved at have gjort sig problemstillingen klart, håbede jeg på en større interesse i at få fat på løsningen. Enkelte gange gennemgik vi tekniske beviser i fællesskab på den måde at jeg lod de studerende komme med indput i form af gæt eller kvalificerede bud undervejs. Men det kan hurtigt blive meget tidskrævende, så man skal træde varsomt.

Når en række nye begreber var bragt på banen, ville jeg ofte lade de studerende samle op på dem fremfor at repetere selv. Det vigtige er hvad de studerende tænker og at hjælpe dem med at få alle tingene på plads i deres læringsproces. De skal ikke bare lytte og tage noter. Mens det tit og ofte kan være nyttigt at 'tænke højt' under en forelæsning for at lokke de studerende til at tænke med, kan man når holdet er lille få mere direkte hjælp fra klassen.

Ved gennemgangen af de centrale resultater og altafgørende pointer ville jeg i endnu højere grad tvinge de studerende til gennem egen tankevirksomhed at opbygge deres viden, nemlig i form af små opgaver. Det spiller en stor rolle for succes at niveauet er passende, men alfa og omega er at afsætte tid nok. Det tager nemlig tid at regne opgaver, og man bør derfor ikke stille opgaver uden særlig relevans. Undervejs i opgaveløsningen kan man se de studerende lidt over skulderen – uden direkte at stirre, som kan virke skræmmende. På den måde virker man heller ikke så utålmodig som hvis man trasker frem og tilbage foran tavlen, og det giver en mulighed for at supplere med et par ekstra brikker til puslespillet om nødvendigt. Efterfølgende kan man samle op på opgaven i fællesskab og sørge for at alle bidrager til løsningen. Det giver en god stemning på holdet. Det er også fint at lade de studerende snakke sammen undervejs i løsningsprocessen, specielt hvis opgaven er af lidt sværere karakter.

Som afslutning på forelæsningerne brugte jeg undertiden spørgsmålet: "Hvad var det vigtigste du lærte i dag?" Det giver en god og hurtig indikation af hvor de studerende er og om de fik fat i hovedpointen eller ej.

## Øvelsestimer med 'ping-pong'

Mens jeg som underviser var den primære kridtholder til forelæsningerne, ville jeg gerne have de studerende til at overtage denne rolle til øvelserne (som jeg deltes om med min instruktør). Et vigtigt element til øvelsestimerne er et behageligt klima. Hvis underviseren er venlig, imødekommende og åben for spørgsmål, så er de studerende heller ikke så bange for at give deres besyv med. Desuden er det praktisk at have rene linjer for hvad der skal ske og hvad der forventes af den studerende. Kommunikation er vigtig. Kaffepause og smalltalk kan også på forbilledlig vis medvirke til et godt klima.

Som nævnt tidligere var formålet med en del af opgaverne til øvelserne at skaffe brikker til det store billede, men på mere selvstændig vis. Andre af opgaverne ville sætte allerede etableret viden i perspektiv eller give en ny vinkel på tingene. Jeg kunne flere gange direkte mærke tilfredsstillelsen hos de studerende når postulater fra forelæsningerne nu faldt helt på plads.

Hvordan bærer man sig så ad som underviser til at få alle med, også dem som kun har set på eller regnet en lille del af opgaverne? Alt afhængig af opgaven kan man forsøge at starte en ping-pong samtale. F.eks. kan en studerende fortælle hvad den konkrete opgave går ud på, en anden give sit bud på hvordan den kan løses og en tredje validere om den påståede løsning er korrekt. Selv hvis løsningen er helt korrekt, er det godt at blive enige. Så tænker alle fremfor bare at nikke. Og hvis løsningen er forkert, må vi rette den eller prøve noget nyt. Det kræver overblik og hurtig tankevirksomhed at holde en ping-pong samtale kørende, men når det lykkes er resultatet der også. På små hold kan man med held få alle med og løfte både det samlede og den enkeltes niveau. Alle kan blive udfordret og alle kan få succes, da der næsten altid både er mulighed for lette og svære spørgsmål. En ping-pong samtale er en balancegang som alt andet lige er nemmere i et behageligt undervisningsklima.

## Løbende evaluering af de studerende

Jeg vil ikke sige meget om kurssets eksamensform. Valget faldt på løbende evaluering, som er standard. Så de studerende fik karakter på basis af 3 obligatoriske opgaver.

Første opgave handlede om en variant af kurssets første hovedresultat, og anden opgave gik bag om en vigtig spiller i opbygningen af maskineriet

for at se tingene fra en lidt anden vinkel. Mens disse to opgaver var bundne og foregik skridt for skridt, var den tredje og sidste opgave mere fri. Vi havde i løbet af kurset brugt en stor mængde tid på at opstille et maskineri, og nu skulle de studerende på egen hånd bruge det til at vise et resultat som var nævnt i bogen men ikke bevist. Som hjælp på vejen fik de en artikel der skitserede brugbare metoder. Besvarelserne var blandede, fra meget overfladiske til gennemtænkte og detaljerede.

Sædvanligvis ville jeg tage en snak med hver af de studerende efter at have rettet opgaverne. Dels for at rose hvad der var godt i besvarelsen – og dermed skabe en følelse af succes – og dels for at snakke om de fejl, der måtte have været. Ved eventuelle fejl ville vi snakke om problemstillingen, finde frem til hvorfor den studerende var galt på den og i fællesskab finde frem til løsningen. Allerhelst ville jeg kunne give den studerende et par vink, således at han/hun selv kunne se hvordan man kommer frem til løsningen. Denne type feedback til de studerende er mulig for små hold men selv sagt ikke hvis der er flere hundrede studerende som følger kurset.

## Afsluttende evaluering af kurset

Efter kursets afslutning holdt jeg en mundtlig evaluering med de studerende. De var godt tilfredse med bogen og det havde virket fint at stille spørgsmål og opgaver undervejs i forelæsningserne. Der havde været en god sammenhæng i kurset og niveauet havde også været passende. Dog kunne de godt have tænkt sig flere eksempler når nye begreber kom på banen. Og det havde jeg måske ikke tænkt nok over. For når man kender teorien ud og ind, er der ikke brug for så mange eksempler at hæfte sin viden på. Men kurset var overstået nu. Jeg ved det selvfølgelig til næste gang hvis kurset skal holdes påny. Men hvordan kunne jeg have sporet denne mangel tidligere i forløbet? Fra tid til anden sluttede jeg timerne af med at spørge: “Hvad er det vigtigste du har lært i dag?” Her kunne man til afveksling f.eks. spørge: “Hvad kunne du tænke dig at vide mere om på baggrund af i dag?” Med en lille klasse på hånden er der mulighed for at efterkomme relevante ønsker.

De mest interessante kommentarer fik jeg imidlertid til spørgsmålet: “Hvad er den eller de vigtigste ting du har lært i kurset?” Her nævnte en studerende at for ham havde det at udvikle det store maskineri været mere interessant end at bruge det til at vise resultaterne med – omend det også havde været spændende. En anden studerende påpegede at selv om kursets



egentlige mål var at relatere ‘objekt’ og ‘data’, så havde vi hele vejen igennem set på en tredje kategori af ‘elementer’ og bygget teorien op omkring disse. Naturligvis var elementerne her snævert forbundet med både objekt og data.

Så for den første studerendes vedkommende havde ‘vejen’ i sig selv været det bedste ved kurset, hvilket passede godt ind i mine læringsmål. Måske ville det være vel optimistisk at forvente at de studerende efter at have fulgt kurset øjeblikkeligt ville kunne sætte sig ind i f.eks. hvordan computertomografi virker. Men med interesse for de metoder der bruges i spektral teori er grunden lagt for at kunne gøre det på relativt kort tid. Når åbne problemer bliver løst indenfor matematikken, er det ofte ikke så meget selve løsningen som den teori der ligger bag som er interessant.

Den anden kommentar fortæller med al tydelighed at den studerende havde reflekteret over indholdet af kurset. Det sker tit i matematikkens verden at man med fordel kan se på nært beslægtede objekter, hvor teorien måske er mere glat eller bedre udviklet. Det gjorde vi i kurset og det havde han ganske rigtigt fanget, den studerende.

## **En 10-punkts plan**

Som nævnt indledningsvis giver litteraturen mange input til undervisning af små hold. Den følgende 10-punkts plan er beskrevet og gennemgået i Devlin (2003):

### **A 10-point plan for facilitating participation**

1. Create a conducive physical setting
2. Take introductions seriously
3. Use icebreakers carefully
4. Learn students’ names
5. Set ground rules
6. Orient students to learning
7. Use even smaller groups
8. Avoid the traditional model
9. Ask good questions
10. Reflect, evaluate and renew

Nedenfor vil jeg kort diskutere disse 10 punkter (i passende rækkefølge) set i relation til det afholdte kursus.

Ad 2) Hvem er jeg og hvad skal vi? Hvilke forventninger har de studerende? Det er efter min mening utrolig vigtigt at præsentere kurset grundigt (jf. §2) og afstemme forventninger. Hvem gør hvad og hvornår? Undgå forvirring og nå frem til fælles regler (hvilket også er snævert forbundet med punkt 5) overfor). Deltagerne i mit kursus var modne og rutinerede studerende, så behovet for regler var minimalt.

Ad 4) Det er altid en god ide at lære de studerendes navne at kende, også på større hold. For det udviser interesse og på små hold er det en overkommelig opgave. Med under 5 studerende på holdet er det næsten svært at dele op i mindre grupper, som nævnt i 7). Men når det drejede sig om feedback på de obligatoriske opgaver, gav jeg den enkeltvis (jf. §5). Et bedre kendskab til den enkelte studerendes niveau kan også gøre det lettere at målrette spørgsmål til ham eller hende.

Ad 6) Hvis man beder de studerende om at samle op på det gennemgåede stof og på den måde orientere hinanden (f.eks. i starten af en forelæsning), så tvinges de til både at reflektere over stoffet og til at forklare det til andre. Disse to kompetencer fører til dyb læring. En vigtig forudsætning er naturligvis at de studerende har fulgt med i kurset og ikke er bange for at dele deres viden.

Ad 8) Som beskrevet i §3 besluttede jeg mig for ikke helt at forkaste den traditionelle undervisningsform, men snarere at give den et twist i retning af mere diskussion og flere spørgsmål. Jeg anser det at kunne stille gode spørgsmål/opgaver som værende helt essentielt, se punkt 9). Gode spørgsmål får de studerende til at tænke og gode opgaver får de studerende til på mere selvstændig vis at indse centrale pointer. Jeg vil til stadighed reflektere over hvordan man stiller gode spørgsmål og opgaver. Hvad der virker eller ikke virker afhænger i høj grad af stoffet der gennemgås, men også af hvor godt man kender de studerende. Skal der skabes overblik, kan meget åbne spørgsmål være gode. "Hvilke fordele og ulemper ser I ved brug af denne metode?" kunne være et eksempel på et åbent spørgsmål. Der er også brug for åbne spørgsmål, hvis en ping-pong samtale skal holdes kørende (jf. §4). Når alle detaljer skal forstås helt til bunds, kan mere lukkede opgaver derimod være gode. F.eks. kunne man bede de studerende om at regne modellen igennem fra A til Z i et helt konkret tilfælde.

Jeg har ingen væsentlige bemærkninger til 1) og 3). Der var fra dag et en god stemning på holdet og undervisningslokalet var fint nok.

All contributions to this volume can be found at:

[http://www.ind.ku.dk/publikationer/up\\_projekter/2009-2-1/](http://www.ind.ku.dk/publikationer/up_projekter/2009-2-1/)

The bibliography can be found at:

[http://www.ind.ku.dk/publikationer/up\\_projekter/kapitler/2009\\_vol2\\_nr1\\_bibliography.pdf/](http://www.ind.ku.dk/publikationer/up_projekter/kapitler/2009_vol2_nr1_bibliography.pdf/)